

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

СОКОЛЬСЬКИЙ ОЛЕКСАНДР ЛЕОНІДОВИЧ

УДК [678.027.3+678.057.3]:678.073(043.3)

ДИСЕРТАЦІЯ

**НАУКОВІ ЗАСАДИ РОЗРОБЛЕННЯ ОБЛАДНАННЯ І ПРОЦЕСІВ
ПЕРЕРОБЛЕННЯ ПОЛІМЕРНИХ МАТЕРІАЛІВ МЕТОДОМ ЕКСТРУЗІЇ**

Спеціальність 05.05.13 – Машини та апарати хімічних виробництв
технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ О.Л. Сокольський

Науковий консультант: Мікульонок І. О., доктор технічних наук, професор

Київ – 2020

АНОТАЦІЯ

Сокольський О. Л. Наукові засади розроблення обладнання і процесів перероблення полімерних матеріалів методом екструзії. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.05.13 – Машини та апарати хімічних виробництв. – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського" МОН України, Київ, 2020.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню особливостей обладнання та процесів для підготовки, змішування розплавів композицій на базі матричного полімеру з іншим полімером, рідким або дисперсним наповнювачем та формування виробів за умов урахування нелінійної поведінки матеріалів, теплообміну, фазових переходів та інших особливостей технологічних процесів.

Використання результатів роботи дадуть можливість скоротити терміни та вартість проектування нового обладнання шляхом заміни конструктивних уточнень методом багаторазових механічних доведень на числові експерименти і автоматизоване проектування конструктивних елементів залежно від властивостей полімерних матеріалів. Надані за результатами роботи висновки, методики, конструктивні пропозиції та рекомендації дадуть змогу підвищити конкурентоздатність розробок вітчизняних проектувальників полімерного обладнання та виробників полімерної продукції, замінювати імпортні полімерні вироби та обладнання вітчизняними аналогами.

Проведений аналіз сучасного стану дослідження екструзійного обладнання та процесів показав недостатню дослідженість особливостей руху полімерних матеріалів у зонах живлення та плавлення. Виявлено, що механічні властивості гранульованих полімерів відрізняються від суцільних матеріалів, особливо за низького тиску. Для одержання достатньої точності розрахунків процесу живлення необхідна відповідна точність функцій, які описують залежність коефіцієнтів тертя, бокового тиску, стисливості гранул тощо.

Під час моделювання процесу плавлення полімеру розрахункові значення відносної площини пробки по довжині черв'ячного каналу значно відрізняються від експериментальних. Існуючі методики розрахунку показників якості змішування базуються на визначені усереднених величин і не дають можливості виконувати детальний аналіз впливу конструктивних особливостей устаткування на показники якості змішування, визначення застійних зон тощо.

Під час розгляду формувального устаткування зазвичай нехтують ефектами в'язкопружності полімерів. Неврахування даних ефектів може призвести до невідповідності зекстурдованих полімерних виробів заданій формі та розмірам.

Під час проєктування калібрувальних та охолоджувальних пристроїв нерівномірне або занадто інтенсивне охолодження спричинює утворення технологічних напружень у стінці виробу, що може погіршити якість та спричинити появу дефектів форми. Тому необхідно розраховувати та оцінювати розподіл температур і напружено-деформований стан (НДС) виробу, ним спричинений.

Розроблено уточнені математичні моделі неізотермічного тривимірного руху реологічно складних середовищ у каналах довільної форми з рухомими й нерухомими елементами із врахуванням пристінних ефектів та пружної деформації конструктивних елементів.

Реалізація розробленої фізичної моделі на базі систем гідродинамічного моделювання показала можливість коректного завдання розрахункової схеми та інтерпретації отриманих результатів засобами цих систем і дозволила отримати науково обґрунтовані параметри процесу плавлення полімеру в черв'ячному каналі і конструктивних параметрів зони плавлення. При цьому отримано пояснення відомих на практиці ефектів, що не вкладаються в рамки раніш створених моделей.

Розроблені принципово нові фізичні і математичні моделі плавлення полімеру в каналі екструдера, сутність яких полягає в тому, що процес плавлення поділяється на два етапи: спочатку руйнується поверхневий шар твердої пробки, який переходить у шар текучої суміші з твердої і рідкої фаз, а потім під дією дисипативного тепла відбувається плавлення твердої частини в об'ємі суміші.

Здійснена дискретизація математичних моделей на основі моментної схеми метода скінченних елементів. Вона дозволяє виконувати гідродинамічний аналіз процесів формування полімерних матеріалів у вироби та здійснювати розрахунки міцності й витривалості конструкцій при термосилових навантаженнях.

Проведена адаптація розроблених моделей для уточненого визначення полів розподілу швидкості, температури, тиску, деформації та інших параметрів у процесах підготовки та формування полімерних виробів з урахуванням пристінних ефектів зміни в'язкості, проковзування, дисипації тощо. Це дозволяє розраховувати та оптимізувати основні параметри технологічних процесів формування полімерних виробів.

На основі розроблених моделей виконані розрахунки зони плавлення екструдера і виявлені особливості температурного поля, поля швидкостей, розподілу величини в'язкості і процесу плавлення твердої пробки полімеру. Досліджено еволюцію процесів руйнування та плавлення пробки гранул та виявлено основні фактори, що суттєво впливають на ці процеси. Встановлено ефекти, що не враховується багатьма існуючими моделями процесу плавлення полімерів.

На базі створеної математичної моделі проведено серію числових моделювань процесу плавлення в модельних та черв'ячних каналах різної геометрії, отримано поля розподілу температур, швидкостей та інших параметрів полімеру, а також геометрію поверхні розділу твердої та рідкої фаз, що дозволило дослідити закономірності процесу.

Виявлено, що головну роль у розподілі температури в зоні плавлення відіграє тепло, обумовлене тертям матеріалу об стінки обладнання, та енергія дисипації в'язкої деформації. Спостерігається помітна нерівномірність розподілу швидкостей у перерізах вздовж каналу. Таким чином, відбувається конвективний теплообмін вздовж каналу черв'яка, що не враховується багатьма існуючими моделями процесу плавлення полімерів. Експериментальні та числові дослідження показують, що з руйнуванням залишків пробки плавлення не закінчується, виникає ризик виносу твердих часток полімеру в зону формування, що може призвести до дефектів у виробах.

Створена математична модель, яка дозволяє моделювати процеси гомогенізації, змішування в'язких рідин з іншими компонентами та між собою. Розроблено дискретні математичні моделі течії розплавів полімерних композицій у змішувальних каналах. Розроблено узагальнену математичну модель дослідження течії нелінійно в'язких рідин з урахуванням пружної деформації конструктивних елементів каналів технологічного обладнання.

Запропоновано математичну модель процесу температурної гомогенізації полімерного розплаву на базі співвідношень нелінійної механіки суцільних середовищ. Виконано числові моделювання процесу температурної гомогенізації в бар'єрному змішувачі, встановлено основні закономірності та визначено його раціональні параметри.

Досліджено закономірності розподілу концентрації барвника в змішувальних зонах різного конструктивного оформлення. Перенесення дисперсійного компонента в розплав полімеру, що рухається в каналі динамічного змішувача відбувається переважно поблизу рухомої стінки.

Результати числових досліджень показали, що збільшення довжини змішувального каналу не призводить до істотних змін концентрації барвника, а призводить лише к збільшенню нерівномірності по локальних зонах перерізу. Таким чином, довгі змішувальні канали з однорідними умовами змішування мало ефективні порівняно із системою коротких каналів.

Було досліджено розподіл концентрації барвника в коаксіальному зазорі. Для покращення процесу змішування в каналі необхідні радіальні конструктивні елементи, які збурюють потік у радіальному напрямку, утворюючи циркуляційні зони. За відсутності таких конструктивних елементів змішування відбувається лише в коловому напрямку за рахунок деформації зсуву.

Оскільки якість змішування не є однаковою за різних значень довжини та частоти обертання, то при застосуванні динамічних змішувачів доцільніше виконувати довшу зону змішування, ніж збільшувати швидкість обертового руху ротора.

Досліджено залежність ефективності змішування від співвідношення в'язкостей дисперсійного середовища до диспергованого матеріалу. Для досягнення більшої ефективності змішування, доцільно введення диспергованого матеріалу в коаксіальний змішувальний канал при обертанні зовнішнього циліндра.

Досліджено змішування двох полімерів у черв'ячному каналі. Наведені результати ілюструють ефективність числових методів аналізу змішувальної спроможності полімерного обладнання на базі розробленої методики досліджень полів розподілу концентрацій компонентів суміші по аналогії з розподілом температури полімеру при його течії в робочих каналах.

Встановлено, що змішування під час введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище біля осердя обертового черв'яка відбувається практично вдвічі швидше, ніж під час введення диспергованого матеріалу біля зовнішнього радіуса обертового черв'яка. Тому доцільним є використання варіанту введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище біля осердя обертового черв'яка.

Запропоновані алгоритми та методика числових розрахунків, які дають можливість аналізувати розподіл течії полімерних матеріалів у формувальних каналах полімерного устаткування з рухомими та нерухомими деформівними стінками. Розроблені математична модель та методика можуть застосовуватись для практичного використання в проєктуванні формувального устаткування і оптимізації його конструктивно-технологічних параметрів.

Отримані дані дозволяють прогнозувати величину й характер деформації формувальних елементів та врахувати її вплив на рівнотовщинність виробу, що формується. Проведені уточнені числові експерименти дозволили сформулювати рекомендації для розробників та експлуатаційників полімерного обладнання.

Запропонована методика моделювання й проєктування екструзійних головок, яка дозволяє визначати необхідну конфігурацію екструзійної головки й зокрема її випускного отвору (фільери) для досягнення заданої форми перерізу екструдату після його стабілізації.

Отримано розподіл технологічних напружень по довжині труби за різних режимів процесу охолодження. Результат розрахунків дав змогу встановити, що

найбільші напруження виникають за умови двостороннього охолодження водою, які можуть призвести до погіршення якості труби. Найбільш ефективним з точки зору «інтенсивність охолодження – технологічні напруження» є двостороннє комбіноване охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітря).

Розроблено методики експериментальних досліджень закономірностей процесів живлення екструдера гранульованим полімером, плавлення, розширення екструдату після його виходу з формувального інструменту. Створено експериментальні установки. Проведено дослідження, які дозволили встановити фізичні властивості різних полімерних матеріалів на різних стадіях процесу екструзії.

Наведено розроблені та запатентовані конструкції установок для дослідження коефіцієнтів тертя та бічного тиску гранульованих матеріалів, основних конструктивних елементів екструдерів, конструктивні пропозиції з удосконалення конструкцій екструзійних головок та методики їх проектування.

Науково-технічні результати дисертаційної роботи впроваджено в навчальному процесі, у промислових зразках переробного обладнання у вигляді технологічних рекомендацій на ТОВ НВП «ІНКОС», м. Чернігів, ТОВ НВП «Енергія 2000» (м. Київ), ПАТ НВП «Більшовик» (м. Київ), ТОВ «Гамапласт Україна» (м. Бориспіль).

Ключові слова: полімер, екструзія, змішування, плавлення, моделювання, формування, охолодження.

Список опублікованих праць за темою дисертації

1. Сівецький В. І., Сідоров Д. Е., Сокольський О. Л. Комп'ютерне моделювання та проектування екструзійного полімерного устаткування : монографія. Київ : НТУУ "КПІ", 2006. 174 с.
2. Моделювання задач гідропружності в процесах формування полімерних виробів : монографія / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок. Київ : НТУУ "КПІ", 2009. 106 с.
3. Пристінні ефекти в процесах переробки полімерних матеріалів : монографія / В. І. Сівецький, О. С. Сахаров, О. Л. Сокольський, Д. Д. Рябінін. Київ : НТУУ КПІ, 2009. 140 с.

4. Сахаров О. С., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Моделювання процесів плавлення та гомогенізації полімерних композицій в черв'ячному устаткуванні : монографія. Київ : ВП «Едельвейс», 2012. 120 с.

5. Пристинні ефекти в процесах течії полімерів у каналах переробного обладнання : монографія / І. І. Івіцький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок. Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2016. 136 с.

6. Коваленко К. Г., Сокольський О. Л., Сівецький В. І. Екструзійне формування полімерних погонажних виробів з урахуванням в'язкопружних властивостей : монографія. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 108 с.

7. Sokolskiy O. L., Ivitskiy I. I. Analysis of approaches to simulation of mixing processes in equipment for polymer processing // General and complex problems of technical sciences: experience of EU countries and implementation in the practice of Ukraine : Collective monograph. Riga : Izdevnieciba "Baltija Publishing", 2019. P. 264–282.

8. Modeling the mixing of polymeric composites in an extrusion drum mixer / A. S. Sakharov, A. E. Kolosov, A. L. Sokolskii, V. I. Sivetskii // Chemical and Petroleum Engineering. March 2012. Volume 47. No. 11–12. P. 799–805. DOI: 10.1007/s10556-012-9553-z (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

9. Modeling of Polymer Melting Processes in Screw Extruder Channels / A. S. Sakharov, A. E. Kolosov, A. L. Sokolskii, V. I. Sivetskii // Chemical and Petroleum Engineering. September 2013. Vol. 49. Issue 5–6. P. 357–363. DOI: 10.1007/s10556-013-9755-z (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

10. Design of an Extrusion Die for Plastic Profiles / K. G. Kovalenko, V. I. Sivetskii, A. L. Sokol'skii // Chemical and Petroleum Engineering. January 2014. Vol. 49. Issue 9. P. 675–678. DOI: 10.1007/s10556-014-9817-x. (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

11. Modelling of polymer melting in screw extruder channels / M. S. Kushnir, V. I. Sivetskii, A. L. Sokol'skii, K. G. Kovalenko // Chemical and Petroleum Engi-

neering. 2014. Vol. 49, Issue 11. P. 742–747. DOI: 10.1007/s10556-014-9828-7. (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

12. Improvement of the technology of thermal gluing by a melt of polymer additive material / O. L. Sokolskyi, A. Ya. Karvatskii, I. O. Mikulionok, Yu. Yu. Herasimenko // *Voprosy khimii i khimicheskoi tekhnologii*. 2018. N. 5. P. 154–160. (Входить до наукометричної бази Scopus).

13. Ivitskiy I. I., Sokolskii A. L., Mikulionok I. O. Influence of a lubricant on the flow parameters of a molten polymeric material in channels of forming devices // *Chemical and Petroleum Engineering*. May 2017. Vol. 53. N. 1–2. P. 84–88. DOI 10.1007/s10556-017-0299-5. (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

14. Realization of the reverse problem of geometrical modeling in designing of die heads for the production of polymer products / A. L. Sokolskii, K. G. Kovalenko, V. I. Sivetskii, E. P. Kolosova // *Voprosy khimii i khimicheskoi tekhnologii*. 2018. N 2. P. 109–114. (Входить до наукометричної бази Scopus).

15. Pressure and temperature influence on the friction coefficient of granular polymeric materials on the metal surfaces / V. Vytvytskyi, I. Mikulionok, O. Sokolskyi, O. Gavva // *Ukrainian Food Journal*. 2017. Vol. 6. Issue 3. P. 543–552. (Входить до наукометричної бази Web of Science).

16. Sakharov A. S., Sivetskii V. I., Sokolskii A. L. Extrusion molding of polymers with allowance for near-wall slip // *Chemical and Petroleum Engineering*. July 2011. Vol. 47. N. 3–4. P. 231–237 (Іноземне видання).

17. Сахаров О. С., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Дискретні математичні моделі для розрахунку пружнов'язкопластичних середовищ із змінною стисливістю при термосилових навантаженнях // *Наукові вісті КПІ*. 2008. № 6. С. 74–82.

18. Чисельне моделювання течії в'язкопластичних середовищ з урахуванням пружності конструктивних елементів обладнання / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, В. Ю. Щербина // *Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»*. Серія «Машинобудування». 2009. № 55. С. 71–82.

19. Моделирование процесса смешения полимерных композиций в экструзионном смесителе барьерного типа / А. С. Сахаров, А. Е. Колосов, А. Л. Сокольский, В. И. Сивецкий // Химическое и нефтегазовое машиностроение (Москва). 2011. № 12. С.3–7. (Іноземне видання).

20. Моделювання плавлення полімеру в каналі черв'ячного екструдера / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, І. І. Івіцький, В. О. Олексішен // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». № 1. 2012. С.60–63.

21. Математичне моделювання процесу змішування в коаксіальному зазорі / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, С. В. Бех // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2012. № 2/5 (56). С. 47–50.

22. Модели процессов плавления полимеров в каналах червячных машин / А. С. Сахаров, А. Е. Колосов, В. И. Сивецкий, А. Л. Сокольский // Химическое и нефтяное машиностроение (Москва). 2013. № 6. С. 3–7. (Іноземне видання).

23. Моделювання гідродинаміки та гомогенізації полімерних композицій в динамічному змішувачі екструдера / В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, О. В. Рослов // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Серія «Нові рішення в сучасних технологіях». 2013. № 26 (999). С. 88–92.

24. Числове моделювання впливу пристінного шару на процес течії полімеру в переробному обладнанні / О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок // Хімічна промисловість України. 2013. № 6 (119). С. 34–37.

25. Методика розв'язання оберненої задачі екструзійного формування термoplastів / К. Г. Коваленко, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок // Обработка материалов давлением: Сборник научных трудов. 2013. № 4 (37). С. 177–183.

26. Коваленко К. Г., Сивецкий В. И., Сокольский А. Л. Проектирование экструзионного формующего инструмента для пластикового профиля // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 10. С. 25–27. (Іноземне видання).

27. Моделирование процесса течения расплава полимера при выходе из формующего инструмента экструдера / К. Г. Коваленко, А. Е. Колосов, В. И. Сивецкий, А. Л. Сокольский // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 12. С. 15–19. (Іноземне видання).

28. Моделирование процесса плавления полимеров в каналах червячных экструдеров / М. С. Кушнир, В. И. Сивецкий, А. Л. Сокольский, К. Г. Коваленко // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 11. С. 29–33. (Іноземне видання).

29. Сокольський О. Л. Вплив конструктивних і технологічних параметрів процесу формування термопластів на якість екструдованої продукції // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2014. № 1. С. 40–44.

30. Дослідження реологічних властивостей полімерних матеріалів у каналах екструзійної головки / К. Г. Коваленко, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок // Хімічна промисловість України. 2014. № 3. С. 54–58.

31. Визначення в'язкості пристінного шару у формуючих каналах обладнання для переробки полімерів / О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок // Наукові вісті КПП. 2014. № 2. С. 66–69.

32. Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Соколенко В. В. Інтенсифікація охолодження накладеної на жили кабельних виробів полімерної або гумової ізоляції // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2014. № 2 (13). С. 28–36.

33. Дослідження термомеханічного стану охолоджуваних полімерних труб / І. О. Крутась, І. О. Мікульонок, А. Д. Петухов, О. Л. Сокольський // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2013. № 1 (11). с. 35–40.

34. Порівняльний аналіз ефективності стабілізації тиску із застосуванням регульованого і нерегульованого електропривода екструдера / О. М. Халімовський, О. Л. Сокольський, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок, А. А. Ніколаєв // Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2016. № 2. С. 80–83.

35. Івіцький І. І., Сокольський О. Л. Експериментальні дослідження процесу плавлення полімеру // Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки. Том 29 (68). № 3. 2018. С. 14–19.

36. Сахаров О. С., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Розроблення скінченноелементної математичної моделі пружнов'язкопластичних середовищ із змінною стисливістю при термосилових навантаженнях. // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2008. № 2. С. 16–27.

37. Формування полімерних матеріалів. Дослідження впливу геометричних параметрів каналів обладнання на величину пристінних ефектів / І.І. Івіцький, О.Л. Сокольський, І.О. Мікульонок, В.І. Сівецький // Хімічна промисловість України. 2015. № 4. С. 41–44.

38. Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Витвицький В. М. Гранульовані полімерні матеріали. Експериментальне дослідження коефіцієнта тертя по металевій поверхні // Хімічна промисловість України. 2016. № 2. С. 41–44.

39. Патент № 31538 Україна, МПК В29С 47/14. Плоскощільнна екструзійна головка / Сівецький В. І., Сокольський О. Л., Півненко С. В. – u№ 200714324; заявл. 19.12.2007, опубл. 10.04.08, Бюл. №7.

40. Патент № 82157 Україна, МПК В29С 47/14. Головка екструзійна / Сівецький В. І., Рослов О. В., Сокольський О. Л., Коваленко К. Г., Івіцький І. І. – u№ 201300518; заявл. 15.01.2013; опубл. 25.07.2013, Бюл. № 14.

41. Патент № 82205 Україна, МПК В29С 47/14. Головка екструзійна / Сівецький В. І., Рослов О. В., Сокольський О. Л., Коваленко К. Г., Івіцький І. І. – u№ 201300518; заявл. 15.01.2013; опубл. 25.07.2013, Бюл. № 14.

42. Патент № 93215 Україна, МПК В29С 47/38. Змішувальна секція черв'ячного екструдера / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л. – u№ 201403163; заявл. 28.03.2014, опубл. 25.09.2014, Бюл. №18.

43. Патент № 93385 Україна, МПК В29И 17/00. Черв'як екструдера / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Федченко Є. О. – u№ 201404917; заявл. 08.05.2014, опубл. 25.09.2014, Бюл. №18.

44. Патент № 102908 Україна, МПК (2006.01) B29C 47/60. Черв'як екструдера / Сокольський О. Л., Мікульонок І. О., Івіцький І. І. – u201504969, заявл. 21.05.2015; опубл. 25.11.2015, Бюл. № 22.

45. Патент № 101451 Україна, МПК (2006.01) H01B 13/14. Спосіб виготовлення кабельного виробу / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Соколенко В. В. – u201503098, заявл. 03.04.2015; опубл. 10.09.2015, Бюл. № 17.

46. Патент № 107473 Україна, МПК (2006.01) G01N 19/02. Установка для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя кускового або сипучого матеріалу / Сокольський О. Л., Мікульонок І. О., Швачко Д. Г., Витвицький В. М. – u201511736, заявл. 27.11.2015; опубл. 10.06.2016, Бюл. № 11.

47. Патент № 124170 Україна, МПК (2006.01) G01N 19/02. Пристрій для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя сипкого матеріалу / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Витвицький В. М., Швачко Д. Г. – u201710073, заявл. 18.10.2017; опубл. 26.03.2018, Бюл. № 6.

48. Порівняльне дослідження рівнянь стану для поліетилену марки 20806-010 / М. С. Кушнір, О. Л. Сокольський, С. О. Борщик, О. В. Соловей // Збірник доповідей науково-практичної конференції студентів, аспірантів та науковців. Київ : Січка, 2011. С. 94–96.

49. Математичне моделювання процесу змішування в коаксіальному зазорі / С. В. Бех, М. С. Кушнір, О. Л. Сокольський, О. С. Сахаров, В. І. Сівецький. Математичне моделювання процесу змішування в коаксіальному зазорі // Збірник матеріалів VI Міжнародної науково-технічної WEB-конференції «Композиційні матеріали». Київ : 2012. С. 158–159.

50. Математичне моделювання процесу плавлення полімеру в каналі черв'ячного екструдера / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, В. О. Олексішен, І. І. Івіцький. Математичне моделювання процесу плавлення полімеру в каналі черв'ячного екструдера // Збірник доповідей науково-практичної конференції студентів, аспірантів та науковців «Ресурсоенергоефективні процеси, технології та обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів». Київ : Січка, 2012. С. 25–28.

51. Численное моделирование влияния пристенного слоя на процесс течения полимера в перерабатывающем оборудовании / В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок, О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький. // Materiały IX międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «Perspektywiczne opracowania są nauką i technikami-2013», Vol. 31. Przemysł : Nauka i studia, 2013. P. 26–28.

52. Моделювання течії розплаву полімеру на виході з формуючого інструмента екструдера / К. Г. Коваленко, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський // Наук.-практ. конф.: Ресурсоенергоефективні процеси, технології та обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів: Зб. доп. – Київ : Січкап, 2013. С. 51–52.

53. Sokolskyi A. L., Ivitskyi I. I. Method of Accounting Wall Slip Polymer in Modeling Channel Processing Equipment // Modern Scientific Research and their Practical application. 2014. N 21410. P. 137–140.

54. Методика визначення наявності та природи пристінних ефектів при течії полімерних матеріалів / В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. М. Куриленко // Збірник доповідей всеукраїнської науково-практичної конференції «Ефективні процеси та обладнання хімічних виробництв та пакувальної техніки». Київ : НТУУ «КПІ», 2015. С. 51–52.

55. Микулёнок И. О., Сокольский А. Л., Соколенко В. В. Обобщённый подход к математическому моделированию непрерывных процессов переработки термопластов // Materials of the XI International scientific and practical conference «Modern scientific potential – 2015», 28.02.15–07.03.2015. Vol. 33. «Physics. Chemistry and chemical technology». Great Britain, Sheffield : Science and education LTD. P. 52–55.

56. Івіцький І. І., Сокольський О. Л., Мікульонок І. О. Комп'ютерне моделювання течії розплаву полімерних матеріалів у програмному комплексі ANSYS POLYFLOW // Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем : матеріали І Всеукраїнської науково-технічної конференції (м. Дніпропетровськ, 3–5 листопада 2015 р.). Дніпропетровськ : ДНБЗ УДХТУ, 2015. С. 79–81.

57. Витвицький В. М., Сокольський О. Л., Мікульонок І. О. Вплив навантаження та температури на коефіцієнт тертя деяких полімерів по металу // XI Всеукраїнська студентська науково-практична конференція з питань пакувальної індустрії, 8.11.2016 р. Тези доповідей: додаток до журналу «Упаковка». Київ : НУХТ, 2016. С. 20–23.

58. Івіцький І. І., Сокольський О. Л., Мікульонок І. О. Методика проведення числових досліджень концентрації розплаву полімеру під час плавлення у каналі шнека екструдера // Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем : матеріали IV Міжнародної науково-технічної конференції (м. Дніпро, ДНВЗ УДХТУ, 1–2 листопада 2018 р.). Дніпро : Баланс-клуб, 2018. С. 69–70.

59. Експериментальні дослідження триботехнічних властивостей гранульованих полімерних матеріалів / В. М. Витвицький, С. В. Бардашевський, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок // Aktuelle Themen im Kontext der Entwicklung der modernen Wissenschaften: der Sammlung wissenschaftlicher Arbeiten «ΛΟΓΟΣ» zu den Materialien der internationalen wissenschaftlich-praktischen Konferenz, Dresden, 23 Januar, 2019. Dresden : NGO «Europäische Wissenschaftsplattform», 2019. P. 58–60.

ANNOTATION

Sokolskyi O.L. Scientific basis development of equipment and polymers processes by extrusion. – The manuscript.

Dissertation for Doctor of Science Degree in Specialty 05.05.13 – Machines and Apparatuses of Chemical Production. – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", MES of Ukraine, Kyiv, 2020.

The thesis is devoted to research of features of equipment and processes for the preparation, mixing melt compositions based on the matrix of the first polymer with another polymer, liquid or disperse fillers and products formation for conditions including nonlinear behavior of materials, heat transfer, phase transitions and other features of technological processes.

Using the results will enable to reduce the time and cost of designing new equipment by replacing the structural adjustments of multiple mechanical proofs on numerical experiments and computer-aided design of structural elements depending on depending on the polymeric materials properties. The findings, techniques, constructive proposals and recommendations provided by the results of the work will make it possible to increase the competitiveness of the development of domestic designers of polymer equipment and manufacturers of polymer products, to replace imported polymer products and equipment with domestic analogues.

The analysis of the current state of research extrusion equipment and processes showed insufficient studies features motion polymer was their materials in the areas of power and fusion. The mechanical properties of granular polymers are found to differ from continuous materials, especially at low pressure. In order to obtain sufficient accuracy of the calculations of the feed process, the corresponding accuracy of the functions that describe the dependence of the coefficients of friction, lateral pressure, compressibility of the granules, etc. is required.

When modeling the polymer melting process, the calculated values of the relative plane of the tube along the length of the worm channel are significantly different from the experimental ones. Existing methods of calculating mixing quality indicators are based on certain average values and do not allow detailed analysis of the influence of design features of equipment on mixing quality indicators, determination of stagnant zones, etc.

When considering molding equipment, the effects of viscosity of the polymers are usually neglected. Failure to account for these effects may result in the mismatch of extruded polymer products to a given shape and size.

When designing calibration and cooling devices, irregular or too intense cooling causes the formation of technological stresses in the wall of the product, which can impair the quality and cause the appearance of defects. It is therefore necessary to calculate and evaluate the temperature distribution and stress-strain state caused by the product.

Developed refined mathematical models of three-dimensional motion of non-isothermal rheological complex environments freeform channels with mobile and fixed elements taking into account the effects of wall and elastic deformation of structural elements.

Implementation of the developed physical model on the basis of hydrodynamic modeling systems showed the possibility of correct task of the calculation scheme and interpretation of the obtained results by means of these systems and allowed to obtain scientifically valid parameters of the polymer melting process in the screw channel and the design parameters of the melting zone. In this case, explanations of well-known effects, which do not fit into the framework of previously created models, were obtained.

Fundamentally new physical and mathematical models of polymer melting in the extruder channel have been developed, the essence of which is that the melting process is divided into two stages. First, the surface layer of the solid tube is destroyed, which passes into the layer of the liquid mixture from the solid and liquid phases, and then under the action of dissipative heat, the solid part melts into the volume of the mixture. The mathematical models are sampled based on the moment scheme of the finite element method. It allows to carry out hydrodynamic analysis of processes of formation of polymeric materials into products and to carry out calculations of the strength and durability of structures under thermo-force loads.

On the basis of the developed models, the calculations of the melting zone of the extruder were performed and the features of the temperature field, velocity field, distribution of the viscosity value and the melting process of the solid polymer tube were revealed. The evolution of the destruction and melting processes of the granule tube is investigated and the main factors that significantly influence these processes are identified. Effects were found that are not taken into account by many existing models of polymer melting process.

Based on the developed models, calculations of the melting zone of the extruder were performed and the features of the temperature field, velocity field, viscosity distribution and melting process of the solid polymer tube were revealed.

The evolution of the destruction and melting processes of the granule tube is investigated and the main factors that significantly influence these processes are identified. Effects were found that are not taken into account by many existing models of polymer melting process.

It has been found that the heat due to the friction of the material against the wall of the equipment and the viscous strain dissipation energy play a major role in the temperature distribution in the melting zone. There is a noticeable uneven distribution of speeds in sections along the channel. Thus, convective heat exchange occurs along the screw channel, which is not taken into account by many existing models of polymer melting process. Experimental and numerical studies show that with the destruction of residues of the melting tube does not end, there is a risk of removal of solid particles of polymer into the molding zone, which can lead to defects in the products.

A mathematical model has been created to model the processes of homogenization, mixing of viscous liquids with other components and with each other. Discrete mathematical models of the flow of molten polymer compositions in mixing channels have been developed. A generalized mathematical model for the study of the flow of nonlinearly viscous fluids is developed taking into account the elastic deformation of the structural elements of channels of technological equipment.

A mathematical model of the process of temperature homogenization of a polymer melt is proposed on the basis of the relations of nonlinear mechanics of continuous deposits. Numerical simulations of the process of temperature homogenization in a barrier mixer were performed, the basic regularities were determined and its rational parameters were determined.

The regularities of the distribution of the dye concentration in the mixing zones of different design are investigated. The transfer of the dispersion component in the polymer melt moving in the channel of the dynamic mixer occurs mainly near the moving wall.

The results of numerical studies have shown that increasing the length of the mixing channel does not lead to significant changes in the concentration of the dye,

but only leads to an increase in unevenness in the local areas of the section. Thus, long mixing channels with homogeneous mixing conditions are ineffective compared to the short channel system.

The distribution of the dye concentration in the coaxial gap was investigated. To improve the mixing process in the channel, radial structural elements are required, which disrupt the flow in the radial direction, forming circulating zones. In the absence of such structural elements, mixing occurs only in the circumferential direction due to shear deformation.

Since the mixing quality is not the same for different values of the length and the number of revolutions, it is advisable to use a longer mixer zone when using dynamic mixers than to increase the rotational speed of the rotor.

The dependence of mixing efficiency on the ratio of the viscosities of the dispersion medium to the dispersed material is investigated. For greater mixing efficiency, it is advisable to introduce the dispersed material into the coaxial mixing channel when rotating the outer cylinder.

Mixing of two polymers in the screw channel was investigated. The presented results illustrate the effectiveness of numerical methods of analysis of the mixing capacity of polymer equipment on the basis of the developed method of investigation of the fields of concentration distribution of the components of the mixture by analogy with the temperature distribution of the polymer at its flow in the working channels.

It has been found that when the dispersed material is introduced into the dispersion medium at the core of the rotating screw, it is practically twice as fast as when the dispersed material is introduced near the outer radius of the rotating screw. Therefore, it is advisable to use the option of introducing the dispersed material into the dispersion medium at the core of the rotating screw.

Algorithms and methods of numerical calculations are proposed, which make it possible to analyze the flow distribution of polymeric materials in the molding channels of polymeric equipment with movable and fixed deformable walls. The developed mathematical model and methodology can be used for practical use in the

design of molding equipment and optimization of its structural and technological parameters.

The obtained data allow us to predict the magnitude and nature of deformation of the molding elements and to take into account its effect on the equality of the formed product. Conducted refined numerical experiments allowed us to formulate recommendations for developers and operators of polymer equipment.

A method of modeling and design of extrusion dies, which allows to determine the necessary configuration of the extrusion die and in particular its outlet to achieve the desired shape of the section of the extrudate after its stabilization is offered.

The distribution of technological stresses along the length of the pipe under different modes of the cooling process was obtained. The result of the calculations made it possible to establish that the highest stresses occur under the conditions of bilateral cooling of water, which can lead to a deterioration of the quality of the pipe. The most effective from the point of view of "cooling intensity – technological stresses" is two-way combined cooling (external – water, internal – air).

Methods of experimental investigations of the regularities of the processes of feeding the extruder with a granular polymer, melting, extending the extrudate after its exit from the forming tool have been developed. Experimental settings have been created. Studies have been carried out to determine the physical properties of different polymeric materials at different stages of the extrusion process.

The developed and patented installations for the study of the coefficients of friction and lateral pressure of granular materials, the main structural elements of the extruders, design proposals for the improvement of the structures of the extrusion dies and methods of their design are presented.

The scientific and technical results of the dissertation work were implemented in the educational process, in industrial samples of processing equipment in the form of technological recommendations at LLC NPP "INKOS" (Chernihiv), LLC NPP "Energy 2000" (Kyiv), Bolshevik Scientific and Production Enterprise (Kyiv), LLC "Gama-plast" (Boryspil).

Key words: polymer extrusion, mixing, melting, modeling, forming, cooling.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ.....	2
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ І СКОРОЧЕНЬ	25
ВСТУП.....	27
1 ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ ПРОЦЕСІВ ТА ОБЛАДНАННЯ ЕКСТРУЗІЙНОГО ПЕРЕРОБЛЕННЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ	39
1.1 Використання термопластичних полімерів і пластмас.....	39
1.2 Класифікація термопластичних матеріалів та їхні основні технологічні властивості.....	44
1.2.1 Класифікація термопластичних матеріалів.....	44
1.2.2 Технологічні властивості термопластичних матеріалів	48
1.3 Аналіз екструзійних методів перероблення термопластичних матеріалів та обладнання для їх реалізації	60
1.4 Аналіз моделювання процесів та обладнання екструзійного перероблення термопластичних матеріалів.....	70
1.4.1 Живлення екструдера гранульованим термопластичним матеріалом	70
1.4.2 Плавлення гранульованих термопластичних матеріалів у черв'ячному каналі.....	74
1.4.3 Змішування розплавів полімерів.....	80
1.4.4 Формування виробів.....	86
1.4.5 Постформувальне оброблення зекструдованих виробів	93
1.5 Висновки і завдання досліджень.....	94
2 ЗАГАЛЬНІ ЗАСАДИ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСТРУЗІЙНИХ ЛІНІЙ ДЛЯ ПЕРЕРОБЛЕННЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ.....	97
2.1 Узагальнена математична модель течії термопластичних матеріалів	97
2.2 Узагальнена математична модель течії багатокомпонентних середовищ	100
2.2.1 Рівняння збереження	102
2.2.2 Рівняння стану.....	114

	22
2.3 Математична модель процесу живлення термопластичних матеріалів	118
2.4 Фізична та математична моделі процесу плавлення термопластичних матеріалів.....	120
2.4.1 Фізична модель плавлення	120
2.4.2 Математична модель стаціонарних процесів плавлення	124
2.4.3 Математична модель для двофазної суміші	125
2.5 Математична модель процесу змішування термопластичних матеріалів ...	129
2.6 Математична модель гомогенізації розплавів полімерів	131
2.7 Основні засади моделювання процесів формування	133
2.8 Висновки.....	152
3 МОДЕЛЮВАННЯ ЧЕРВ'ЯЧНИХ ЕКСТРУДЕРІВ.....	154
3.1 Моделювання процесу живлення гранульованих матеріалів	154
3.2 Моделювання процесу плавлення термопластичних матеріалів.....	163
3.2.1 Перевірка адекватності математичної моделі плавлення.....	163
3.2.2 Моделювання процесу плавлення полімеру.....	171
3.3 Результати моделювання процесу температурної гомогенізації у бар'єрному змішувачі.....	196
3.4 Моделювання процесів змішування	221
3.4.1 Моделювання розподілу концентрації барвника в коаксіальному зазорі динамічних змішувачів.....	221
3.4.2 Аналіз результатів числових експериментів процесів змішування розплавів полімерів з барвниками в коаксіальному зазорі з радіальними бар'єрами.....	229
3.5 Аналіз результатів числових експериментів розподілу диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі в коаксіальному зазорі	241
3.5.1 Аналіз результатів тестової задачі.....	241
3.5.2 Дослідження процесу змішування двох полімерів у коаксіальному зазорі з різними величинами обертових швидкостей.....	244
3.5.3 Дослідження процесу змішування двох полімерів у коаксіальному зазорі з різними обертовими циліндрами	248

3.6 Аналіз результатів числових експериментів з дослідження розподілу концентрації диспергованого полімерного матеріалу в дисперсійному середовищі в черв'ячному каналі	253
3.7 Висновки.....	258
4 МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМУВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ	262
4.1 Класифікація формувальних пристроїв черв'ячних екструдерів	262
4.2 Моделювання формувальних пристроїв з урахуванням пружності конструктивних елементів обладнання.....	263
4.2.1 Моделювання процесу формування в міжвалковому зазорі черв'ячно-валкового агрегату	263
4.2.2 Зв'язане моделювання процесу формування в плоскощілинній головці	271
4.3 Висновки.....	274
5 МОДЕЛЮВАННЯ ПОСТЕКСТРУЗІЙНИХ ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОЦЕСІВ	275
5.1 Моделювання формувальних пристроїв черв'ячних екструдерів з урахуванням в'язкопружних властивостей полімерних матеріалів	275
5.1.1 Моделювання стану полімеру з урахуванням в'язкопружних властивостей	275
5.1.2 Течія крізь кільцевий циліндричний канал.....	279
5.1.3 Течія крізь формувальний канал круглого поперечного перерізу	280
5.1.4 Течія крізь формувальний канал прямокутного поперечного перерізу....	281
5.1.5 Моделювання течії розплаву крізь формувальний канал порожнього квадратного поперечного перерізу.....	283
5.1.6 Моделювання течії розплаву через формувальний канал промислової головки.....	285
5.1.7 Обернене проектування каналів екструзійної головки	287
5.2 Моделювання напружено-деформованого стану зекструдованих полімерних труб.....	291
5.2.1 Фізична модель процесу.....	291
5.2.2 Вплив процесу охолодження на ефективність процесу і якість труби	291
5.3 Висновки.....	297

6 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ПЛАВЛЕННЯ ТА ФОРМУВАННЯ	298
6.1 Експериментальні дослідження процесу плавлення гранульованих термопластів у пристрої типу «конус–площина»	298
6.2 Дослідження процесу плавлення термопластів у черв'ячному каналі	302
6.3 Експериментальна установка та методика дослідження параметрів реологічної моделі ФТТ	305
6.4 Висновки.....	310
7 ВПРОВАДЖЕННЯ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ	311
7.1 Установка для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя кусового або сипучого матеріалу.....	311
7.2 Установка для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя сипучого матеріалу.....	312
7.3 Змішувальна секція черв'ячного екструдера.....	312
7.4 Черв'як екструдера	314
7.5 Плоскощілинна екструзійна головка.....	316
7.6 Вдосконалення та обґрунтування нових конструктивних рішень співекструзійних головок	317
7.7 Вдосконалення методики проектування екструзійних головок	319
7.8 Висновки.....	320
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	321
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	324
ДОДАТКИ	344
ДОДАТОК А Список публікацій за темою дисертації.....	345
ДОДАТОК Б Розрахунок похибок вимірювання фізичних величин	353
ДОДАТОК В Документи, що підтверджують впровадження результатів роботи	363

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ І СКОРОЧЕНЬ

\dot{D} – швидкість зміни тензора деформації, s^{-1} ;

De – число Дебори;

I – одиничний тензор;

F_{slip} – коефіцієнт ковзання на поверхні каналу, $kg/(m^2 \cdot s)$;

e_{slip} – параметр матеріалу;

k – коефіцієнт тертя;

L – довжина каналу, мм;

n – індекс течії;

P – тиск, Па;

T – температура, $^{\circ}C$;

Q – об'ємна витрата, mm^3/s ;

$\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву, s^{-1} ;

ξ – матеріальний параметр, який контролює зсувну в'язкість;

ε – матеріальний параметр, який контролює розширювальну здатність розплаву;

v – швидкість, м/с;

λ_1 – час релаксації для розплаву, с;

λ_2 – час ретардації для розплаву, с;

∇ – оператор Гамільтона, m^{-1} ;

η – постійна зсувна в'язкість, $Pa \cdot s$;

η_1 – динамічна в'язкість, $Pa \cdot s$;

η_2 – об'ємна в'язкість, $Pa \cdot s$;

η_r – неньютонівський внесок у загальну в'язкість, $Pa \cdot s$;

ρ – густина, kg/m^3 ;

τ_1 – в'язкопружна компонента;

τ_2 – пружна компонента;

∇ τ – верхня конвективна похідна; Δ τ – нижня конвективна похідна.

Основні скорочення:

КПІ ім. Ігоря Сікорського – Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

НВП – науково-виробниче підприємство (при назві установи);

ПАТ – публічне акціонерне товариство (при назві установи);

ПВХ – полівінілхлорид;

ПЕНГ – поліетилен низької густини;

ПЕВГ – поліетилен високої густини;

ПС – полістирол;

ТОВ – товариство з обмеженою відповідальністю (при назві установи);

ФТТ – Фан-Тьєн-Таннер;

ФР – Флетчер-Рівс.

ВСТУП

У світі існує стабільний попит на вироби із полімерних матеріалів. Понад 70 % з них – це екструдовані погонажні вироби. Водночас для забезпечення внутрішнього ринку імпорту пластмасових виробів сягає 30 %, причому значну питому вагу імпорту становили екструзійні вироби складної геометричної форми [1]. Підвищується складність екструдованих профільних виробів, вимоги до їхньої якості, точності та стабільності розмірів, фізико-механічних показників. Задоволення потреб у вітчизняних екструдованих виробах складної конфігурації неможливе без використання сучасних числових методів розрахунків з визначенням раціональних технологічних і конструктивних параметрів обладнання та екструзійних процесів, з урахуванням взаємного впливу різних стадій.

Найбільш достовірні результати наразі отримані при моделюванні стаціонарних двовимірних гідродинамічних і теплових процесів. У той же час геометрія формуючих каналів та полімерних виробів ускладнюється, а розплави полімерних матеріалів, з яких формують полімерні вироби, змінюють свої властивості в процесах підготовки та під час формування. Це ускладнює моделювання вказаних процесів, особливо за наявності вільних та контактуючих поверхонь на виході з формувальних каналів та в зоні калібрування.

Моделювання окремих стадій технологічного процесу формування екструдованих виробів складної форми ускладнюється тим, що робочі канали формувального устаткування мають різноманітну геометрію, деформаційні і теплові режими. Ці чинники взаємно пов'язані зі зміною реологічних властивостей полімерних матеріалів на різних стадіях процесу перероблення.

Також для збільшення точності необхідно враховувати ефекти, які часто не враховувались через складність їх визначення, проте можуть мати значний вплив на перебіг процесів перероблення й формування полімерних виробів. До таких ефектів на різних стадіях процесу екструзії можна віднести: тертя кочення гранул полімеру; пористу структуру полімерної пробки; неоднорідність властивостей розплаву полімеру в перерізах каналів, в'язкопружні

властивості розплавів; утворення залишкових напружень у процесах калібрування та охолодження полімерних виробів тощо.

Для підвищення конкурентоспроможності розробок вітчизняних проєктувальників екструзійного обладнання та виробників екструдованої полімерної продукції шляхом заміни імпортованих полімерних виробів та обладнання вітчизняною продукцією необхідно розроблення наукових засад та уточнених методів розрахунків параметрів технологічних процесів приготування полімерних композицій та їх послідовного формування у вироби.

Незважаючи на те, що процеси змішування і диспергування набувають надзвичайно великого значення у виробництві й використанні термопластичних полімерів для виготовлення виробів із композиційних матеріалів, на сьогодні ці процеси і пристрої ще розраховують і проєктують із недостатньою точністю.

Через складність геометрії робочих органів обладнання, визначення законів стану полімерних матеріалів від зміни діючих факторів у різних ділянках каналів і розподілу компонентів композиції в кожен момент часу, точні аналітичні залежності для визначення показників якості змішування можливо отримати лише для найпростіших зразків геометрії робочих органів і умов перебігу технологічних процесів.

У багатьох методах розрахунків змішувальна ефективність обладнання оцінюється не безпосередньо за концентрацією компонентів у пробах, а опосередковано, за такими параметрами, як накопичена деформація зсуву, час та інтенсивність зсувного деформування, зсувні напруження і т. д. Як правило, ці показники є занадто загальними і не завжди дають можливість отримати повну інформацію про якість процесу змішування та отримуваної суміші.

Велику увагу вивченню процесу екструзійного перероблення полімерних виробів та його моделюванню приділяли такі вчені як Бартенев Г. М., Бернхард Е., Брагінський В. А., Кім В. С., Мак-Келві Д., Мор В., Раувендааль К., Тадмор Е., Торнер Р., Уілкінсон У., вітчизняні вчені Жданов Ю. А., Литвинов В. Г., Лукач Ю. Ю., Мікульонок І. О., Петухов А. Д., Радченко Л. Б., Яхно О. М.

Результати роботи дозволять досліджувати особливості процесів підготовки, змішування розплавів композицій на базі матричного полімеру з іншим полімером, рідким або дисперсним наповнювачем та формування виробів за умов урахування нелінійної поведінки матеріалів, теплообміну, фазових переходів та інших особливостей технологічних процесів. Це дасть змогу скоротити терміни та вартість проєктування нового обладнання шляхом заміни конструктивних уточнень методом багаторазових механічних доведень на числові експерименти і автоматизоване проєктування конструктивних елементів залежно від властивостей полімерних матеріалів. Надані за результатами роботи висновки, методики, конструктивні пропозиції та рекомендації дадуть змогу підвищити конкурентоздатність розробок вітчизняних проєктувальників полімерного обладнання та виробників полімерної продукції, замінювати імпортні полімерні вироби та обладнання вітчизняними аналогами.

Актуальність теми. Розвиток галузі переробки полімерів в Україні безпосередньо пов'язаний з потребою створення нового та удосконалення існуючого обладнання. Для забезпечення необхідних умов виконання та встановлення основних параметрів реалізації технологічних процесів у сучасних економічних умовах розроблювані машини за своїми техніко-економічними показниками не повинні поступатися кращим світовим зразкам. Найактуальнішою проблемою є забезпечення довговічності і продуктивності машини за мінімальних матеріало- та енергоємності. Необхідність підвищення технічного рівня, якості та конкурентоспроможності полімерної продукції потребує безперервного вдосконалення методів розрахунку та технологій їх конструювання. Найпоширенішим процесом виробництва виробів із полімерних матеріалів є екструзія. Аналіз сучасного стану галузі, розробки методів математичного моделювання процесів плавлення, змішування та гомогенізації в'язких і в'язкопластичних середовищ у каналах технологічного обладнання показав недостатній ступінь вивченості цього питання. Засновані на

відомих математичних моделях існуючі методики розрахунку мають обмежений характер і не завжди зручні в інженерній практиці.

Отже, створення наукових засад математичного моделювання обладнання та процесів екструзійного перероблення полімерних матеріалів є актуальним.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботу виконано в Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» відповідно до пріоритетних напрямів розвитку науки і техніки в Україні (Постанова Кабінету Міністрів (КМ) України від 24.12.2001 р., № 1716), Державної програми розвитку промисловості на 2003–2011 роки (Постанова КМ України від 28.07.2003 р., № 1174), а також відповідно до тематики держбюджетних науково-дослідних робіт КПІ ім. Ігоря Сікорського: «Дослідження процесів екструзійного формування виробів з полімерних композиційних матеріалів з застосуванням методів комп'ютерного моделювання» (№ 2759-ф, 2004–2006 рр.; № держреєстрації 0104U000344; замовник – МОН України; автор – виконавець теми); «Розроблення наукових основ моделювання процесів формування погонажних виробів складної геометрії з врахуванням нерівномірності температурних полів і залишкових напружень» (№ 2918-ф; 2006–2008; замовник – МОН України; № держреєстрації 0106U002131; автор – виконавець теми); «Комп'ютерне моделювання неізотермічних процесів переробки вторинних термопластів з урахуванням пристінних ефектів» (тема № 2031-п, 2008–2009 рр.; замовник – МОН України; № держреєстрації 0107U002496; автор – відповідальний виконавець теми); «Створення узагальненої дискретної моделі процесів формування полімерних виробів з урахуванням напружено-деформованого стану конструктивних елементів машин при складному термосиловому навантаженні» (№ 2222-ф; 2009–2011 рр.; № держреєстрації 0198U000331; замовник – МОНмолодьспорт України; автор – виконавець теми); «Розроблення дискретизованих математичних моделей процесів змішування та формування при приготуванні нових полімерних композицій» (№ 2353-п; 2010–2011 рр.; замовник – МОНмолодьспорт України; № держреєстрації 0110U002273, автор – виконавець теми); «Науково-технічні

засади проектування обладнання для формування виробів з полімерних композицій із врахуванням їх в'язкопружних властивостей» (№2824-п; 2015–2015 рр.; № держреєстрації 0115U000178; замовник – МОН України; автор – відповідальний виконавець теми).

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є створення наукових засад математичного моделювання обладнання та процесів екструзійного перероблення термопластичних полімерних матеріалів на всіх стадіях технологічного процесу з урахуванням зміни властивостей зазначених матеріалів під дією зовнішніх і внутрішніх чинників.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані такі завдання:

1. Розробити математичну модель неізотермічної течії обмежено стисливих реологічних середовищ у робочих каналах екструдера та формувального устаткування з урахуванням пружного деформування конструктивних елементів, залишкових напружень, законів стану речовини, внутрішніх дисипативних ефектів і теплообмінних процесів.

2. Розробити уточнену фізичну та математичну моделі плавлення термопластичних полімерів у робочих каналах екструдерів з урахуванням несущільності та багатокомпонентності зазначених матеріалів.

3. Провести числові та експериментальні дослідження закономірностей процесу плавлення термопластичних полімерів у робочих каналах екструдерів.

4. Провести числові та експериментальні дослідження закономірностей процесів змішування полімерів між собою і з дисперсними наповнювачами та гомогенізації в каналах екструдерів.

5. Розробити методику експериментального визначення в'язкопружних властивостей розплавів термопластів.

6. Провести числові та експериментальні дослідження процесів формування полімерних виробів з урахуванням їхніх в'язкопружних властивостей.

7. Розробити методику автоматизованого розрахунку необхідної конфігурації каналів головки з урахуванням в'язкопружного деформування екструдату.

8. Розробити методики моделювання постекструзійних процесів охолод-

ження полімерних виробів з метою мінімізації в них технологічних і залишкових напружень.

9. Розробити рекомендації з впровадження методик розрахунків ефективних обладнання і процесів перероблення полімерних матеріалів методом екструзії.

Об'єкт дослідження – обладнання та процеси екструзійної переробки термопластичних полімерних матеріалів.

Предмет дослідження – параметри процесів та обладнання екструзійної переробки термопластичних полімерних матеріалів, у тому числі й композиційних.

Методи дослідження. Дослідження ґрунтуються на методах математичного моделювання із застосуванням положень теорії суцільного середовища, достовірних гіпотез і адекватних математичних моделей. Застосування апробованих математичних апаратів, числових методів розв'язання рівнянь математичної фізики, розроблених числових методик, алгоритмів і програмного забезпечення. Достовірність результатів досліджень підтверджується аналітичними та експериментальними методами і їх практичною реалізацією.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у створенні наукових засад розробки і вдосконалення обладнання та процесів для перероблення термопластичних матеріалів методом екструзії, що забезпечують можливість визначення раціональних конструктивних параметрів обладнання та режимів його роботи.

Уперше отримані такі наукові результати:

1. Узагальнено математичні моделі течії реологічно складних речовин з урахуванням деформації конструктивних елементів формувального обладнання в процесах формування безперервних і погонажних виробів, що базуються на фундаментальних законах збереження енергії, маси, імпульсу та законів стану речовини. Це дало змогу розглядати всі технологічні стадії та конструктивне оформлення процесу екструзії в комплексі та у взаємозв'язку.

2. Проведено тривимірне моделювання неізотермічних багатофазних процесів екструзійного перероблення полімерних матеріалів та встановлено конструктивні й технологічні чинники, які впливають на них.

3. Запропоновано дискретну математичну модель та методику числових розрахунків, які дають можливість аналізувати особливості течії полімерних матеріалів у формувальних каналах полімерного устаткування з деформівними стінками. Отримані дані дають змогу прогнозувати величину й характер деформації формувальних елементів та врахувати її вплив на відхилення конфігурації одержуваної продукції від заданої.

4. У результаті обробки даних числових експериментів встановлено аналітичні залежності відхилення форми типових перерізів екструдату з в'язкопружними властивостями від заданої форми залежно від режиму перероблення.

5. Запропоновано математичну модель та методику моделювання, яка дає змогу визначати необхідну конфігурацію екструзійної головки для забезпечення заданої форми перерізу екструдату з урахуванням його в'язкопружного розширення.

6. Досліджено взаємозв'язок властивостей полімерних композицій і технологічних режимів їх перероблення з конструктивними параметрами технологічного обладнання, що дасть змогу створювати нові композиційні матеріали, обґрунтовувати технологічні процеси переробки та проєктувати змішувально-формувальне устаткування.

Дістали подальший розвиток:

1. Вдосконалена фізична та математична моделі плавлення полімеру в черв'ячному каналі, які дають змогу більш достовірно розраховувати кінетику процесу й необхідну довжину зони плавлення.

2. Вплив різних чинників на динаміку плавлення полімерів у черв'ячному каналі, що підвищує ефективність проєктування й модернізації екструдерів.

3. Методика проведення уточнених експериментальних досліджень процесу плавлення гранульованих полімерів.

4. Вплив закономірностей процесів змішування та гомогенізації полімерних композицій на раціональні конструктивні й технологічні параметри змішувальних елементів.

5. Вплив розподілу технологічних напружень по довжині труби на вибір раціональної технологічної схеми її охолодження з точки зору «інтенсивність охолодження – технологічні напруження».

Практичне значення одержаних результатів.

Результати досліджень впливу конструктивних особливостей обладнання для перероблення термопластичних матеріалів методом екструзії, режимів його експлуатації, а також властивостей зазначених матеріалів на параметри процесів перероблення стали основою розробки та впровадження методик і рекомендацій щодо науково обґрунтованого проектування, модернізації і вибору обладнання, а також визначення раціональних режимів його експлуатації, зокрема:

1. Методики, аналітичні залежності та конструктивні рекомендації дають змогу значно знизити собівартість проектно-конструкторських робіт і витрати на виготовлення екструзійного устаткування, розробляти нове ефективне обладнання, знизити матеріало- та енергоємність процесів і устаткування з одночасним підвищенням якості виробів.

2. Методика визначення якості суміші, яка полягає в безпосередньому використанні рівнянь масопереносу. Встановлено доцільні схеми та конструктивні параметри змішувального устаткування.

3. Алгоритми та методика зв'язаних числових розрахунків течії полімеру та жорсткості устаткування, які дають можливість прогнозувати величину й характер деформації формувальних елементів та врахувати її вплив на зміни форми одержуваної продукції.

4. Методики числового моделювання, які дають змогу уточненого розрахунку та оптимізації основних параметрів технологічних процесів та устаткування для екструзійного формування полімерних виробів з урахуванням різних чинників.

5. Методика моделювання й проєктування екструзійних головок, яка дає змогу визначати необхідну конфігурацію екструзійної головки для забезпечення заданої форми перерізу профільного виробу.

6. Отриманий розподіл технологічних напружень по довжині екструдованої полімерної труби в процесі охолодження дав змогу визначити його раціональні схеми та режими.

7. Методика автоматизованого проєктування та 3D-моделей обладнання для виготовлення полімерних і гумотехнічних виробів, що виготовляє ПАТ «НВП «Більшовик», м. Київ.

8. Технічні рекомендації з конструктивного оформлення та уточненого розрахунку змішувальної зони екструдера. Було підтверджено підвищення якості та однорідності властивостей екструдованих виробів за умов зниження енергоємності процесів їх виробництва на 15–20 % порівняно з традиційною двостадійною технологією, використовуваною на ТОВ «НВП «Енергія-2000», м. Київ.

9. Методика автоматизованого проєктування та 3D-моделі формувального устаткування для виготовлення співекструзійних полімерних виробів. Використання запропонованої методики автоматизованого проєктування і конструктивних пропозицій дало змогу вдосконалити обладнання та режими його роботи, за яких забезпечуються підвищена продуктивність та якість виробів, а також зниження ресурсоємності процесів їх виробництва на ТОВ «Водостічні системи», м. Боярка Київської обл.

10. Технічні рекомендації щодо конструктивного оформлення та уточненого параметричного розрахунку екструзійного формуючого полімерного устаткування. Використання розробленої методики і конструктивних пропозицій дає змогу вдосконалення технологічних параметрів переробки та конструкції робочих органів формувального обладнання, яке виготовляє ТОВ «НВП «Інкос», м. Чернігів, за яких забезпечується підвищена розмірна точність виробів.

11. Методики і комп'ютерні розрахунки процесу охолодження екструд-

ваних полімерних труб, які впроваджено в практику проєктування й модернізації обладнання, яке виготовляє ТОВ «Гамапласт Україна», м. Бориспіль Київської обл.

12. Результати дисертаційної роботи використовуються в навчальному процесі кафедри хімічного, полімерного і силікатного машинобудування КПІ ім. Ігоря Сікорського під час проведення лекційних, практичних та індивідуальних занять, виконання курсових проєктів і робіт з дисциплін «Формуючий інструмент», «Технологічне обладнання виробництва будівельних та полімерних виробів», «Модернізація технологічного обладнання», а також під час дипломного проєктування. Впровадження результатів дисертаційної роботи в навчальний процес забезпечується: навчальним посібником (Основи проєктування одночерв'ячних екструдерів : навч. посіб. / І. О. Мікульонок, О. Л. Сокольський, В. І. Сівецький, Л. Б. Радченко. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 200 с.); навчальним посібником (Сокольський О. Л., Сівецький В. І., Мікульонок І. О. Проєктування формуючих пристроїв обладнання для переробки пластмас : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2014. 148 с.); термінологічним словником (Мікульонок І. О., Сокольський О. Л. Полімерні матеріали і вироби з них (одержання, перероблення, властивості) : термін. словник. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 104 с.) та методичними вказівками.

Особистий внесок здобувача. Здобувачем сформульовано мету й постановку завдань досліджень, розроблено методи та способи досягнення поставленої мети, виконано математичні постановки задач, розроблено методики їх числового розв'язання, математичні моделі, проведено узагальнення отриманих результатів, встановлено закономірності фізичних процесів. Здобувачем особисто здійснено наукове обґрунтування дослідження реологічних, теплових процесів і механічного стану екструзійного обладнання, що дає змогу розробляти й вдосконалювати конструктивні рішення й технологічні режими. Розроблено уточнені математичні моделі та методики моделювання неізотермічного тривимірного руху реологічно складних середовищ у каналах довільної форми з деформівними стінками, а також проєктування на їх основі переробного обладнання.

Розроблено уточнену фізичну та математичну моделі плавлення термопластів та виявлені основні чинники, що суттєво впливають на процес. Розроблено методики експериментальних досліджень процесів живлення, плавлення та формування і виконано обробку результатів. Виконано числові експерименти з моделювання процесів плавлення та змішування, виявлено особливості розподілу температурного поля, поля швидкостей і в'язкостей, встановлено доцільні схеми та конструктивні параметри устаткування. Здійснено числові експерименти з моделювання процесів формування з урахуванням нелінійних ефектів та деформації конструктивних елементів. Розроблено оригінальні конструкторські рішення із вдосконалення елементів обладнання для здійснення екструзійних процесів.

Експериментальні дослідження триботехнічних властивостей полімерів у зоні живлення проводились разом з аспірантом Витвицьким В. М. Розроблення математичних моделей змішування та методики визначення якості суміші з безпосереднім використанням рівнянь масопереносу здійснювалось разом із д.т.н., проф. Сахаровим О. С. Моделювання процесів формування з урахуванням розширення екструдату і експериментальне встановлення в'язкопружних властивостей полімерів здійснювалось разом із аспіранткою Коваленко К. Г. Моделювання процесів та розроблення устаткування охолодження виробів з урахуванням залишкових напружень, встановлення доцільних режимів та схем охолодження здійснювалось разом із д.т.н., проф. Мікульонком І. О. Конкретний внесок автора в опубліковані у співавторстві наукові праці наведено в авто-рефераті дисертації у списку основних опублікованих праць за темою дисертації.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися і отримали позитивну оцінку на: XI міжнародній науково-технічній конференції «Прогресивна техніка і технологія» (м. Київ, 2010); VI Міжнародній науково-технічній WEB-конференції «Композиційні матеріали» (м. Київ, 2012); Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та науковців «Ресурсоенергоефективні процеси, технології та обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів» (м. Київ,

2012, 2013); IX międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «Perspektywiczne opracowania są nauką i technikami-2013» (Przemyśl, 2013); Modern Scientific Research and their Practical application (Odessa, 2014); Всеукраїнській науково-практичній конференції «Ефективні процеси та обладнання хімічних виробництв та пакувальної техніки» (м. Київ, 2015); XI International scientific and practical conference «Modern scientific potential - 2015», (Great Britain, Sheffield, 2015); Всеукраїнській науково-технічній конференції «Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем» (Дніпропетровськ, 2015, 2018); XI Всеукраїнській науково-практичній конференції з питань пакувальної індустрії (Київ, 2016); Aktuelle Themen im Kontext der Entwicklung der modernen Wissenschaften: der Sammlung wissenschaftlicher Arbeiten «ΛΟΓΟΣ» zu den Materialien der internationalen wissenschaftlich-praktischen Konferenz (Dresden, 2019).

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 59 наукових праць, у тому числі 7 монографій, 28 статей у наукових фахових виданнях (з них 11 у виданнях іноземних держав, 3 – у виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз), 3 статті в інших виданнях, 9 патентів України на корисні моделі, а також 12 доповідей у збірниках і матеріалах праць конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається з вступу, 7 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел (208 найменувань на 20 сторінках) і 3 додатків (на 26 сторінках), 11 таблиць, 183 рисунки (з них 12 рисунків повністю займають площу 8 сторінок). Обсяг основного тексту становить 288 сторінок. Загальний обсяг роботи складає 370 сторінок.

1 ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ ПРОЦЕСІВ ТА ОБЛАДНАННЯ ЕКСТРУЗІЙНОГО ПЕРЕРОБЛЕННЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ

1.1 Використання термопластичних полімерів і пластмас

На сьогодні полімерні матеріали широко використовуються у різних галузях господарства. В Україні і світі за обсягами споживання перше місце належить полімерним плівкам, основна галузь використання яких є упаковка, а в сільському господарстві – будівництво та експлуатація теплиць. У сільському господарстві завдяки застосуванню перфорованої плівки для укриття полів врожайність деяких культур збільшується до 30 %, а терміни дозрівання пришвидшуються на 10–14 днів [1]. Використання поліетиленової плівки для гідроізоляції створюваних водоймищ сприяє істотному зниженню втрат вологи, що запасається. Укриття плівкою сінажу, силосу, кормів та ін. забезпечує краще їхнє збереження за несприятливих погодних умов [2].

У холодний час теплиці обігрівають за допомогою гарячої води, що циркулює у полімерних трубах, закладених у ґрунт на глибину 0,6–0,7 м [3]. За хімічною структурою полімерів, які використовуються у тепличних господарствах, – це переважно поліетилен, непластифікований полівінілхлорид й у меншій мірі поліаміди. Поліетиленові плівки вирізняються кращою світлопроникністю, кращими міцнісними параметрами, але гіршою стійкістю до погодних умов, схильністю до старіння й порівняно низькими теплоізоляційними властивостями. Водночас термін їх придатності становить лише 1–2 сезони. Поліамідні та інші плівки поки застосовуються рідше.

Інший напрям широкого застосування полімерних матеріалів у сільському господарстві – меліорація. До нього відносяться труби і шланги для поливу, особливо для найбільш прогресивного наразі краплинного зрошення, і перфоровані пластмасові дренажні труби. Термін служби пластмасових труб у дренажних системах у 3–4 рази більший, ніж у керамічних дренажних труб.

Полімерні матеріали є незамінними також у галузі пакування. Вони мають низку функціональних властивостей, які виводять полімери на провідні позиції на ринку завдяки економічній ефективності та споживчим якостям. Це зумовлено тим, що пластмаси володіють одночасно такими якостями, як низька маса, високі експлуатаційні характеристики, простота виробництва, естетичні переваги та відносно малі виробничі витрати. Пластмаси дозволяють створювати упаковки різноманітної форми, мають кращі захисні властивості порівняно з традиційними пакувальними матеріалами.

Існує декілька переваг використання полімерів при виготовленні упакувань [4]:

- поєднання властивостей, якого неможливо досягнути за використання традиційних матеріалів;
- велика стійкість до ударної дії порівняно зі склом;
- високі амортизаційні властивості;
- еластичність;
- низький модуль пружності, м'якість;
- хімічна інертність порівняно з металами;
- стійкість до впливу навколишнього середовища;
- простота обробки;
- можливість серійного виробництва;
- невелика маса;
- гнучкість під час проектування, яка дає змогу отримувати різноманітні форми, що є неможливим за використання традиційних матеріалів;
- зниження витрат (без застосування пластмасового упакування виробничі витрати та споживання енергії збільшуються на 100 %, а об'єм відходів – на 150 %);
- збереження природних ресурсів.

Водночас полімери мають деякі недоліки, а саме:

- значні витрати на сировину;
- екологічна шкода після закінчення терміну застосування;
- низькі значення модуля пружності та міцності.

Використання полімерних матеріалів у машинобудуванні стрімко зростає. З полімерів виготовляють усе більше відносно дрібних, але конструктивно складних і відповідальних деталей машин і обладнання, і водночас усе частіше полімери почали застосовуватися у виготовленні крупногабаритних корпусних деталей машин і механізмів, що піддаються значним експлуатаційним навантаженням.

Полімери займають одне із перших місць серед конструкційних матеріалів для машинобудування. Наприклад, об'ємне споживання пластмас у цій галузі вже перевищує споживання сталі [5].

Доцільність застосування полімерних матеріалів і виробів у машинобудуванні визначається передусім можливістю здешевлення продукції. Водночас поліпшуються також найважливіші техніко-економічні показники машин: зменшується маса, підвищуються довговічність, надійність та ін. У результаті впровадження полімерів істотно заощаджуються метали і сплави, а завдяки зменшенню відходів під час переробки суттєво підвищується коефіцієнт використання матеріалів. Так, середні значення цього показника для пластмас приблизно вдвічі вищі, ніж для металів.

Основні переваги полімерних конструкційних матеріалів:

- висока питома міцність;
- хороші діелектричні характеристики;
- зносостійкість;
- стійкість до хімічних впливів;
- можливість варіювати в широких межах властивості модифікацією полімерів або поєднанням їх з різними інгредієнтами.

До недоліків полімерних матеріалів відносяться:

- схильність до старіння;
- порівняно невисока теплостійкість;
- залежність міцності від режимів навантаження (температури, часу);
- схильність до деформування під навантаженням (повзучість);
- відносно великий температурний коефіцієнт лінійного розширення;

– деформація та деградація в результаті впливу на матеріал вологи або агресивних середовищ.

Донедавна широкому використанню полімерних матеріалів у машинобудуванні перешкоджали такі загальновизнані недоліки полімерів: їх низькі (порівняно з марочними сталями) міцність і теплостійкість. Рубіж міцнісних властивостей полімерних матеріалів удалося подолати переходом до композиційних матеріалів, головним чином скло- й вуглепластиками. Водночас полімери зберегли обсяги виробництва при масовому виготовленні значної кількості тих виробів, від яких не вимагається особливо висока міцність: ковпачків, заглушок, штуцерів, рукояток, шкал і корпусів приладів [5].

Майже три чверті внутрішнього оздоблення салонів автомобілів, пасажирських вагонів, літаків, річкових і морських судів наразі виконується з декоративних пластиків, тканин, синтетичних плівок, штучної шкіри. За хімічною структурою перші місця по обсягу використання займають стирольні пластики, полівінілхлорид і поліолефіни. Поки що дещо уступають їм, але з кожним роком все більше доганяють поліуретани, поліефіри, акрилати й інші полімери. До переліку деталей автомобіля, що виготовляють з полімерів, належать кузови і кабіни, обробка салону і бампери, радіатори і підлокітники, електроізоляційні елементи, шланги, сидіння, дверцята, капот.

Ті ж переваги сприяють і широкому застосуванню полімерних матеріалів в авіаційній промисловості. Наприклад, заміна алюмінієвих сплавів графіто-наповненим пластиком при виготовленні передкрилка крила літака дозволяє знизити його вагу на 22 %, вартість – на 25 %, зменшити кількість деталей з 47 до 14, елементів кріплення – з 1464 до 8. При цьому запас міцності конструкції складає 178 % [6].

Синтетичні полімерні матеріали у будівництві швидко набули провідного місця у цій галузі завдяки своїм властивостям. Вони використовуються як в'язучі речовини, компоненти дорожніх покриттів, конструкційні, тепло- та гідроізоляційні матеріали тощо. Важливими для застосування в будівництві властивостями пластмас є їхня водонепроникність, висока стійкість до дії

хімічних речовин та мікроорганізмів. Широкого застосування у будівельних конструкціях набули скло- та деревопластики, полімербетони та пінопласти. Застосування полімерних мембран стало невід'ємною частиною у будівництві покрівель. У різних галузях застосування будівельних пластмас, до них висувають декілька подібних основних вимог, насамперед високу довговічність та достатню механічну міцність. Недоліком більшості перелічених матеріалів є невисока температура експлуатації, займистість, токсичність, схильність до процесів окислювальної деструкції, що призводить до погіршення їх фізико-хімічних та експлуатаційних показників [6].

У медицині використовують полімерні матеріали загальнотехнічного призначення та спеціальні полімерні матеріали.

Полімерні матеріали загальнотехнічного призначення застосовують для виготовлення будівельного і санітарно-технічного устаткування лікувальних установ, предметів догляду за пацієнтами, лабораторного посуду, деталей приладів, апаратури, інструментів та ін. Натеper найширше використовують полімерні матеріали на основі полівінілхлориду, полістиролу та його співполімерів, поліпропілену, поліметилметакрилату та поліуретанів.

Спеціальні полімерні матеріали медичного призначення використовують у безпосередньому контакті з живим організмом: в ендопротезах, у матеріалах і виробках для відбудовної хірургії, для відбору та зберігання крові, компонентів терапевтичних і діагностичних засобів, деталей апаратури, що замінює функції органів. Основу таких полімерних матеріалів становлять природні та синтетичні високомолекулярні сполуки (ВМС), які є нешкідливими для живих організмів. За впливом на організм такі полімерні матеріали поділяють на:

- біоінертні;
- біосумісні;
- біоактивні.

Біоінертні матеріали майже не змінюють свої властивості під впливом середовища живих організмів. Їх використовують для створення клапанів серця, штучних судин, м'язових зв'язок, очних кришталіків, деталей апаратів

штучної нирки та серця. До них відносяться фторопласти, силікони, поліетилен, поліпропілен, поліметилакрилат.

Біосумісні матеріали здатні поступово піддаватись біодеструкції, тобто розчиненню у біологічних середовищах. Це дозволяє виконувати відбудовні хірургічні операції. Їх використовують у вигляді ниток, плівок, сіток і комбінованих протезів, закриття ран внутрішніх органів, заміщення дефектів кісткової тканини, заповнення післяопераційних порожнин. У числі таких матеріалів застосовують співполімери вінілпіролідону, акриламиду, акрилатів.

Біоактивні матеріали мають фізіологічну активність завдяки лікарським препаратам, що містяться в них як спеціальні домішки. Їх використовують як готові лікарські форми, де ВМС відіграють роль основи композиції або мають власну фізіологічну активність, наприклад сульфапіридазином, пілокарпіном, тринітролонг, динітросорбілонг, похідні целюлози.

1.2 Класифікація термопластичних матеріалів та їхні основні технологічні властивості

1.2.1 Класифікація термопластичних матеріалів

За способом отримання полімери можна поділити на [7]:

- натуральні полімери, або біополімери (наприклад, натуральний каучук, білки, нуклеїнові кислоти, такі як РНК, ДНК, полісахариди, наприклад крохмаль і целюлоза);
- синтетичні полімери (наприклад, поліетилен, який виготовляють із продуктів нафтопереробки, або біополіетилен, який виготовляють шляхом ферментації цукрового очерету);
- модифіковані полімери (натуральні або синтетичні), структура яких була змінена в процесі фізичної або хімічної модифікації.

Класифікація полімерів ґрунтується на таких ознаках:

- за хімічним складом: неорганічні, органічні, елементоорганічні;
- за походженням: природні, штучні, синтетичні;

- за формою макромолекули: лінійні, стрічкові, розгалужені, східчасті, просторові, сітчасті, тривимірні;
- за фазовим станом: аморфні, кристалічні;
- за природою атомів полімерного ланцюга; карбо-, гетероланцюгові;
- за реакцією на нагрівання: термопластичні, термореактивні;
- за кількістю елементарних ланок полімерного ланцюга: полімер, гомополімер;
- за полярністю: полярні, неполярні.

Розглянемо найбільш вживані види полімерів

Поліетилен $(-\text{CH}_2-\text{CH}_2-)_n$ – продукт полімеризації етилену. Залежно від умов одержання має різну густину і різний ступінь кристалічності (від 55 % до 95 %). За властивостями відповідно до різних методів синтезу поділяється на поліетилен низької густини (ПЕНГ) та поліетилен високої густини (ПЕВГ). Поліетилен можна застосовувати тривалий час у температурному інтервалі від мінус 70 °С до 60–100 °С. Поліетилен є хімічно стійким і за нормальної температури не розчиняється у жодному з відомих розчинників. Недоліком поліетилену є його схильність до старіння. Для захисту від цього явища у поліетилен додають стабілізатори та інгібітори. Наприклад, 2–3 % сажі сповільнюють процес старіння в 30 разів. Під дією іонізуючого випромінювання поліетилен набуває більшої міцності і теплостійкості. Його застосовують для виготовлення труб, плівок, литих і пресованих несилкових деталей, покриття на металах для захисту від вологи, корозії, електричного струму.

Поліпропілен $(-\text{CH}_2-\text{CHCH}_3-)_n$ є твердим, хімічно стійким, нетоксичним матеріалом, який здатний зберігати форму до температури 350 °С. Плівки і волокна із поліпропілену мають високу міцність й еластичність. Недоліками поліпропілену є його невисока морозостійкість (від мінус 10° С до мінус 20° С) і схильність до старіння. Поліпропілен застосовують для виготовлення труб, конструкційних деталей автомобілів, корпусів пристроїв, різних місткостей та ін. Плівки використовують для тих же цілей, що й поліетиленові.

Полістирол $(-\text{CH}_2-\text{CHC}_6\text{H}_5-)_n$ – твердий, прозорий, аморфний полімер, розчиняється у бензолі, добре фарбується. Недоліками полістиролу є його невисока теплостійкість, схильність до старіння та крихкість. З полістиролу виготовляють деталі машин, деталі для радіотехніки і приладів, посудини для води та хімікатів, плівки для електроізоляції.

Полівінілхлорид $(-\text{CH}_2-\text{CHCl}-)_n$ – аморфний полімер, який має високі електроізоляційні властивості і не підтримує горіння. Непластифікований твердий полівінілхлорид (вініпласт) має високу міцність і пружність. З нього виготовляють труби, плівки, деталі вентиляційних та водостічних систем, захисні покриття для металу, облицювальні плитки. Його недоліками є відносно низька міцність і низька робоча температура (до $60-70\text{ }^\circ\text{C}$), крихкість за низьких температур. За введення пластифікатора одержують полівінілхлоридний пластикат, що має морозостійкість до мінус $50\text{ }^\circ\text{C}$ і температуру розм'якшення $160-195\text{ }^\circ\text{C}$. Він застосовується для ізоляції проводів і кабелів, ущільнювальних прокладок тощо.

Поліаміди – це полімери із загальною формулою $(-\text{NH}-\text{CO}-(\text{CH}_2)_m-\text{NH}-\text{CO}-(\text{CH}_2)_n-)$, де метиленові групи $(-\text{CH}_2-)$ повторюються від двох до десяти разів (капрон, нейлон, анід та ін.). Між групами CO і NH, які належать різним ланцюжкам, виникає водневий зв'язок, що зумовлює утворення регулярної структури та підвищення температури плавлення до $210-264\text{ }^\circ\text{C}$. Поліаміди мають порівняно низький коефіцієнт тертя (менше 0,05). Вони удароміцні та здатні поглинати вібраційні коливання, мають високу стійкість до лугів, бензину, спирту. Недоліками поліамідів є їхня гігроскопічність та схильність до старіння через окислення при переробці. З поліамідів виготовляють зубчасті колеса, втулки, підшипники, болти, гайки, шківни тощо. Із застосуванням одновісної орієнтації виробляють поліамідні волокна, нитки та плівки.

Поліуретани містять уретанову групу $(-\text{NH}-\text{COO}-)$. Залежно від вихідних речовин, що застосовують при одержанні поліуретанів, вони можуть мати різні властивості: бути твердими, еластичними, термопластичними або термореактивними. Властивості поліуретанів є близькими до властивостей поліамідів.

Діапазон їх робочих температур від мінус 70 °С до 170 °С. З поліуретану одержують хімічно стійкі і малогігроскопічні плівки та волокна.

Поліетилентерефталат (ПЕТ, лавсан) – складний поліефір. Лавсан є кристалічним полімером, проте за швидкого охолодження розплаву можна одержувати аморфний полімер, який за умови нагрівання понад 80 °С починає кристалізуватися. Температура плавлення ПЕТ 255–257 °С, морозостійкість до мінус 70 °С. Він є діелектриком, має високу хімічну стійкість. З лавсану виготовляють зубчасті колеса, кронштейни, ремені, канати, волокна, тканини, плівки і т. п.

Полікарбонат (дифлон) – складний поліефір вугільної кислоти. Він є кристалічним полімером, якому при плавленні й різкому охолодженні можна надати аморфну структуру. Такий матеріал є склоподібним і прозорим. Полікарбонату властиві гнучкість й водночас міцність і твердість у широкому діапазоні температур. Полікарбонат є хімічно стійким до розчинів солей, розведених кислот і лугів, мастил, але руйнується міцними лугами. З полікарбонату виготовляють оптичні та прозорі будівельні вироби, гнучкі і міцні плівки, зубчасті колеса, підшипники, авто- та радіодеталі та ін.

Поліарилати – складні гетероланцюгові поліефіри. Вони мають високу термічну стійкість і морозостійкість (до мінус 100 °С), високі показники міцності, хімічної стійкості, антифрикційні властивості. Поліарилати використовують для виробництва підшипників, які здатні працювати у вакуумі без застосування мастил, а також як ущільнювальні матеріали в буровій техніці.

Полііміди – ароматичні гетероциклічні полімери. Ланцюг їхніх макромолекул містить амідні цикли та ароматичні ядра, які з'єднані гнучкими зв'язками –O–, –CO–. Полііміди мають високі механічні та електроізоляційні властивості, стійкі до стирання, мають низький коефіцієнт тертя. Полііміди характеризуються широким діапазоном робочих температур (від мінус 200 °С до 300 °С), стійкістю до радіації. На їх основі виробляють плівки, які за міцністю майже не поступаються лавсановим. Вони стійкі до дії розчинників, мастил, слабких кислот, проте руйнуються за умов тривалого впливу киплячої

води та водяного пару, можуть довгостроково працювати у вакуумі та за високих температур. Їх використовують для виготовлення виробів конструкційного, антифрикційного та електроізоляційного призначення.

1.2.2 Технологічні властивості термопластичних матеріалів

Полімери характеризуються еластичністю (каучуки), малою крихкістю (пластмаси, органічне скло), здатністю макромолекул до орієнтації за дії спрямованого механічного поля, високою в'язкістю розчину за малої концентрації полімеру, розчинністю після стадії набухання, здатністю різко змінювати свої фізико-механічні властивості при дії малої кількості реагента. Полімери можуть перебувати у склоподібному, високоеластичному або в'язко-рідкому стані.

Зі зміною температури полімер може переходити з одного фізичного стану в інший. Із підвищенням температури полімери розм'якшуються і стають пластичними.

Механічні властивості полімерів залежать не тільки від їх будови та температури, але і від часу експлуатації та докладеного навантаження. При дії докладених напружень відбувається як розпрямлення та розкручування ланцюжків макромолекул, так і їх переміщення.

У процесі переробки розплавів термопластів, які представляють собою нелінійні в'язкопружні рідини, здійснюється їх течія в каналах складної геометрії в неізотермічних умовах. Тому до технологічних властивостей термопластів відносяться їх реологічні і теплофізичні властивості, кінетика фазових переходів, а також об'ємні характеристики сипучих матеріалів у твердому стані. Крива течії і в'язкість при фіксованій швидкості зсуву використовуються для порівняльної характеристики сировини і математичного моделювання технологічних процесів, показник текучості розплаву (ПТР) – для порівняльної характеристики сировини та орієнтовного вибору способу переробки, залежність реологічних властивостей термопластів від температури

і тиску, функція дисипації і швидкість ковзання розплаву по стінці каналу, температура скловання і плавлення, коефіцієнти тепло- і температуро-провідності, теплоємність, густина, константи і функції реологічних рівнянь стану – для математичного моделювання процесів, насипна густина гранул і гранулометричний склад – для вибору дозаторів.

Пластмаси – це штучні або синтетичні матеріали, які одержують на основі органічних полімерів [6].

Основними інгредієнтами, що входять до складу пластмас, є:

- наповнювачі, які застосовують для підвищення міцності, твердості, хімічної стійкості та покращення інших властивостей пластмас;
- пластифікатори, які застосовують для покращення технологічних та експлуатаційних властивостей;
- стабілізатори, які застосовують для підвищення стійкості пластмас до впливу зовнішніх факторів, які сприяють деструкції полімеру;
- барвники;
- антистатиками;
- агенти для зшивання молекули полімеру у сітку;
- за потреби також додають речовини, що змащують, прискорюють твердіння, поліпшують антифрикційні або фрикційні властивості.

Термопласти випускають або без наповнювача (поліетилен, органічне скло), або з наповнювачами у вигляді дисперсних часток, мінеральних і синтетичних волокон.

Загальними особливостями пластмас є мала густина (до $2 \cdot 10^3$ кг/м³), низька теплопровідність (0,1–0,3 Вт/(м·К), високі електроізоляційні властивості, фрикційні та антифрикційні властивості, добра хімічна стійкість, значне теплове розширення. Пластмаси мають добрі технологічні властивості. Міцність конструкційних пластмас порівнянна з міцністю сталі і вище. Недоліками пластмас є невисока теплостійкість, низькі величини модуля пружності порівняно з металами. Деякі пластмаси мають схильність до старіння.

Явище старіння – це зміна фізико-механічних властивостей, спричинена різними хімічними реакціями (окислення, утворення вільних радикалів, деполімеризація з одиничними розривами молекулярних ланцюжків), які проходять у полімері. Старіння може відбуватися також унаслідок дії тепла, озону та атмосфери протягом тривалого часу. Якщо до цього додаються механічні навантаження, то процес старіння пришвидшується. Для уповільнення та запобігання старінню до складу полімерів вводять антиоксиданти.

За тривалого статичного навантаження в термопластах з'являється вимушена еластична деформація, під дією якої їхня міцність знижується. Зі збільшенням швидкості деформування високоеластична деформація не встигає розвиватися і відбувається крихке руйнування. Більш міцними і твердими є кристалічні полімери. Границя міцності більшості вживаних термопластів становить 10–100 МПа, модуль пружності 1800–3500 МПа. Вони добре протистоять втомі, їхня довговічність вища, ніж металів.

Дослідження течії полімерних рідин не може бути здійснено на основі класичних рівнянь Нав'є–Стокса. Для опису стану розплавів полімерів застосовують такі основні реологічні закони [8–10]:

- степеневий закон;
- закон Бьорд–Карро (*Bird-Carreau*);
- закон Кросса;
- модифікований закон Кросса;
- закон Карро–Ясуда (*Carreau-Yasuda*) та інші.

Під час неізотермічної течії полімеру важливим фактором впливу на в'язкість, окрім швидкості зсуву, є температура [11–14]. Тоді в'язкість розплаву буде розраховуватися так:

$$\mu = H(T)\mu_0(\dot{\gamma}) \quad (1.1)$$

де $H(T)$ – закон залежності в'язкості від температури, $\mu_0(\dot{\gamma})$ – в'язкість розплаву за початкової температури і відомої швидкості зсуву.

Основні закони залежності в'язкості від температури:

- закон Арреніуса;
- закон апроксимації Арреніуса;
- закон Уільямса–Лендела–Феррі.

Для полімерних матеріалів характерно не лише в'язка, але і пружна поведінка (в'язкопружність) [15–17]. Наприклад, цей тип поведінки характерний для полімерного розплаву на вході в канали екструзійної головки при зміні поперечного перерізу каналу, внаслідок чого виникає перепад тиску. Це відбувається через деформації розплаву в переходах між ділянками з різними формами і розмірами поперечного перерізу. Частину повної деформації при цьому складають пружні деформації. На виході з екструзійної головки пружні деформації проявляються у вигляді зміни форми і розмірів поперечного перерізу струменя, (так зване «розбухання», або розширення, екструдату). При цьому вивільняється енергія пружних деформацій, утворена в результаті роботи переробного обладнання (наприклад, екструдера).

Здатність до оборотної деформації є наслідком так званої ентропійної пружності розплавів полімерів. Це означає, що макромолекули, які у вільному стані хаотично переплутані (оскільки стан максимального безладдя – це стан максимально можливої ентропії), можуть у процесі деформування значно орієнтуватися в напрямку деформації. При цьому розплав полімеру переходить у стан, який характеризується більшим ступенем впорядкованості і, отже, нижчою ентропією. Однак як тільки це відбувається, орієнтована сітка прагне повернутися до стану з максимально можливим безладом (на підставі другого закону термодинаміки). Матеріал пристосовується до деформованого стану, проте з часом відбувається поступове перегрупування макромолекул, так звана релаксація. Оскільки процес релаксації проходить повільно, він не завершується до моменту виходу матеріалу з екструзійної головки. У результаті процес зниження орієнтованості макромолекул продовжується і після виходу матеріалу з головки. Час, необхідний для повної релаксації матеріалу з орієнтованого стану, зменшується із підвищенням температури, оскільки в цьому разі підвищується рухливість молекул і зростає вільний об'єм.

Відзначено [18, 19], що розплав «запам'ятовує» деформований стан, якому він піддавався під час проходження крізь екструзійну головку. Це явище, зване «ефектом пам'яті», характерно для в'язкопружних рідин.

Коли полімерний розплав проходить крізь екструзійну головку, він піддається деформації двох типів:

- деформації внаслідок розтягування або стиснення в звужених або розширених ділянках каналу відповідно;
- зсувної деформації внаслідок розвитку профілю швидкостей у каналі.

Крім цього, екструдат може піддаватися вільному розтягуванню за межами екструзійної головки (так звана фільерна витяжка).

У першому випадку швидкість поздовжньої деформації визначається виразом

$$\dot{\epsilon}_D = \frac{dv}{dx}.$$

Одиничний об'єм розплаву за одиницю часу скошується на кут α внаслідок різниці швидкостей, існуючої на його гранях. При безперервному деформуванні кут α прагне до 90° , а зсув Δl^+ в одиницю часу змінюється на $\Delta(\Delta u)$. Це означає, що зсувна деформація також може розглядатися як спосіб орієнтації макромолекулярних ланцюжків у напрямку течії. Зазначене явище описується виразом

$$\dot{\epsilon}_s = \frac{\Delta l^+}{\Delta t} = \dot{\gamma}.$$

Це передбачає можливість експериментального вимірювання оборотної одновісної деформації розтягування за допомогою розтягувального реометра. При використанні такого приладу полімерну нитку, наприклад, розтягують за заданої температури і витримують у цьому стані протягом декількох періодів часу різної тривалості. Потім полімерну нитку залишають у вільному стані і вона може вільно стискатися [20, 21]. Оборотна деформація, що виникає в результаті вільної усадки і природного збільшення діаметра нитки, може бути визначена за допомогою міри Генкі

$$\varepsilon_R(L) = \ln \frac{l(t)}{l_\infty} = \ln \lambda_R(t),$$

де λ – ступінь витяжки; $l(t)$ – довжина зразка після розтягування і витримки протягом часу t ; l_∞ – довжина зразка після повної усадки.

Цей принцип проілюстрований на рис. 1.1. Ослаблення оборотної деформації також визначається як релаксація. Передбачається, що загальна деформація буде повністю оборотною негайно після її застосування. Під час витримки зразка в деформованому стані починає розвиватися необоротна складова деформації, величина якої є функцією часу. Частка необоротної деформації зростає за рахунок зниження частки пружної деформації, тобто за рахунок релаксації [22, 23]. Це зменшення оборотної деформації в часі є функцією матеріалу, температури та початкового рівня деформації [24].

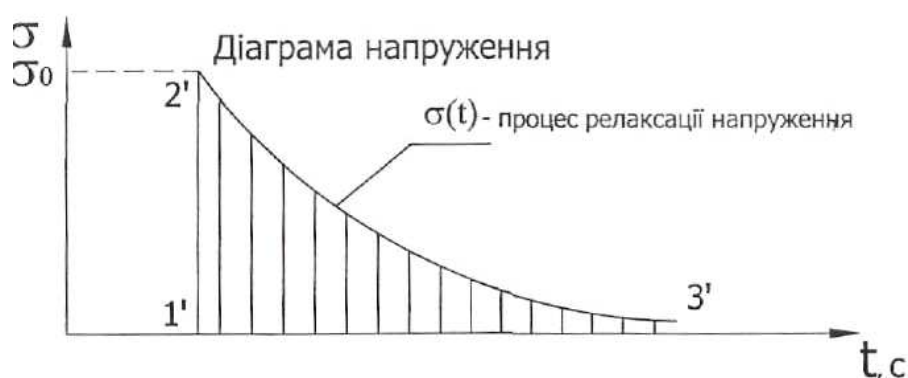


Рисунок 1.1 – Діаграма процесу релаксації напруження

Проілюструвати зміну пружних і в'язких властивостей розплаву зручно за допомогою механічних моделей, що складаються з послідовно з'єднаних пружини і поршня (рис. 1.2). Нитку полімерного розплаву (аналогом якого є система «пружина – поршень») у момент часу $t = 0$ розтягують на довжину Δl . Потім зразок витримують у розтягнутому стані (положення системи «пружина – поршень» підтримують постійним). Протягом цього часу в розплаві відбуваються релаксаційні процеси (демпфер переміщається в подовжньому напрямку). За тривалого часу витримки ($t \rightarrow \infty$) пружина знову повернеться в початковий стан. Тобто енергія, витрачена в момент $t = 0$ для розтягування

пружини, спочатку пружна, повністю перетворюється на енергію в'язкої течії, що призводить до необоротної деформації поршня.

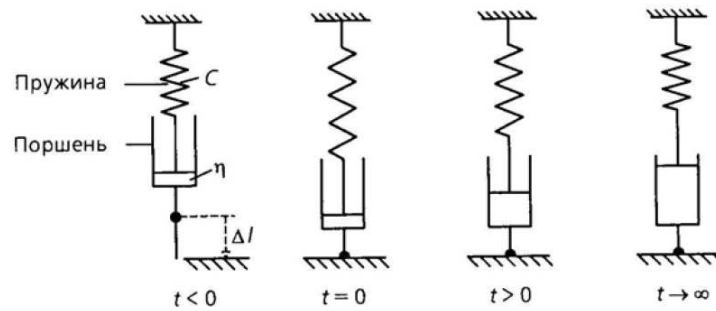


Рисунок 1.2 – Механічна модель "пружина - поршень", що ілюструє зменшення пружних деформацій з плином часу

Цьому процесу відповідає крива (рис. 1.3), що має вигляд експоненціальної функції, яка може бути представлена рівнянням [22, 23]

$$\frac{d\varepsilon_R}{dt} = -\frac{\varepsilon_R}{\tau(\varepsilon_R)},$$

де $\tau(\varepsilon_R)$ – час релаксації, що є функцією миттєвого значення деформації ε_R .

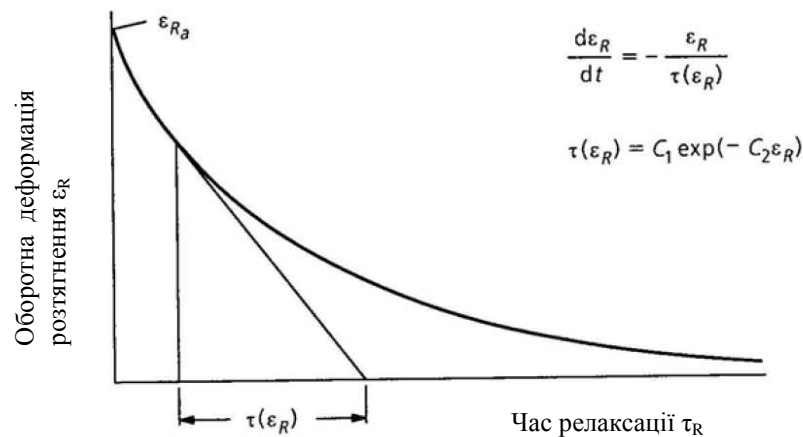


Рисунок 1.3 – Зміна оборотної деформації розтягнення у часі за постійної температури

Вимірювання показали, що цей характерний час релаксації для різних термопластів за різних температур і різних значеннях початкової деформації добре апроксимується виразом

$$\tau(\varepsilon_R) = C_1 \cdot \exp(-C_2 \cdot \varepsilon_R).$$

Тут C_1 і C_2 – характеристичні константи матеріалу [20, 21].

На рис. 1.4 показано нормалізовану релаксаційну криву. Розподіл характерного часу релаксації $\tau(\epsilon_R)$, отриманий на основі цієї кривої, показано на рис. 1.5.

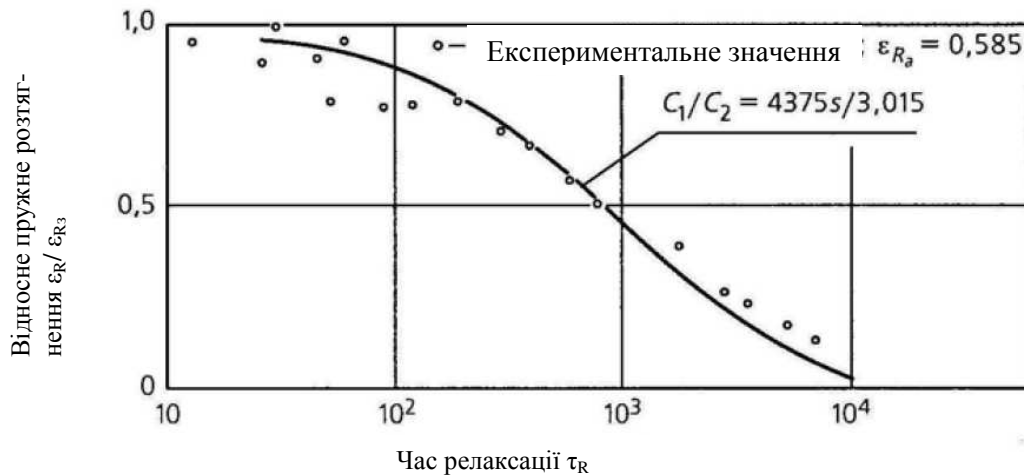


Рисунок 1.4 – Релаксація полістиролу загального призначення (ПС) за температури 130 °С

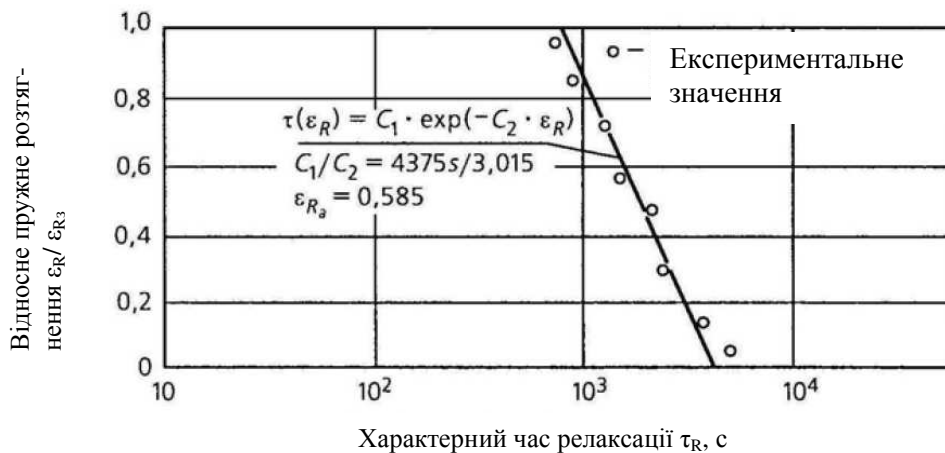


Рисунок 1.5 – Характерний час релаксації як функція відносного пружного розтягування для ПС за температури 130 °С

Величина C_1 враховує вплив температури. Якщо її значення для певної температури відомо, то його можна перерахувати для інших температур розплаву, використовуючи рівняння температурного зсуву

$$\tau(\epsilon_R, T) = C_1(T^*) \cdot a_T(T) \cdot \exp(-C_2 \cdot \epsilon_R),$$

де a_T – коефіцієнт зсуву для температурно-часової суперпозиції.

Одночасно з розвитком оборотних деформацій (в результаті зсуву або розтягування) у полімерному матеріалі розвиваються релаксаційні явища. Цей процес інтерпретується як накладення вже існуючих релаксаційних деформацій на одночасно виникаючі нові деформації. Протягом інтервалу часу Δt_i зовнішню форму частинки розплаву вважають незмінною, і початкова оборотна деформація за рахунок релаксації зменшується зі значення ε_{Ri-1} до ε_{Ri} . По закінченні інтервалу Δt_i стрибкоподібно додається додаткова деформація $\Delta \varepsilon_i = \varepsilon$. t_{i+1} є за рахунок цього повністю оборотною.

Експериментальні дослідження з використанням розтягувального реометру показали, що розвиток оборотних деформацій добре апроксимується за допомогою цієї концепції, якщо крок збільшення часу Δt_i досить малий. Цей підхід може використовуватися для моделювання деформацій не лише за різних температур, а й для інших типів деформацій. При цьому для коректного моделювання треба відповідним чином підбирати часовий крок Δt_i і враховувати вплив температури на релаксаційну поведінку за допомогою коефіцієнта C_1 .

Ця модель, розроблена Вортбергом і Юнком [22, 23], часто використовується завдяки її дохідливості і відносної простоті застосування. Існує безліч інших моделей, які також описують цей процес.

Всі моделі мають свої переваги і недоліки, які стають особливо помітними при використанні в прикладних програмах комп'ютерного моделювання течії полімерних розплавів. Наразі ще не існує моделей, які забезпечують задовільну точність моделювання при описі поведінки розплавів різних полімерів, підданим різним видам деформування (зсуву, одно- або багатовісному розтягуванню, а також різним комбінаціям цих видів) [25, 26]. Тому необхідно брати до уваги всі умови, за допомогою яких розроблялася та чи інша модель або визначалися параметри конкретного матеріалу. Це дозволить проводити аналіз з урахуванням всіх обмежень обраного методу.

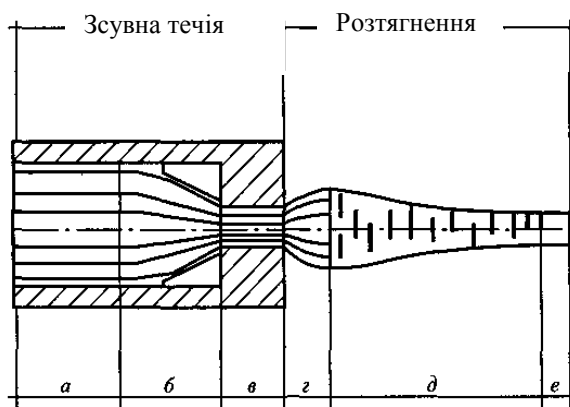
Порівняно з формуванням виробів із інших пластичних середовищ (металів, харчових мас) для полімерів характерний прояв сповільненої

пружності розплаву, що виявляється в розбуханні екструдату на виході з головки і спотворенні його форми і розмірів. Особливо помітно це проявляється при виготовленні виробів складного поперечного перерізу. Це пов'язано з тим, що під час течії в'язкопружних рідин по каналах різної форми в результаті зсуву шарів розтягування макромолекул відбувається накопичення і релаксація високоеластичної деформації. Ці конкуруючі процеси відбуваються безперервно і одночасно, перевага того чи іншого процесу залежить від геометрії каналу, швидкості й температури екструзії.

До складу екструзійних головок завжди входять перехідні та формуючі канали, які зазвичай мають кінцеву ділянку з постійними розмірами поперечного перерізу (так звану фільтру). Довжину цієї ділянки приймають з метою «заспокоєння» розплаву і забезпечення максимально можливої релаксації накопичених під час течії в каналах напружень і оборотних деформацій.

Період релаксації залежить також від передісторії течії і температури і не є постійною величиною. Для опису поведінки в'язкопружних рідин використовують поняття «характерного часу релаксації», який є часом, протягом якого початкове напруження (або оборотна деформація) знижується до умовно-рівноважного стану, відповідного заданій швидкості зсуву і температурі [27, 28]. Вважають, що за рівноважної деформації течія має чисто зсувний характер.

Якщо час течії розплаву у формувальному каналі менший за характерний час релаксації, то стаціонарний стан не досягається і релаксація продовжується після виходу з каналу. Усунути повністю розбухання екструдату неможливо навіть під час течії в дуже довгих каналах, оскільки накопичена в розплаві пружна енергія – не єдина причина розбухання. Перебудова профілю швидкостей від подібного параболічному до плоского (стрижньового) на виході з головки також робить свій внесок у збільшення поперечного перерізу струменя, хоча цей внесок у розбухання не перевищує 10–20 % [29, 30]. На рис. 1.6 наведено типову схему утворення струменя розплаву на виході з головки та характерні зони відмінних швидкостей деформації і напружень [31].



а – зона низьких швидкостей зсуву; *б* – зона прискорення; *в* – зона високих швидкостей зсуву в капілярі; *г* – зона пружного відновлення, відповідна переходу від напружень зсуву до розтягування екструдату; *д* – зона розтягування екструдату; *е* – зона відсутності деформацій

Рисунок 1.6 – Зони з різними режимами течії під час видавлювання розплаву полімеру з капіляра [32]

Форма струменя розплаву і розташування максимального розміру залежить від ступеня витягування та реологічних властивостей матеріалу. За відсутності витягування переріз з максимальними розмірами перебуває на найбільшій відстані від фільєри, із збільшенням ступеня витягування цей переріз наближається до фільєри, а його поперечні розміри зменшуються. Для розплавів з високою адгезією до металу зменшення поперечних розмірів струменя при високому ступеню витягування починається безпосередньо біля перерізу фільєри на виході, при цьому максимум розмірів вироджується. Для розплавів з поганою адгезією до металу може спостерігатися витягування з отвору фільєри, скорочуючи ефективну довжину формуючої ділянки [33].

Типовою особливістю, що спостерігається при витоку розплавів з насадок з будь-яким профілем поперечного перерізу, є збільшення поперечного перерізу струменя порівняно з перерізом насадки, зване еластичним відновленням струменя або Барус-ефектом [10, 27, 34].

Експерименти показують, що зі збільшенням швидкості зсуву вискоеластичне відновлення у всіх випадках зростає, причому це зростання

носить асимптотичний характер. Еластичне відновлення залежить також і від довжини капіляра. Найбільш істотна за величиною еластична деформація розвивається безпосередньо на вході в насадку.

Як тільки матеріал пройде крізь вхідний переріз потоку і потрапить у зону сталої течії, початкова деформація негайно починає релаксувати. Процес релаксації продовжується доти, поки накопичена високоеластична деформація не зменшиться до значення, відповідного еластичної деформації полімеру, що перебуває в стані стаціонарної течії [27, 34].

Тобто, стаціонарне значення еластичної деформації ϵ є тим граничним значенням, до якого прагне еластична деформація струменя за збільшення L/d .

Таким чином, для полімерів характерні три види деформацій: пружна, яка відбувається миттєво і є оборотною, високоеластична, яка відбувається в часі і також оборотна, і пластична (або течія), пов'язана зі зміною взаємного розміщення макромолекул і є необоротною. Високоеластичні деформації і час релаксації потрібно враховувати під час формування виробів. Якщо час деформації менше від часу релаксації, то відформований виріб може змінювати свої розміри й форму після формування. З підвищенням температури рухомість макромолекул збільшується, час релаксації, відповідно, зменшується, а частка пластичної деформації зростає [35, 36].

Завдяки можливості змінювання властивостей полімеру за рахунок використання наповнювачів, модифікаторів та інших добавок сучасною промисловістю використовується до ста і більше марок полімерних композитних матеріалів на основі одного базового полімеру, що істотно розширює його технологічні та експлуатаційні можливості [37].

Наповнювачі – переважно тверді неорганічні або органічні речовини, природного (мінерального або рослинного) і штучного походження.

За впливом на деформаційно-міцнісні властивості полімерів дисперсні наповнювачі поділяють на активні, що забезпечують зміцнювальний (армувальний) ефект, та інертні. Найбільший ефект зміцнення еластичних полімерів досягається тонкодисперсними наповнювачами, що мають високу

поверхневу активність частинок, зокрема технічним вуглецем і колоїдальним SiO_2 (аеросил, «біла сажа»). Зміцнення склоподібних полімерів забезпечують головним чином наповнювачі з високим характеристичним відношенням (наприклад, довгі волокна, лусочки).

До теплофізичних властивостей, які застосовуються під час математичного моделювання процесів переробки термопластичних матеріалів (ТпМ), відносять густину, теплопровідність, масову теплоємність і температуропровідність, а також лінійний та об'ємний коефіцієнти теплового розширення [38]. Зазвичай теплофізичні властивості ТпМ залежать від його структури, природи й параметрів компонентів, а іноді і передісторії одержання або переробки як самих матеріалів, так і їх компонентів, які повною мірою врахувати під час аналітичного визначення цих властивостей важко або навіть неможливо. Тому доцільним є використання експериментально визначених значень властивостей ТпМ, отриманих бажано безпосередньо на відповідному переробному обладнанні.

1.3 Аналіз екструзійних методів перероблення термопластичних матеріалів та обладнання для їх реалізації

Найбільш поширене екструзійне обладнання можна класифікувати за такими показниками: типом робочих органів, їхньою кількістю, геометрією, функціональним призначенням, режимом роботи, термодинамічними параметрами процесів перероблення, співвідношенням довжини до діаметра черв'яка та ін. [38]. Втім найбільш характерною класифікацією може бути поділ екструдерів за конструктивними ознаками (рис. 1.7).

Серед конструкцій екструдерів найбільшого поширення набули машини з обертовими робочими органами, які цілком або частково виконані у вигляді черв'яків. Подібні екструдери характеризуються універсальністю й забезпечують достатню продуктивність за умови задовільного змішувального ефекту, особливо за умови використання спеціальних змішувальних ділянок. Найбільш вживаними є одночерв'ячні, проте існує тенденція до зростання частки двочерв'ячних екструдерів.

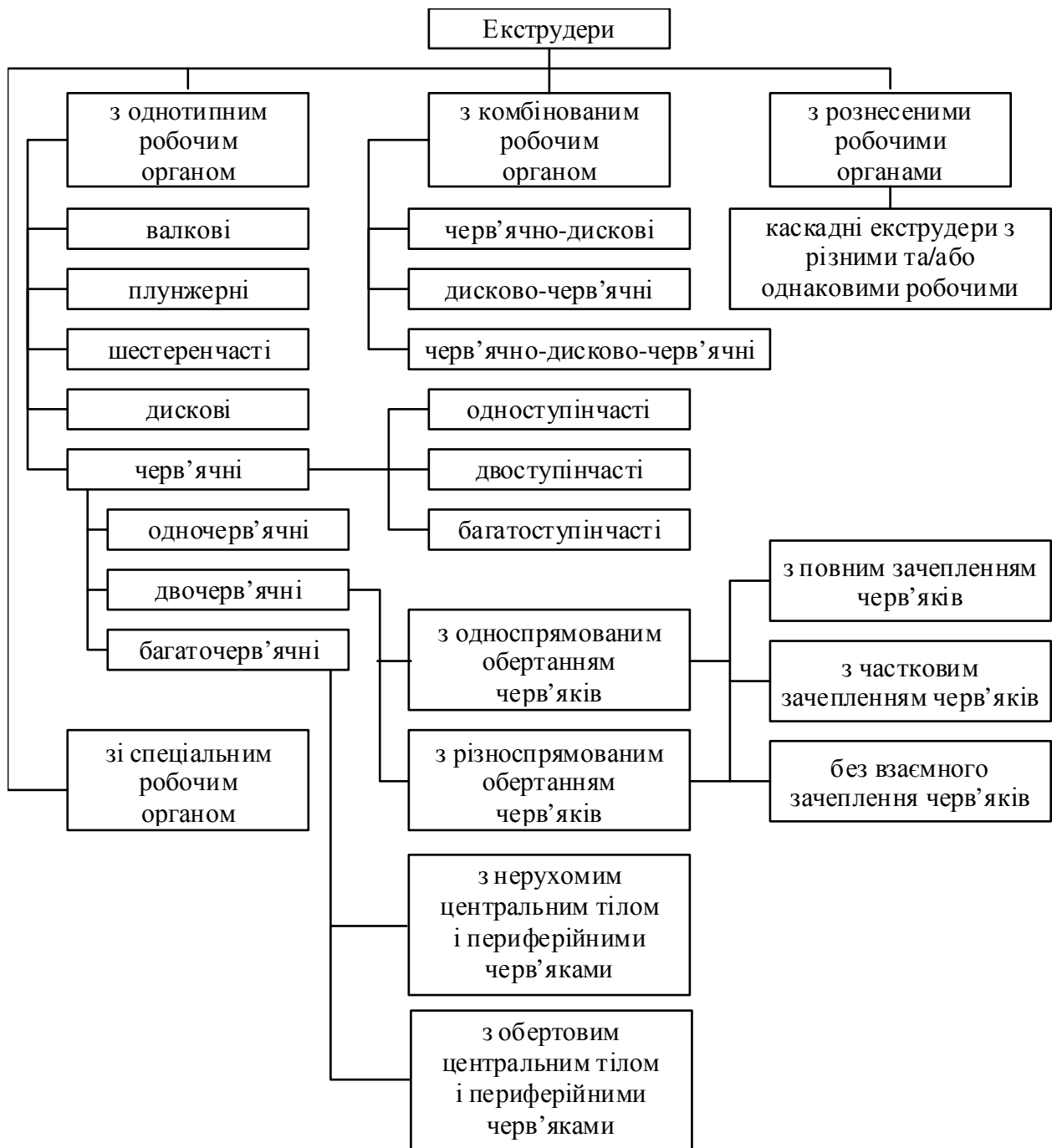


Рисунок 1.7 – Схема класифікації екструдерів за конструктивними ознаками

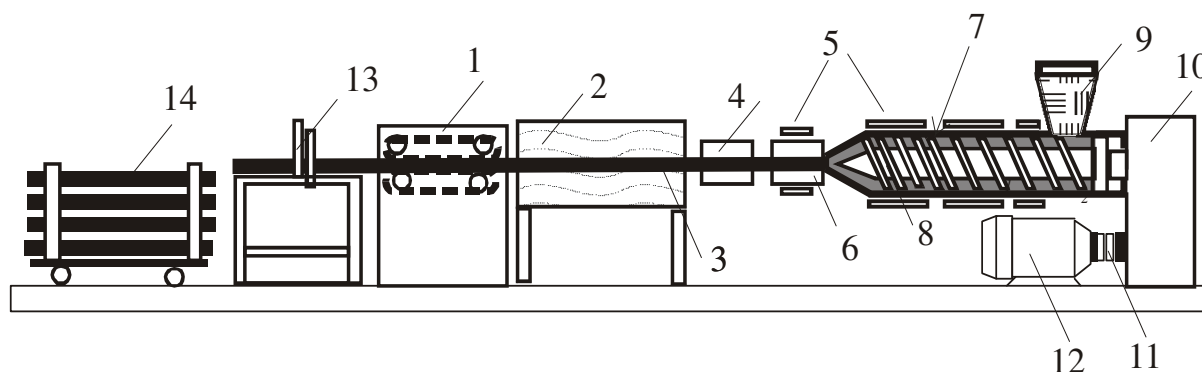
Найбільшого поширення в галузі перероблення ТпМ набули одночерв'ячні екструдери з циліндричними черв'яками, які мають постійний крок і змінну глибину каналу, а також двочерв'ячні екструдери з одно- та різноспрямованим обертанням циліндричних черв'яків із взаємним їх зачепленням.

Під час обертання черв'яка в екструдері матеріал рухається у гвинтовому каналі, утвореному внутрішньою поверхнею циліндра й нарізкою черв'яка. Переміщення матеріалу супроводжується його інтенсивними деформаціями та зростанням тиску за одночасного проходження найрізноманітніших процесів: нагрівання матеріалу за рахунок енергії, яка підводиться від системи нагрівання циліндра та енергії дисипації, ущільнення та плавлення так званої пробки полімерного матеріалу, змішування компонентів у розплавленому полімерному середовищі, його гомогенізація, вилучення з матеріалів газоподібних та інших компонентів та ін. Завдяки такій різноманітності процесів екструдери використовують на різних стадіях у технологічних схемах виробництва полімерів та виробів із пластмас, для переробки композиційних матеріалів з використанням термопластичних полімерів, для переробки вторинної полімерної сировини та інших матеріалів.

У технологічних схемах виробництва полімерів екструдери встановлюються після реакторів і застосовуються для видалення залишків мономерів із полімеру та подачі його в гранулювальну головку. Під час виробництва напівфабрикатів екструдери використовуються для плавлення й гомогенізації розплавів полімерів, а під час формування виробів – для плавлення, гомогенізації розплаву і продавлювання його крізь екструзійну головку, яка формує погонажний виріб заданого профілю. Екструзійним методом виготовляють труби, листи, плоскі й рукавні плівки, профільні вироби, наносять ізоляцію на кабелі й шар ламінації на плівкові й листові матеріали та ін. У лініях для виробництва композиційних матеріалів і формування виробів із них екструдери застосовуються для розплавлення полімеру і змішування його зі зміцнювальними наповнювачами, барвниками, стабілізаторами, пластифікаторами та іншими домішками, а також для гранулювання одержаної композиції або продавлювання підготованого розплаву крізь екструзійну головку для одержання погонажних виробів.

Таким чином, найчастіше екструдери не експлуатують самостійно, а входять до складу спеціалізованих ліній або агрегатів, які мають у своєму складі й інші машини та апарати, що працюють узгоджено.

Типовим прикладом будови екструзійної лінії є лінія для виробництва труб (рис. 1.8).



1 – тягнучий пристрій; 2 – охолоджувальна ванна; 3 – трубний виріб; 4 – калібратор; 5 – нагрівні елементи; 6 – головка; 7 – матеріальний циліндр екструдера; 8 – черв'як; 9 – бункер з гранулами термопласту; 10 – редуктор; 11 – муфта; 12 – електродвигун; 13 – відрізний пристрій; 14 – штабелер

Рисунок 1.8 – Схема лінії для виробництва труб із термопластів

Принцип дії лінії полягає в такому: гранульований матеріал з бункера надходить у циліндр екструдера, де розплавляється, гомогенізується й у вигляді трубчастої заготовки видавлюється крізь формувальний канал головки.

З формувальної головки заготовка труби надходить у калібратор, де калібрується по зовнішньому або внутрішньому діаметру й попередньо охолоджується до утворення на зовнішній поверхні труби твердої кірки. Остаточне охолодження труби в межах температури 30–40 °С здійснюється у вакуумній і водяних ваннах охолодження. Протягання труби крізь калібратор і ванни охолодження здійснюється за допомогою тягнучого пристрою, котрий потім подає трубу на відрізний пристрій. Трубу відрізають після досягнення номінальної довжини й далі вона скидається приймальним пристроєм у накопичувач. У накопичувачі відбувається утворення пакета труб з подальшою перев'язкою його металевою або пластмасовою стрічкою.

Принципову схему черв'ячного екструдера наведено на рис. 1.9.

Гранульований полімер надходить у завантажувальну лійку 2 екструдера, переміщується вздовж циліндра 4 черв'яком 3, який обертається від приводу 1. Завдяки виконаній відповідним чином геометрії черв'яка під час свого руху полімер стискається, плавиться, гомогенізується і під певним тиском потрапляє в екструзійну головку, яка кріпиться до циліндра за допомогою фланцевого з'єднання 6. Повітря, яке міститься в проміжках між гранулами, витискається крізь завантажувальну лійку 2 завдяки деформації та плавлення гранул.

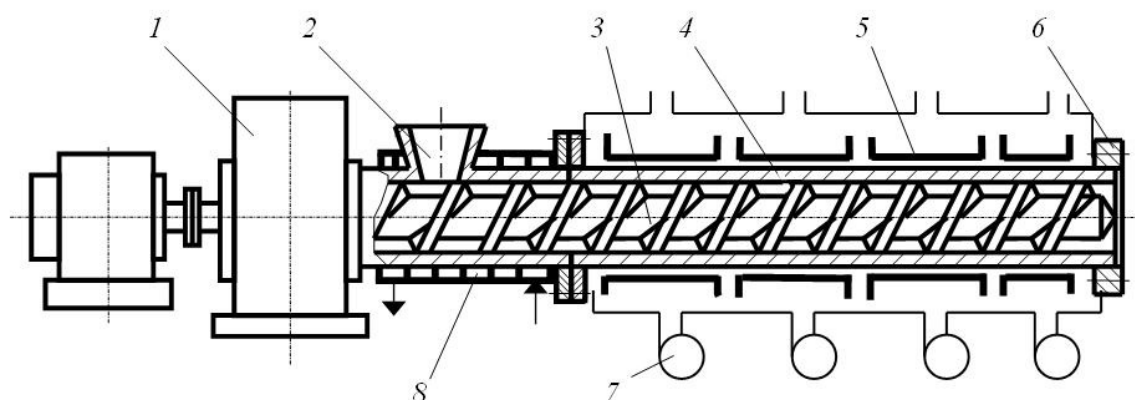


Рисунок 1.9 – Принципова схема одночерв'ячного екструдера

Теплота, необхідна для плавлення полімеру, надходить до нього здебільшого від приводу, механічна енергія якого шляхом дисипації в об'ємі матеріалу перетворюється на теплову. Частина енергії також підводиться від нагрівників 5, розташованих на поверхні циліндра 4. У певних режимах перероблення теплота дисипації перевищує необхідну для плавлення й гомогенізації, тому передбачають можливість відведення її надлишку охолодженням за допомогою вентиляторів 7 або системи рідинного охолодження. Для запобігання передчасного початку плавлення зона живлення екструдера охолоджується водою, яка подається в канали 8.

Насипна маса полімеру, який надходить до завантажувальної лійки, менша за густину розплаву, тому в області плавлення об'єм каналу черв'яка поступово зменшується, найчастіше за рахунок зменшення глибини нарізки, а рідше за рахунок зменшення кроку нарізки.

Для конструювання екструдерів особливо важливим є проєктування геометрії черв'яка, від якої залежить як продуктивність, так і якість підготовки

одержуваного розплаву [38]. Найпростіша конструкція, так званий тризонний черв'як, має по довжині три зони: зону подачі (живлення) з циліндричним осердям і більшою глибиною каналу, зону плавлення з конічним осердям і зону дозування (гомогенізації) з циліндричним осердям і меншою глибиною каналу.

При цьому потрібно відзначити, що якісна переробка кожного ТпМ потребує своєї геометрії робочих органів. Іншими словами, черв'як, сконструйований для одного ТпМ, у більшості випадків не забезпечує якісної переробки іншого ТпМ, хоча існують певні компромісні конструктивні варіанти, більш-менш придатні до переробки близьких за властивостями груп ТпМ.

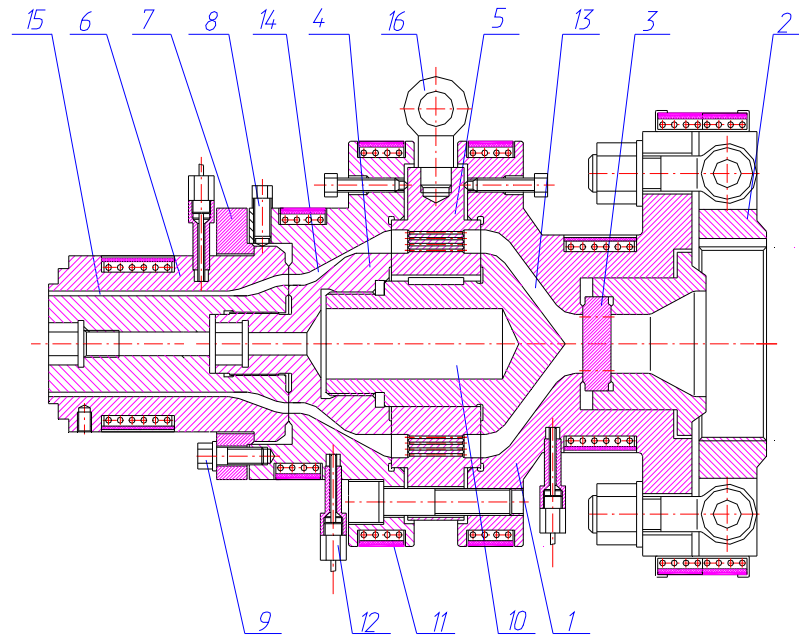
Підготовлений гомогенізований розплав потрапляє з екструдера до приєднаної до нього екструзійної головки, де набуває майже кінцевої форми поперечного перерізу і виходить з неї у вигляді безперервного потоку екструдату, який після калібрування (за потреби), витягування й охолодження перетворюється на готовий погонажний виріб.

Геометричні параметри формуючих каналів, а отже і конструктивне оформлення головки визначаються реологічними властивостями розплаву і вимогами до виробу, що отримується [39].

Розподіл швидкостей розплаву по вихідному поперечному перерізу головки повинен бути якомога одноріднішим. Недотримання цієї вимоги призводить до спотворення перерізу профільного виробу та утворенню на ньому складок і вигинів у напрямку ділянок з меншою швидкістю. Частково ці дефекти можна компенсувати за рахунок прийому виробу зі швидкістю, більшою максимальній швидкості розплаву на виході із головки (так звана витяжка), за рахунок встановлення додаткових калібрувальних пристроїв або, наприклад, каландра у лініях для виробництва листів. Найскладніше досягти рівномірності швидкостей розплаву під час формування широких плоских плівок і листів, а також профілів складного перерізу.

Форма каналів має забезпечувати відсутність різких змін подовжнього перерізу і зон застою розплаву. За наявності різких звужень або розширень потоку через різкі зміни властивостей розплаву і умов прилипання до стінок

може виникнути нестабільність течії, яка проявляється у спотворенні поверхні або пульсації перерізу виробу. У таких ділянках також можуть з'являтися застійні зони, потік в яких зупиняється або завихорюється на місці. Внаслідок великого часу перебування в зоні нагріву в застійних зонах полімер деструктує і, частково потрапляючи у виріб, псує його. Приклад конструкції екструзійної головки для виробництва труб показано на рис. 1.10.



1 – корпус; 2 – фланець; 3 – решітка; 4 – дорн; 5 – дорнотримач; 6 – мундштук;
7 – кільце; 8 – регулювальні болти; 9 – болти кріплення; 10 – порожнина для
подачі повітря; 11 – нагрівачі; 12 – термодатчики; 13 – канал, що розширюється;
14 – канал, що звужується; 15 – канал постійної геометрії; 16 – рим-болт

Рисунок 1.10 – Конструкція головки для виробництва труб

Корпус 1 головки кріпиться до циліндра екструдера за допомогою фланця 2. Якщо між екструдером та головкою не встановлено спеціальний фільтр, на вході в головку часто передбачають решітку 3 з пакетом сіток, які затримують непроплавлені гранули та чужорідні частки. Внутрішню поверхню труби або подібних виробів з порожниною, оформлює деталь або вузол, що

називається дорном. Дорн 4 утримується в заданому відносно осі потоку положенні за допомогою дорнотримача 5 у вигляді стійок або решітки.

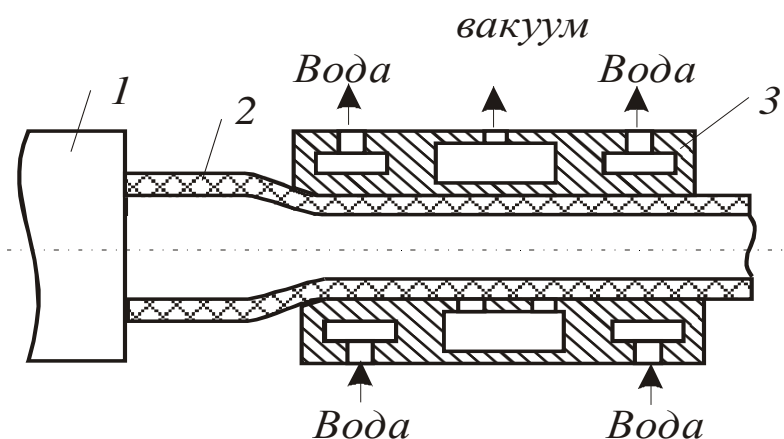
Зовнішню поверхню виробу на виході задає мундштук (матриця або фільєра) 6, який кріпиться кільцем регулювання товщини перерізу виробу 7. Воно має можливість деякого зміщення відносно дорна в поперечному напрямку. Регулювання здійснюють при відпущених болтах 9 за допомогою болтів 8, після чого болти 9 затягуються.

Для запобігання злипанню стінок труби після виходу з головки та для підтримання внутрішнього розміру порожнини в неї подають стиснене повітря через порожнину 10 дорна.

Підтримання температури здійснюється нагрівачами 11, встановленими на циліндр, а контроль за температурним режимом – термодатчиками 12 (термопарами або термометрами опору).

На виході з головки передбачають канал постійної геометрії 15. Відношення його довжини до висоти зазвичай має складати не менш, ніж 15–20. Це обумовлено тим, що на такій довжині каналу встигає відбутися релаксація накопичених у розплаві напружень та деформацій, що забезпечує стабілізацію процесу формування виробу.

За головкою з мінімальним повітряним зазором встановлюють калібрувальний пристрій (за потреби у калібруванні). Метою калібрування є надання трубі або профілю певного розміру. Розплав, який має початкову форму заданого профілю, потрапляє в калібратор (рис. 1.11), де присмоктується вакуумом до формувальних поверхонь інструмента і охолоджується постійно циркулюючою по внутрішнім каналам пристрою водою. У калібраторі профілю надаються остаточні розміри й форма. Це відбувається під спільною дією охолодження від циркуляції охолодної води всередині оболонки охолодження, виконаної особливим чином у металевих корпусах калібратора, а також під дією вакуумування.



1 – формувальна головка; 2 – труба; 3 – вакуум-насадка

Рисунок 1.11 – Схема вакуумного калібрувального пристрою

Охолодження в калібрувальних пристроях має бути достатнім для утворення шару затверділого полімеру, необхідного для підтримки форми виробу за його подальшого охолодження під дією внутрішніх напружень, перепаду тиску, тягнучого зусилля і т.д.

Швидке охолодження виробу призводить до утворення значних так званих залишкових напружень. При цьому зовнішні шари виробу виявляються стиснутими, а внутрішні розтягнутими. Ці залишкові напруження негативно проявляються під час експлуатації, тому вироби з завеликими залишковими напруженнями мають значно меншу довговічність.

Зі збільшенням температури полімеру час релаксації напружень зменшується, проте перепад температур між поверхнею труби й калібрувального пристрою також зростає. Чим вищий перепад температур, тим більшою буде імовірність утворення залишкових напружень. Якщо до цього ж збільшити й температуру поверхні калібрувальної насадки, то відбудеться найбільш повна релаксація внутрішніх напружень. Довговічність виробів збільшується. Проте у цьому разі необхідно збільшити довжину калібрувальної насадки.

Під час калібрування труб по зовнішньому або внутрішньому діаметру заготовка деформується за радіального розтягування. Залежно від збільшення діаметра заготовки утворюються залишкові напруження орієнтованих ланцюгів або на зовнішній, або на внутрішній поверхні.

Якщо ступінь роздуву великий, то заморожена орієнтація ланцюгів виявиться під час експлуатації труб за підвищення температури: труба деформується незворотно. Такі ж явища, але в поздовжньому напрямку, відбуваються за значної витяжки розплаву тягнучим пристроєм. Таким чином, при калібруванні слід прагнути до якнайменшого деформування заготовки в радіальному й осьовому напрямках. Останнє залежить від точності дотримання форми заготовки: чим більшою є різниця товщини, коливання внутрішнього або зовнішнього діаметра, тим більшою мірою необхідно деформувати заготовку під час калібрування. Оптимальний ступінь відносної деформації в радіальному напрямку для труб зазвичай складає 10–20 %.

Для реалізації різних режимів охолодження використовуються охолоджувальні ванни. Традиційно відведення теплоти від трубної заготовки здійснюють від її зовнішньої поверхні, тоді як від внутрішньої поверхні теплота відводиться лише теплопровідністю в бік зовнішньої поверхні.

Калібровані вироби охолоджують в одній або декількох ваннах з водою або зрошувачами. Основна вимога до цієї операції – рівномірне по периметру і швидке охолодження розплаву. По торцях ванни виконані отвори для входу й виходу виробу. Ці отвори мають еластичні манжети, припасовані до ковзної поверхні профільного виробу, що рухається. Манжети не випускають воду назовні з ванни. В середині ванни встановлюють ролики, які підтримують виріб.

Вироби виявляються хорошої якості, якщо після виходу з ванни температура їх внутрішньої поверхні знижується до температури плавлення або текучості. Тому необхідно забезпечувати певну швидкість відведення труби тягнучим пристроєм, сумарну довжину ванн і кратність обміну води в них з урахуванням товщини стінки виробу та його теплофізичних властивостей.

Нерівномірне або занадто інтенсивне охолодження в калібрувальному пристрої або при подальшому охолодженні в ваннах спричиняє утворення залишкових напружень у стінці виробу, що може погіршити якість та спричинити появу дефектів форми, тобто короблення.

1.4 Аналіз моделювання процесів та обладнання екструзійного перероблення термопластичних матеріалів

1.4.1 Живлення екструдера гранульованим термопластичним матеріалом

У основу багатьох теоретичних робіт, у яких аналізується процес живлення екструдера гранульованим полімерним матеріалом, лежить фізична модель, згідно якої вводиться припущення, що під час руху у каналі черв'яка гранули не переміщуються одна відносно іншої, оскільки сили тертя полімеру по полімеру значно перевищують сили тертя полімеру по сталі, і рухаються як суцільна еластична стислива пробка за рахунок певного співвідношення сил сухого тертя полімеру по стінці циліндра й черв'яка [35–38, 40].

Для аналізу процесу автори вказаних праць використовують так звану плоско-паралельну модель черв'яка, яка дозволяє розглядати процес у нерухомій декартовій системі координат, зв'язаній з екструдером. При цьому вводять такі припущення: кривизна каналу не враховується, черв'як вважається нерухомим, а циліндр таким, що обертається з лінійною швидкістю V , рівною за значенням і протилежною за напрямом швидкості обертання черв'яка.

Полімерна пробка проковзує відносно черв'яка зі швидкістю $V_{\text{ч}}$, тому сумарна швидкість її руху відносно стінки циліндра $V_{\text{ц}}$ буде спрямована під кутом ω до швидкості V . Проекція $V_{\text{ц}}$ на вісь черв'яка V_0 є швидкістю руху полімеру в осьовому напрямі і визначає продуктивність зони живлення. У разі збільшення складової $V_{\text{ч}}$ продуктивність збільшується. Тобто чим меншим буде коефіцієнт тертя полімеру по черв'яку, тим більша складова $V_{\text{ч}}$ і, відповідно, осьова швидкість і продуктивність.

Продуктивність зони живлення можна визначити за формулою [35–38]

$$G = \rho_{\text{н}} \left\{ \frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2H)^2] - \frac{EH}{\text{tg } \phi} \right\} \frac{\text{tg } \phi \text{ tg } \omega}{\text{tg } \phi + \text{tg } \omega},$$

де $\rho_{\text{н}}$ – насипна маса полімеру, кг/м^3 ; D – діаметр черв'яка, м; H – глибина

нарізки каналу, м; E – ширина гребеня витка, м; φ – кут нахилу гвинтової нарізки; ω – кут напрямку руху матеріалу відносно радіуса черв'яка.

Виражаючи сили, які діють на матеріал, через тиск P та коефіцієнти тертя об стінку циліндра $f_{\text{ц}}$ і черв'як $f_{\text{ч}}$, отримують вираз для градієнта тиску в каналі черв'яка

$$\frac{dP}{dL} = \frac{Pf_{\text{ц}}\pi DK_p}{bH} \left[\cos(\omega + \varphi) - f_{\text{ч}} \sin(\omega + \varphi) - \frac{f_{\text{ч}}}{f_{\text{ц}}} \frac{(D - 2H)}{D} \right],$$

де $b = (S - E)\cos\varphi$ – ширина каналу черв'яка, м; K_p – коефіцієнт бічного тиску.

Коефіцієнт бічного тиску K_p враховує анізотропію тиску, яка полягає в тому, що осьовий тиск не однаково передається на стінки циліндра й каналу черв'яка внаслідок дії сил тертя в масі частинок полімеру. Чисельно коефіцієнт бічного тиску дорівнює відношенню тиску на бічні поверхні до осьового тиску.

Авторами [35–38] відмічається, що для отримання достатньої точності розрахунків процесу живлення необхідна відповідна точність функцій, які описують залежність коефіцієнтів тертя, бічного тиску, стисливості гранул тощо, та які далеко не завжди є в наявності. Навіть незначна зміна значень коефіцієнтів тертя та бічного тиску спричиняє значну зміну тиску у розрахунках. Крім того, на характер зміни тиску впливають також і процеси в наступних зонах екструдера.

На рис. 1.12 наведено характерні криві розподілу тиску по довжині зони живлення, з яких випливає, що на початку даної зони підвищення тиску невелике і він плавно зростає, а основне зростання тиску відбувається в кінці зони. Також на характер розподілу тиску впливає хід процесу і конструкція наступних зон плавлення, дозування та екструзійної головки.

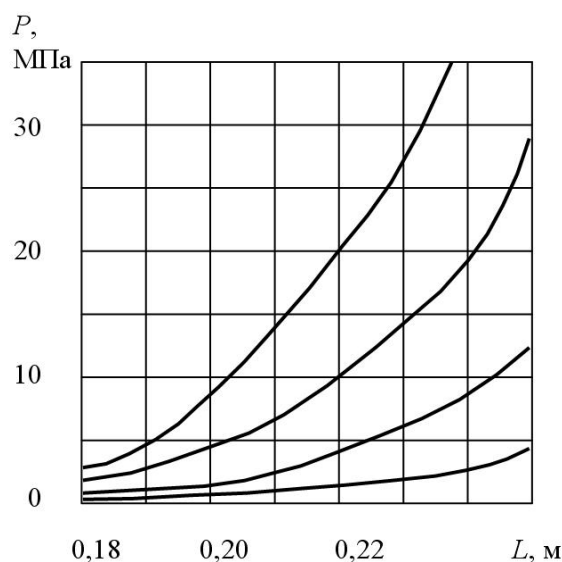
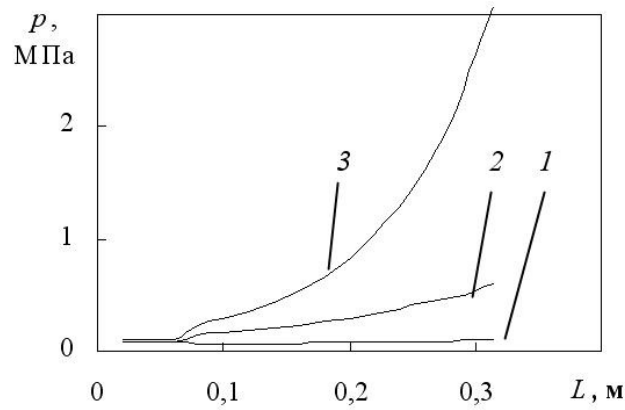


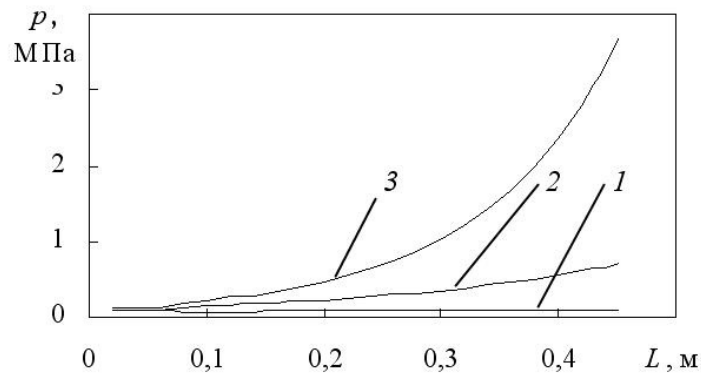
Рисунок 1.12 – Характер зростання тиску по довжині зони живлення

Розраховані у [35–37] значення потужності, яку споживає черв'як, перевищують експериментальні. Це можна пояснити неточністю визначення коефіцієнта бічного тиску, стисканням гранул, а також неповним контактом ущільнених гранул з поверхнями циліндра й черв'яка.

На рис. 1.13 наведено розраховані у [38] залежності розподілу тиску по довжині зони живлення для екструдерів з діаметром черв'яків 63 мм і 90 мм для перероблення поліетилену низької густини марки 15803-020. Початкове значення тиску на виході із зони задавалося рівним 20 МПа. Для екструдера з діаметром черв'яка 63 мм розрахунок здійснювали за таких умов: продуктивність $G=150$ кг/год, частота обертання черв'яка $n=150$ хв⁻¹, відношення коефіцієнтів тертя $f_{ц}/f_{ч}=1,1-1,3$, а для екструдера з діаметром черв'яка 90 мм – відповідно $G=150$ кг/год, $n=68$ хв⁻¹, $f_{ц}/f_{ч}=1,1-1,3$.



а



б

а – діаметр черв'яка 63 мм; б – діаметр черв'яка 90 мм; 1 – 1,1; 2 – 1,2; 3 – 1,3

Рисунок 1.13 – Розподіл тиску по довжині зони живлення для екструдерів з різним діаметром черв'яка за різних відношень f_w/f_c

З рис. 1.13 видно, що відношення коефіцієнтів тертя f_w/f_c істотно впливає на характер зростання тиску. За малих значень цього відношення характер зміни тиску наближається до лінійного. Збільшення відношення f_w/f_c призводить до стрімкого зростання тиску на ділянці відносно невеликої довжини в кінці зони живлення. Результати розрахунків показали, що за малих відношень f_w/f_c відбуватиметься зміна профілю тиску і пов'язані з ним зміни продуктивності і температури розплаву по всій довжині черв'яка. У [41, 42] також відзначається значний вплив цього співвідношення на всі зони процесу екструзії. Таким чином, у процесі проєктування екструдерів необхідно враховувати взаємний вплив всіх функціональних зон: живлення, плавлення, дозування і опір формувальної головки.

1.4.2 Плавлення гранульованих термопластичних матеріалів у черв'ячному каналі

Наближені розрахунки [43, 44] показали, що найбільший вплив на розігрів розплаву полімеру під час його руху в каналах переробного обладнання надає енергія дисипації. З аналізу температурних полів випливає, що дисипативний розігрів полімеру може бути значним. Окрім того, внаслідок зменшення в'язкості полімеру біля стінки, його розігрів здебільшого локалізується в області, яка прилягає до стінки, про що каже максимум температури в цій зоні, тоді як температура стінки є меншою. Це показує, що при вимірюванні температури розплаву полімеру поверхневими термopарами за великих швидкостей зсуву можна одержати велику помилку, оскільки максимум температури знаходиться на певній відстані від стінки.

У зоні плавлення черв'ячних машин завдяки звуженню каналу черв'яка гранули стискаються і проміжки між ними суттєво зменшуються. Тиск при цьому може досягати значних величин (до 100 МПа і більше), що призводить до оплавлення гранул на контактних поверхнях між собою і злипання їх у пористий моноліт – так звану пробку. Завдяки інтенсивному тертю по контактних поверхнях і теплу від нагрівників, що встановлені в цій і наступних зонах на корпусі, полімер починає плавитись поблизу внутрішньої поверхні корпусу.

Утворений розплав заповнює вільні проміжки між гранулами і утворює плівку – поверхневий шар пробки, який дозволяє рухатись матеріалу вздовж осі циліндра. Необхідною умовою для подовжнього просування є те, що коефіцієнт тертя між пробкою і циліндром має бути більшим, ніж коефіцієнт тертя між пробкою і черв'яком. Як показують численні експерименти, загальне тертя складається з комбінації сухого тертя, яке залежить від тиску на поверхні пробки, та в'язкого тертя, на яке суттєво впливає швидкість руху пробки. Співвідношення між цими видами тертя залежить від багатьох факторів, серед яких основними є стан поверхні циліндру і черв'яка, температура, реологічні властивості розплаву полімеру, тощо. Крім того, при деяких умовах частково

втрачається контакт між матеріалом і циліндром або черв'яком, що зменшує загальну величину тертя і впливає на рух пробки.

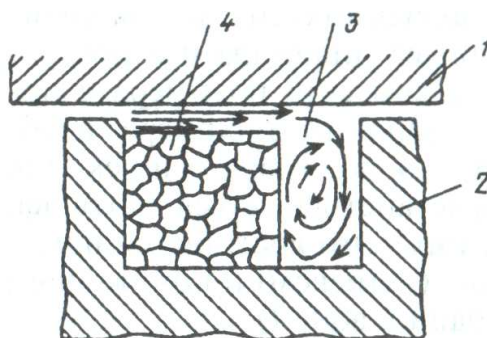
Коли товщина плівки розплаву перевищить висоту зазору між гребенем витка і внутрішньою стінкою циліндра, розплав починає зрізатися гребенем витка і утворює зону розплаву, яка транспортується вздовж штовхального боку цього гребеня. Утворений розплав притискає твердий полімер до стінки циліндра і пасивного боку гребеня. Таким чином, завдяки безперервному зрізанню розплаву товщина плівки залишається малою і в цій плівці відбувається інтенсивний процес дисипації енергії, за рахунок якої в основному і здійснюється плавлення. Поступово зона розплаву збільшується за відповідного зменшення зони твердого полімеру і коли співвідношення між витратами розплаву і твердого полімеру досягає певного значення, залишки твердої пробки руйнуються і нерозплавлені частинки зміщуються з розплавом. Також руйнування твердої пробки можливе і внаслідок дії конструктивних елементів екструзійного обладнання. У деяких випадках нерозплавлені частинки можуть зберігатися аж до виходу екструдера, що негативно впливає на якість виробу, а інколи призводить до браку. Тому наприкінці зони плавлення встановлюють змішувальні елементи, які забезпечують необхідну якість розплаву.

У проєктуванні полімерного обладнання і розрахунках процесу плавлення полімеру використовується низка фізичних і математичних моделей, які відрізняються трактовкою всього процесу, врахуванням різних факторів, трудомісткістю та точністю розрахунків.

Класичним є підхід, описаний у [18, 40], який був запропонований Тадмором, виходячи з механізму плавлення, описаного в працях Маддока та Стрита. Відповідно до цього підходу процес плавлення гранульованого матеріалу починається на поверхні контакту твердого матеріалу – пробки з гранул і гарячою стінкою корпусу. На поверхні стінки утворюється тонка плівка розплаву. Поступово товщина цієї плівки збільшується, і тоді, коли вона стає більшою радіального зазору між черв'яком і корпусом, гребень черв'яка

починає зіскрібати шар розплаву, який і збирається біля штовхального гребня черв'яка. При просуванні пробки гранул по каналу її ширина зменшується; процес плавлення закінчується тоді, коли пробка зовсім зникає.

Така фізична модель процесу плавлення будувалася в припущенні, що рух матеріалу в зоні плавлення можна вважати стаціонарним й що поля швидкостей і температур у кожному перетині каналу є сталими величинами і не залежать від часу. Передбачалося також, що область розплаву відділяється від області гранул чіткою границею, інакше кажучи, що полімер має чітко виражену температуру плавлення. Подальше спрощення полягає в тому, що пробку гранул вважають гомогенною, однорідною й безперервною, а поперечний переріз області розплаву й пробки – прямокутним (рис. 1.14).



1 – стінка корпусу; 2 – черв'як; 3 – розплавлений полімер; 4 – пробка

Рисунок 1.14 – Схема плавлення пробки в черв'ячному каналі

За рахунок процесу теплопередачі в результаті наявності перепаду температур тепло до твердої пробки передається від внутрішньої поверхні корпусу через плівку, що рухається, до пробки. Товщина плівки розплаву на зовнішній поверхні пробки є незначною. Додаткове тепло генерується в плівці розплаву внаслідок роботи в'язкого тертя. Теплопередача від штовхальної стінки черв'яка до шару розплаву нехтується, оскільки на більшій частині зони плавлення ширина твердої пробки набагато більша, ніж її висота. Теплопередача в напрямку осі корпусу також не враховується.

При розрахунках процесу теплопередачі вважається, що товщина шару гранул велика і, оскільки коефіцієнт теплопровідності гранул дуже малий, температура гранул швидко знижується від температури поверхні розділу

(температура плавлення) до температури шарів пробки, досить віддалених від зони плавлення.

Більш сучасною і обґрунтованою є модель і методика розрахунку, наведена в працях Л. Б. Радченка та співавторів [35–38], де використовуються такі основні гіпотези:

- циліндричний корпус обертається з кутовою швидкістю ω , що дорівнює швидкості обертання черв'яка, а черв'як вважається нерухомим; кривизна каналу не враховується і є можливість розгорнути в паралельні площини циліндричні поверхні корпусу та осердя черв'яка,

- плівка розплаву товщиною δ , яка утворюється на поверхні циліндра, безперервно зрізується транспортуючим гребенем нарізки і утворює область розплаву, що поступово збільшується по товщині,

- полімерна пробка, що має в перерізі форму прямокутника, притиснута розплавом до пасивного гребеня витка, рухається як тверде жорстке тіло,

- поверхня розділу між твердим полімером і розплавом чітко виражена, що відповідає температурі плавлення полімеру,

- теплопередача відбувається тільки за рахунок теплопровідності і тільки по товщині каналу без конвективної складової,

- на границях каналу реалізуються умови повного прилипання розплаву до поверхонь циліндра і черв'яка,

- температура на поверхнях каналу відповідає граничним умовам першого роду, на контакті з циліндром – температурі корпусу та на поверхні розділу фаз – температурі плавлення.

Недоліком згаданих методик є їх наближеність, оскільки вони реалізовані методом східчастої апроксимації, за якої в межах кожної ділянки всі параметри вважаються сталими, а на межах між ними існує стрибок параметрів.

Експериментальні дослідження процесу плавлення полімерів у черв'ячному каналі, такі як описані в [45], демонструють, що на відміну від положень аналітичних моделей форма пробки не є прямокутною, а відщеплення

від неї нерозплавлених часток відбувається не лише наприкінці, але на всьому протязі процесу (рис. 1.15).

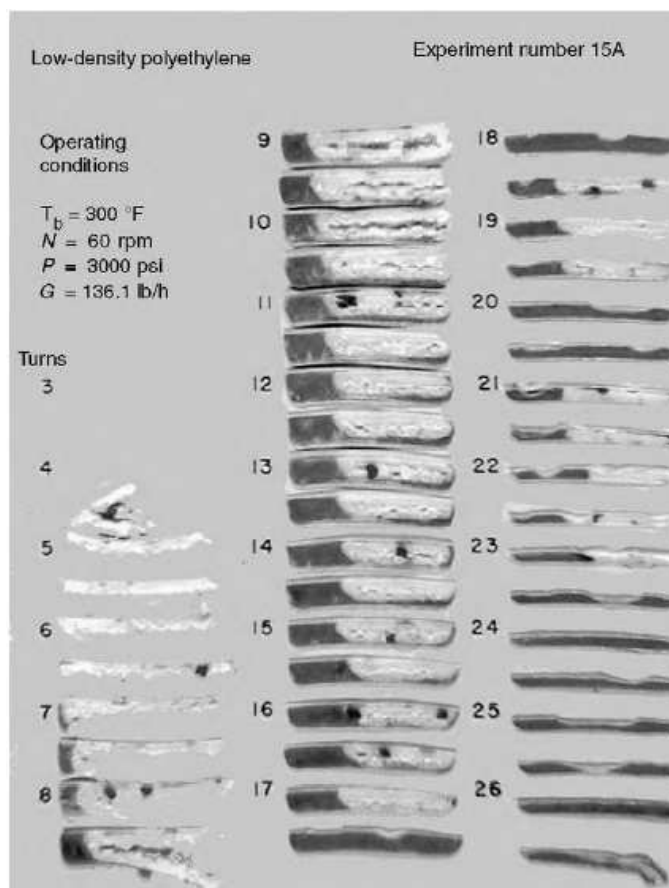


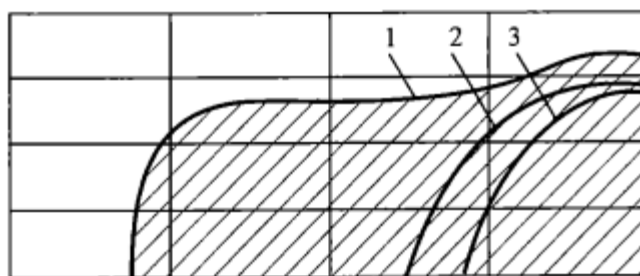
Рисунок 1.15 – Розподіл твердої та розплавленої фаз поліетилену низької густини в перерізах черв'ячного каналу

Надалі класична модель модифікувалася та уточнювалася в багатьох теоретичних і експериментальних працях, у яких враховувалися: неізотермічність полімерної пробки і вплив на її плавлення теплопровідності з боку розплаву і поверхні черв'яка; циркуляція розплаву і зміна швидкості руху полімеру в різних фазах та інші фактори [46–50].

Пізніше модель плавлення розв'язувалась з урахуванням зміни температури по товщині плівки розплаву, а також було наведено оцінку впливу конвективної складової, кривизни каналу, конічності черв'яка, зазору між гребенем витка і циліндром [51–53]. Порівняння з експериментальними даними показало задовільну збіжність.

Н. М. Труфановою зі співавторами було опубліковано цикл робіт [54, 55], спрямованих на вдосконалення існуючих моделей шляхом точнішого враху-

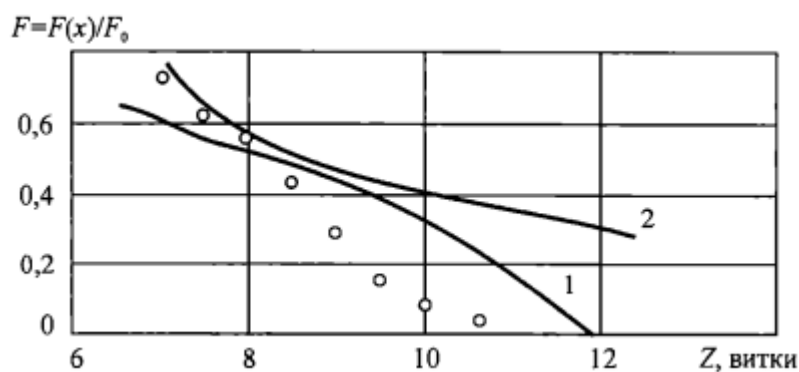
вання в'язкої дисипації енергії та конвективного теплопереносу. Було встановлено значний вплив вказаних факторів на проходження процесу (рис. 1.16).



1 – форма пробки за наявності лише зовнішнього підводу тепла; 2 – форма пробки з урахуванням дисипації; 3 – форма пробки за попередніх умов з попереднім підігрівом гранулята

Рисунок 1.16 – Вплив різних джерел тепла на форму і розміри пробки

Проте, незважаючи на більш точне прогнозування довжини зони плавлення, розрахункові значення відносної площини пробки по довжині черв'ячного каналу значно відрізняються від експериментальних (рис. 1.18).



1 – за моделлю Труфанової [54, 55], 2 – за моделлю Ліндта [47], о – за експериментальними даними [54, 55]

Рисунок 1.17 – Зміна відносної площі пробки полімеру по довжині черв'яка діаметром 90 мм

Подальший розвиток методів дослідження термомеханічних процесів, що відбуваються при переробці різних матеріалів у хімічних виробництвах, на сучасному етапі пов'язаний з моделюванням цих процесів на базі

універсальних програмних систем з залученням сучасних ефективних числових методів і потужної комп'ютерної техніки. До таких систем передусім треба віднести такі багатофункціональні обчислювальні комплекси, як ANSYS, NASTRAN, KOSMOS та інші. Щодо конкретних процесів переробки полімерних матеріалів, то для їх моделювання найбільш пристосованими є проблемно орієнтовані системи типу FLUENT, POLYFLOW та інші.

1.4.3 Змішування розплавів полімерів

Змішування – це механічний процес, метою якого є перетворення вихідної системи, яка характеризується впорядкованим розподілом компонентів суміші, в систему, яка характеризується неупорядкованим, статистично випадковим розподілом.

У результаті процесу змішування відбувається взаємне переміщення частинок різних компонентів, які були розташовані до перемішування окремо чи перебували в неоднорідно проникливому стані. При переробці полімерних матеріалів змішування використовують для введення в полімер, що перероблюється, пластифікаторів, наповнювачів, барвників, стабілізаторів та інших домішок.

Метою процесу змішування полімерних матеріалів є досягнення певного просторового розподілу частинок кожного компонента в деякому об'ємі шляхом зміни початкового розподілу.

Однак не дивлячись на велику кількість робіт, у дослідженнях та оптимізації змішування полімерних матеріалів послуговуються більше емпіричним підходом, ніж закінченими науковими теоріями.

Ідеальну суміш можна визначити як таку, для якої ймовірність наявності будь-якого компонента в будь-якій точці її об'єму залишається постійною. У реальних сумішах у різних мікрооб'ємах співвідношення компонентів – величина випадкова. Тому більшість методів і критеріїв оцінки якості сумішей засновані на статистичному аналізі.

Часто за критерій якості суміші беруть середньоквадратичне відхилення вмісту наповнювача X у пробах

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2,$$

де N – кількість проб; \bar{X} – середня концентрація

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i.$$

Характер розподілу наповнювача можна визначити, використовуючи критерій Пірсона

$$I = \frac{S^2}{\sigma^2},$$

де σ^2 – генеральна дисперсія: $\sigma^2 = \bar{x}(1 - \bar{x})$.

Якщо $I \rightarrow 1$, то зміни концентрації в пробах близькі до випадкових.

Під час аналізу процесів змішування в одночерв'ячних екструдерах припускають, що змішування починається в зоні плавлення полімеру і закінчується в зоні дозування. При цьому розплав полімеру розглядається як високов'язка рідина, а змішування є ламінарним, так як у цьому разі число Рейнольдса $Re \ll 1$.

Основи теорії процесу ламінарного змішування наведені у працях [56–59]. Якість суміші під час змішування полімерних композицій пропонується оцінювати товщиною смуги, ступенем розділення або інтенсивністю розділення. Товщину смуги знаходять як середню відстань між двома шарами одного й того ж компоненту в системі до і після зсувного деформування. Ступінь розділення визначається розмірами ділянок з неоднорідністю. Інтенсивність розділення визначається різницею концентрацій розподіленого компонента між пробами.

Мор зі співавторами [60] вперше отримали рівняння, яке дозволяє зв'язати кінцеву товщину смуги r з початковою товщиною r_0 залежно від величини деформаційного впливу на систему, співвідношення концентрацій компонентів та їх в'язкостей:

$$r = \frac{r_0 \mu_k}{q \Gamma \mu_c},$$

де Γ деформація зсуву, яка розраховується як $\Gamma = \dot{\gamma} t$; $\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву, яка дорівнює $\dot{\gamma} = \frac{dv}{dy}$; t – час; q – частка найменшого по концентрації компонента суміші; μ_k – в'язкість найменшого по концентрації компонента (в наповнених полімерах – це в'язкість чистого полімеру); μ_c – в'язкість системи (наповненого полімеру).

При додаванні барвника чи невеликої кількості наповнювача приймають, що $\mu_k \approx \mu_c$.

Тоді очікувана внаслідок деформування кінцева товщина смуг

$$r = \frac{r_0}{q \Gamma}. \quad (1.2)$$

При цьому необхідно відмітити, що реальний матеріал характеризується цілим спектром товщини смуг r як через відмінності r_0 у вихідній системі, так і внаслідок неоднорідності поля деформації зсуву Γ у реальних змішувачах (екструдерах).

В. С. Кім зі співавторами [56, 61], розглядаючи зменшення товщини смуг r при двовісній деформації зсуву, отримали рівняння

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0} = \frac{1}{q \left[|\Gamma_x| + |\Gamma_z| \right]}.$$

Товщина смуги залежить не тільки від величини деформації зсуву, але і від характерного розміру r_0 частинок і частки q компоненту, що додається.

При цьому в [62] пропонується системи з різною середньою величиною r розбити на класи і оцінювати шляхом візуального, якісного порівняння зі зразками. Ця оцінка є дещо суб'єктивною, однак прилади, які наразі створюються, виконують автоматичний вимір набору r_i у зразку і усереднення r з врахуванням частки кожної r_i , усуваючи цей недолік.

Теоретичний підхід заснований на обчисленні величини накопиченої матеріалом при течії деформації зсуву Γ за співвідношенням [63]

$$\Gamma(t) = \int_0^t \dot{\gamma}(x, y, z) dt,$$

де
$$\dot{\gamma} = \frac{d\Gamma}{dt},$$

чи при врахуванні

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dn} [v(x, y, z)] \text{ і } dt = \frac{1}{v} ds,$$

$$\Gamma(s) = \int_0^s \frac{1}{v} \frac{dv}{dn} ds,$$

де t – час; $v(x, y, z)$, $\dot{\gamma}(x, y, z)$ – поля лінійних швидкостей і швидкостей зсуву маси полімеру, що деформується, в якій переміщається частинка; n , s – відстані в напрямку нормалі до вектора швидкості v і в напрямку траєкторії частинки.

Область біля стінки гвинтового каналу шнека, в значення якій $F(a, \varphi)$ значно більші за інші ділянки, мала й робить дуже малий внесок у витрати із каналу, відповідно ступінь змішування на виході із каналу досить однорідна. Цей факт дозволив автору праці [57] запропонувати спрощений підхід, який полягає в тому, що ступінь змішування всього матеріалу можна оцінити за величиною $\Gamma_{2/3} = \Gamma(a, \varphi)_{a=2/3}$: при цій координаті функція $F(a, \varphi)$ має аналітичний вираз

$$\Gamma_{2/3} = 3,71 \frac{L}{h} \frac{1,64 + \varphi}{1 - \varphi} \quad (1.3)$$

Отже, аналізуючи праці [56–63], можна відмітити таке:

– припущення про ньютонівську поведінку розплаву при зсувному деформуванні і про ізотермічність цього процесу в каналі шнека призводять до викривлення (порівняно з реальними) профілів швидкості, однак це викривлення, не може спричинити суттєвих помилок у визначенні сумарної

деформації, що розвивається в зоні дозування (і, як наслідок, степені деформації), яка оцінюється за формулою (1.3);

– наведений у розглянутих роботах метод оцінки зміни смугастості з використанням величини накопиченої в розплаві полімеру деформації (1.3) може застосовуватись для оцінки змішувальної ефективності зони дозування екструзійного устаткування, і, вочевидь, внаслідок деякої подібності кінематики руху розплаву, також певною мірою для рідкого ядра перехідної зони;

– існуючі методи не дають змоги кількісно оцінити якість змішування, наприклад, зміну розподілу концентрації компонентів у процесі змішування.

Бернхардт вважав смугастість єдиним прямим показником якості змішування [64]. Насправді, смугастість можна спостерігати візуально на виробках навіть без оптичного збільшення.

При осьовій деформації зсуву [65] середня товщина смуг обернено пропорційна величині зсуву:

$$r = \frac{r_0}{\theta(\sqrt{1 + \gamma^2} - 2)} \approx \frac{r_0}{\theta\gamma},$$

де θ – частка головного компоненту, r_0 – початкова смугастість, γ – накопичена деформація зсуву.

Для кількісного опису текстури суміші з контрастних за властивостями компонентів здебільшого використовують два параметри:

– інтенсивність поділу (різниця концентрацій між пробами на неоднорідних ділянках.);

– ступінь поділу (розміри ділянок з неоднорідністю).

Якість змішування визначається комбінацією, наприклад, добутком цих двох параметрів.

Абсолютно безтекстурну композицію можна отримати, знижуючи або ступінь поділу до масштабів граничної частки, або знижуючи інтенсивність поділу, вирівнюючи концентрації.

Модель ламінарного змішування Кіма і Скачкова [61] під час течії полімерної суміші в змішувальних каналах для деформування розплаву в двох і

трьох напрямках адаптована для розв'язання числовими методами. Крім того, процес розглядається не в усереднених, а в локальних величинах, що призводить до необхідності введення такого поняття, як поле смугастості.

Таким чином, теорія ламінарного змішування може бути застосована для аналітичного опису процесу змішування розплавів через величину накопиченої деформації зсуву і смугастість.

Існуючі методики розрахунку показників якості змішування базуються на визначенні усереднених величин і не дають можливості виконувати детальний аналіз впливу конструктивних особливостей устаткування на показники якості змішування, визначення застійних зон тощо. Важливо розглядати локальні значення показників якості змішування, наприклад, смугастості або накопиченої деформації зсуву. Достатньо достовірними показниками якості при виготовленні виробів з полімерної сировини методами екструзії є коефіцієнт неоднорідності і показник смугастості, який може визначатися за величиною накопиченої деформації зсуву. Проте ці показники не завжди піддаються прямому розрахунку чи вимірюванню в локальних областях та є усередненими.

Оцінка якості суміші за ступенем та інтенсивністю поділу краще відображає стан суміші в довільно обраних локальних областях [66].

Зазвичай отримання полімерних композицій з необхідними властивостями передусім має за мету формування в процесі змішування визначеної макроструктури [65, 67], що відповідає типу наповнювача [68], пластифікатора [69], барвника [70] і інших модифікаторів, їхньому вмісту і розподілу в полімерній матриці. Отже, найбільш доцільно здійснювати дослідження в напрямку визначення змін концентрації компонентів в кожному елементарному об'ємі суміші в процесі її приготування.

У разі проведення числових розрахунків пряме обчислення концентрації компонентів найбільш адекватно відображає стан суміші та особливості складних змішувальних пристроїв.

1.4.4 Формування виробів

Аналітичні моделі в ряді випадків [71–74] показують досить прийнятні результати, але не можуть врахувати тривимірність та локальні зміни реологічних властивостей розплавів, які можуть суттєво впливати на реальну картину течії. Окрім того, розплави ПК можуть мати нелінійні властивості, що унеможлиблює їх чисто аналітичне розглядання. Тому більш уточнене розглядання таких процесів вимагає використання числових методів.

Одним з розповсюджених числових методів є метод скінченних різниць (MCP). Він є досить універсальним та зручним і широко використовується для гідродинамічних і теплових розрахунків, в тому числі неньютонівських рідин [75–82], але слабо пристосований для точного опису складних геометричних форм, які мають місце в формуючих каналах полімерного обладнання. Уточнений опис форм каналів за MCP тягне за собою різке збільшення обчислювальних ресурсів, потрібних для розрахунку задачі. Окрім того, значення величин, що розраховуються, визначаються за даним методом тільки в вузлах сітки, в проміжках між якими вони залишаються невизначеними.

Подальшим удосконаленням чисельних методів є один з найсучасніших та найефективніших з них – метод скінченних елементів (MCE), який останнім часом широко використовується для розрахунків конструкцій на жорсткість і міцність [83–86]. У ньому практично знімаються принципові обмеження на складність форми, якщо застосовуються криволінійні скінченні елементи (СЕ) та неортогональні координати, які дозволяють досить точно описати будь-яку розрахункову область не дуже густою сіткою СЕ, що значно підвищує ефективність розрахунків [87–88]. Ефективність MCE підвищується, якщо для розрахункових фізичних залежностей вдається використати варіаційний принцип [83, 89–90], оскільки тоді система лінійних рівнянь, до якої зводиться задача, має стрічкову симетричну структуру, яка дозволяє застосування ефективніших методів її розв’язання. При цьому метод переміщень менш трудомісткий, ніж метод сил, проте має меншу точність визначення напружень порівняно

з переміщеннями. Шляхом застосування на основі двох варіаційних формулювань змішаних схем можна використати переваги обох методів [86].

На першому етапі розрахунку довільного тіла по МСЕ створюється його скінченно-елементна модель (СЕМ). Тіло розділяється на малі, але скінченні частини – скінченні елементи (СЕ), які залишаються з'єднаними тільки в заздалегідь призначених вузлових точках. Як невідомі беруться переміщення вузлових точок тіла, які в сукупності утворюють вектор-стовпець вузлових переміщень скінченно-елементної моделі

$$\{\bar{U}\}^T = [\bar{U}_1^{(1)} \bar{U}_2^{(1)} \bar{U}_3^{(1)} \dots \bar{U}_1^{(m)} \bar{U}_2^{(m)} \bar{U}_3^{(m)}],$$

де $\bar{U}_i^{(k)}$ – переміщення вузла із глобальним номером $k (1 \leq k \leq m)$ в напрямку координатної осі x_i .

Аналогічно позначається вектор переміщень n -го елемента. Оскільки вектори $\{\bar{U}\}$ й $\{U\}_{(n)}$ характеризують переміщення тих самих вузлів при різних способах нумерації, вони можуть бути виражені один через одного за допомогою матриць інцидентій

$$\{\bar{U}\}_{(n)} = [I]_{(n)} \{U\}$$

Матриця $[I]_{(n)}$ представляє собою таблицю з нулів і одиниць, число стовпців якої дорівнює порядку вектора $\{\bar{U}\}$, а число рядків – порядку вектора $\{U\}_{(n)}$.

Як апроксимуючі функції зазвичай використовуються інтерполяційні поліноми різного ступеня, що називаються в МСЕ функціями форми N_1, N_2, \dots . Деформації й напруження обчислюються через вузлові переміщення. Співвідношення МСЕ одержують у два етапи. Спочатку на основі поліноміальної апроксимації виводять співвідношення для СЕ (матриці жорсткості). Потім з умов спільної роботи СЕ формулюють умови рівноваги тіла в цілому.

Функції переміщень у разі використання шестигранного СЕ визначаються через функції форми

$$U_i = N_1 U_i^{(1)} + N_2 U_i^{(2)} + N_3 U_i^{(3)} + \dots + N_8 U_i^{(8)}, \quad (1.4)$$

де $\bar{U}_i^{(k)}$ – переміщення k -го вузла уздовж осі x_i .

Формула (1.4) еквівалентна матричному співвідношенню

$$\{U\} = [N]\{U\},$$

де

$$\{U\}^T = [U_1 U_2 U_3], \quad \{U\} = [U_1^{(1)} U_2^{(1)} U_3^{(1)} \dots U_1^{(8)} U_2^{(8)} U_3^{(8)}],$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix}.$$

Використовуючи відповідні геометричні й фізичні рівняння, виводяться матричні формули для деформацій і напружень елемента:

$$\{\epsilon\} = [\partial]\{U\} = [\partial][N]\{U\} = [B]\{U\};$$

$$\{\sigma\} = [E]\{\epsilon\} = [E][B]\{U\};$$

$$[B] = [\partial][N]. \quad (1.5)$$

Вираз для матриці жорсткості й вектора навантажень одержується з розгляду повної потенційної енергії скінченного елемента:

$$\begin{aligned} \delta\Pi &= \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} \int_0^{a_3} \delta\{\epsilon\}^T \{\sigma\} dx_1 dx_2 dx_3 - \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} \int_0^{a_3} \delta\{U\}^T \{f\} dx_1 dx_2 dx_3 = \\ &= \delta\{U\}^T ([K]\{U\} - \{Q\}) = \delta\{U\}^T \{F\}; \\ [K] &= \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} \int_0^{a_3} [B]^T [E][B] dx_1 dx_2 dx_3; \\ \{Q\} &= \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} \int_0^{a_3} [N]^T \{f\} dx_1 dx_2 dx_3; \\ \{F\} &= [K]\{U\} - \{Q\}, \end{aligned}$$

де $[K]$ – матриця жорсткості елемента; $\{Q\}$ – вектор еквівалентних вузлових навантажень; $\{F\}$ – вектор нерівноважених вузлових сил елемента.

Варіаційне рівняння для скінченно-елементної моделі отримується підсумовуванням варіацій повної потенційної енергії елементів

$$\delta\Pi = \sum_{n=1}^N \delta\Pi_{(n)} = \sum_{n=1}^N \delta\{U\}_{(n)} ([K]_{(n)} \{U\}_{(n)} - \{Q\}_{(n)}) = 0.$$

Вектори вузлових переміщень елементів $\{U\}_{(n)}$ представляємо через вектор $\{U\}$

$$\delta \Pi = \sum_{n=1}^N \delta([I]_{(n)} \{U\})^T \{F\}_{(n)} = \delta\{U\}^T \{F\} = 0, \quad (1.6)$$

де

$$\{\bar{F}\} = \sum_{n=1}^N [I]_{(n)}^T \{F\}_{(n)} = [K] \{U\} - \{\bar{Q}\} = 0;$$

$$\{K\} = \sum_{n=1}^N [I]_{(n)}^T [K]_{(n)} [I]_{(n)};$$

$$\{\bar{Q}\} = \sum_{n=1}^N [I]_{(n)}^T \{Q\}_{(n)}.$$

Компоненти вектора варіацій переміщень $\delta\{U\}$, що враховують накладені на тіло закріплення (в'язі), дорівнюють нулю, а інші можуть приймати довільні значення. У зв'язку із цим варіаційне рівняння (1.6) може задовольнитися, якщо всі компоненти вектора $\{F\}$ дорівнювати до нуля, тобто

$$\{\tilde{F}\} = 0 = [\tilde{K}] \{\tilde{U}\} - \{\tilde{Q}\}. \quad (1.7)$$

Вектори, $\{\tilde{F}\}$, $\{\tilde{U}\}$, $\{\tilde{Q}\}$ і матриця $[\tilde{K}]$ отримані з $\{F\}$, $\{U\}$, $\{Q\}$ і $[K]$ викреслюванням рядків (а для матриці $[K]$ й стовпців), які відповідають по розташуванню нульовим варіаціям переміщень у векторі $\delta\{U\}$.

Розв'язуючи систему рівнянь (1.7), обчислюють вектор шуканих переміщень $\{\tilde{U}\}$, що після введення заздалегідь заданих переміщень перетвориться в повний вектор вузлових переміщень скінченно-елементної моделі $\{U\}$. Деформації й напруження, необхідні для розрахунків, визначають поелементно по формулах (1.5).

Дослідження показали [91], що при моделюванні слабостисливих середовищ, якими є також розплави ПК, традиційний варіант МСЕ приводить до значних похибок, які виникають завдяки некоректній апроксимації деформації зсуву та об'ємних деформацій [92]. Це явище спостерігається, наприклад, у плоскощільних головках, де діють високі перепади тиску [93].

Точне же врахування умови нестисливості потребує набагато більших обчислювальних витрат, оскільки збільшує кількість невідомих в системі рівнянь.

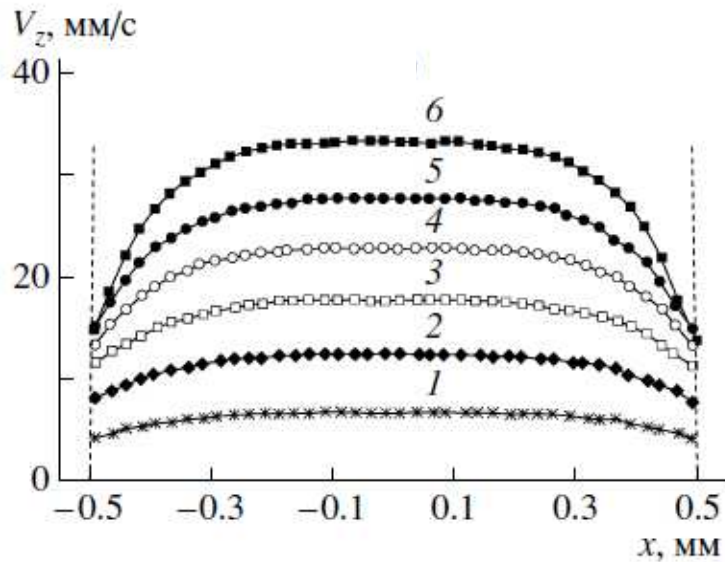
Розроблено модифікації МСЕ, які дають можливість коректно розраховувати процеси течії нелінійних рідин в формуючих каналах [94, 95], однак їх схеми не завжди ефективні за використанням обчислювальних ресурсів. Існують також методи граничного переходу від нестисливої до обмежено стисливої рідини з наперед заданою точністю [96–98].

Як гранична умова під час розглядання задачі течії рідин в каналах зазвичай вводиться припущення прилипання до твердих поверхонь, нехтуючи наявністю при течії деяких полімерів пристінними ефектами різної природи, які значно впливають на точність моделювання. Пристінні ефекти можуть в певних межах впливати на розподіл основних параметрів розплаву поблизу поверхонь та навіть по всьому перерізу каналів і, як наслідок, на стан поверхонь, точність розмірів, що тягне за собою необхідність доведень обладнання [99–102].

Водночас, наявні експериментальні дослідження дозволили встановити різну природу пристінних ефектів у різних полімерів та в різних умовах течії:

- ковзання матеріалу по границі розподілення зі стінкою каналу [103–106];
- утворення в безпосередній близькості від стінки каналу шару матеріалу з аномально зниженою відносно основного матеріалу в'язкістю [107–108];
- ковзання матеріалу по тонкому шару змащувальної речовини [109–110];
- нестійкість течії у вигляді періодичних проковзувань, так зване явище “stick-slip” [111–114].

Так, низка розплавів полімерів проявляє здатність до проковзування по твердих стінках каналів [111, 115–121], як, наприклад, ПЕВГ (рис. 1.18), непластифікований ПВХ або полістирол. У той же час, такі полімери, як ПЕНП або пластифікований ПВХ, утворюють низькомолекулярний шар поблизу стінки каналу [122, 123]. Більш вираженим даний ефект є в разі переробки вторинних полімерних матеріалів та використання змащувальних домішок для покращення умов переробки й зниження механодеструкції полімерів.



1 – 31 с⁻¹; 2 – 59 с⁻¹; 3 – 85 с⁻¹; 4 – 111 с⁻¹; 5 – 138 с⁻¹; 6 – 162 с⁻¹

Рисунок 1.18 – Результати вимірювань розподілу швидкостей в потоці ПЕВГ при 190 °С з праці [111] за різних швидкостей зсуву

Існують різні методи врахування пристінних ефектів при розрахунку реологічних параметрів полімерних матеріалів та опору каналів [124–128]. Проте вони не враховують різну природу утворення цих ефектів і, відповідно, не для всіх полімерів дають кількісну збіжність з дійсними значеннями.

Згідно припущень Нав'є [129], за наявності ковзання руху рідини протистоїть сила, пропорційна відносній швидкості між рідиною і твердою стінкою.

Враховуючи узагальнену ньютонівську модель рідини, дотичні напруження поблизу стінки становлять

$$\tau_{xy} = \eta(\dot{\gamma}) \frac{dv}{dy},$$

де η – динамічна в'язкість, Па·с; $\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву, с⁻¹.

Тоді швидкість ковзання визначиться як

$$v_w = \text{sign}\left(\frac{dv}{dy}\right) k \tau_{xy},$$

де $k = \bar{k}/\eta(\dot{\gamma}) \geq 0$, \bar{k} – коефіцієнт тертя.

Цю залежність між швидкістю ковзання рідини на твердій стінці та напруженням зсуву поблизу неї називають лінійним законом ковзання Нав'є,

який широко застосовують для моделювання течії полімерних матеріалів з урахуванням пристінних ефектів [130–133].

Нелінійний закон ковзання Нав'є [134] оснований на припущенні, що коефіцієнт тертя залежить від напруження зсуву, який підкорюється нелінійній степеневій залежності

$$v_w = \text{sign}\left(\frac{dv}{dy}\right) k |\tau_{xy}|^{m-1} \tau_{xy}, \quad (1.8)$$

де $m > 0$. За $m = 1$ закон перетворюється на лінійний закон ковзання Нав'є.

Для обчислення плавного збільшення швидкості ковзання в діапазонах критичного напруження зсуву, за якого починається проява даного ефекту, Хатзікіріакос (Hatzikiriakos) запропонував закон ковзання на основі теорії в'язкої рідини Ейрінга [135, 136].

Закон ковзання Хатзікіріакоса має такий вигляд:

$$v_w = \begin{cases} k_1 \sinh \left[k_2 \left(\text{sign}\left(\frac{dv}{dy}\right) \tau_{xy} \right) - \tau_c \right] & , \text{ при } \tau_{xy} \geq \tau_c \\ 0 & , \text{ при } \tau_{xy} < \tau_c \end{cases}$$

де τ_c – критичне напруження, за якого починається ковзання, а $k_1, k_2 \geq 0$.

Асимптотичний закон ковзання [137]

$$\tau = -\frac{1}{k_2} \left[1 - \exp\left(\frac{v}{k_1}\right) \right],$$

для одновимірного потоку вираз може бути записаний у вигляді функції швидкості ковзання

$$v_w = k_1 \ln \left[1 + k_2 \left(\text{sign}\left(\frac{dv}{dy}\right) \tau_{xy} \right) \right].$$

Проте даний підхід коректно описує реологічну поведінку лише тих полімерних рідин, які відповідають закону Ейрінга [138] та дає змогу визначити величину ефективної швидкості пристінного ковзання не в усьому діапазоні перерізів каналів та швидкостей зсуву.

1.4.5 Постформувальне оброблення зекстурованих виробів

Після виходу екструдату із формувальних каналів екструзійних головок спостерігаються такі негативні явища, як спотворення конфігурації екстурованих виробів через в'язкопружні властивості полімерних матеріалів, перебудову профілю течії та нерівномірні умови охолодження. У працях Фан-Тьєна, Таннера, Мітсуліса, Хассагера [139–142] було запропоновано низку математичних моделей опису руху в'язкопружного матеріалу в необмеженому просторі. Показано, що врахування пружних властивостей розплавів полімерів приводить до суттєвих змін конфігурації полімерних виробів. Це, в свою чергу, зумовлює необхідність корегування технологічних параметрів процесу екструзії і геометрії формуючих каналів [143–145].

Рівняння стану полімерних матеріалів із в'язкопружними властивостями можна підрозділити на три типи:

- диференціальні;
- інтегральні;
- релаксаційні.

До диференціальних належать рівняння, що визначають тензор напруження як функцію диференціальних кінематичних величин, що відносяться лише до моменту спостереження. Так звані моделі сім'ї Олдройта (куди відносять моделі Олдройта-В, Уайт–Метцнера, Фан-Тьєн–Таннера, Джисекуса та ін.) підкоряються диференціальним рівнянням, записаних в показниках тензора екстра-напружень τ_1 і є найбільш реалістичними і розповсюдженими у використанні під час розрахунку течії в'язкопружних розплавів полімерів [146–148].

В інтегральних рівняннях тензор напружень визначається за допомогою одного або декількох інтегралів. Модель Фін-П включає в себе рівняння, записане з урахуванням тензора форми, а модель ПОМ-ПОМ складається з двох рівнянь, записаних у показниках тензора орієнтації і змінного розтягування. Модель Леонова включає в себе три рівняння: для вільних

макромолекулярних ланцюгів; для захоплених макромолекулярних ланцюгів; для структурної змінної, яка характеризує перехід макромолекулярних ланцюгів від захопленого до вільного стану [149–151].

Рівняння стану релаксаційного типу містять щонайменше одну похідну за часом від тензора напружень. Прикладом такої моделі є рівняння Максвелла. Верхньо-конвективна модель Максвелла [152] є однією з найпростіших в'язкопружних залежностей. З урахуванням її реологічної простоти, модель рекомендується лише тоді, коли доступно мало інформації про течію, або коли достатньою є якісна оцінка величин.

Модель Фан-Тьєн–Таннера (ФТТ) [139, 140, 146–148] є універсальною реологічною моделлю, яка дозволяє з високою достовірністю прогнозувати аномалію в'язкості розплаву і коректно описує течію полімерів, для яких спостерігається наявність в'язкопружних властивостей.

1.5 Висновки і завдання досліджень

Необхідність підвищення технічного рівня, якості та конкурентоспроможності полімерної продукції вимагає вдосконалення методів розрахунку та технологій їх конструювання.

В основу багатьох теоретичних праць, у яких аналізується процес живлення екструдера гранульованим полімерним матеріалом, лежить фізична модель, за якою під час руху у каналі черв'яка гранули не переміщуються одна відносно іншої, і рухаються як суцільна еластична стислива пробка. Для аналізу процесу користуються так званою плоскопаралельною моделлю черв'яка. При цьому кривизна каналу не враховується, черв'як вважається нерухомим, а циліндр таким, що обертається з лінійною швидкістю, рівною і протилежною швидкості обертання черв'яка. Для одержання достатньої точності розрахунків процесу живлення необхідна відповідна точність функцій, які описують залежність коефіцієнтів тертя, бокового тиску, стисливості гранул тощо.

При розрахунках процесу плавлення полімеру використовується низка

фізичних і математичних моделей, які відрізняються трактовкою процесу, врахуванням різних факторів, трудоємкістю та точністю розрахунків. Проте, незважаючи на відносно точне в останніх моделях прогнозування довжини зони плавлення, розрахункові значення відносної площини пробки по довжині черв'ячного каналу значно відрізняються від експериментальних.

Існуючі методики розрахунку показників якості змішування базуються на визначенні усереднених величин і не дають можливості виконувати детальний аналіз впливу конструктивних особливостей устаткування на показники якості змішування, визначення застійних зон тощо. Тому більш доцільно досліджувати зміни концентрації компонентів в кожному елементарному об'ємі суміші в процесі її приготування шляхом проведення числових розрахунків.

Уточнене розглядання процесів формування полімерних виробів вимагає використання числових методів. Один з найсучасніших та найефективніших з них – МСЕ. Ефективність МСЕ підвищується, якщо для розрахункових фізичних залежностей вдається використати поєднання варіаційного принципу розв'язання та методу переміщень.

Для полімерних матеріалів характерно не тільки в'язка, але і пружна поведінка (в'язкопружність). Наприклад, цей тип поведінки характерний для полімерного розплаву на виході з екструзійної головки, де пружні деформації проявляються у вигляді зміни форми і розмірів струменя, (так звані «розбухання» екструдату, «акуляча шкіра», «апельсинова кірка» та ін.). Неврахування даних ефектів може призвести до невідповідності зекстурдованих полімерних виробів заданій формі та розмірам.

Охолодження в калібрувальних пристроях має бути достатнім для утворення шару затверділого полімеру, необхідного для підтримки форми виробу за його подальшого охолодження. Водночас нерівномірне або занадто інтенсивне охолодження в калібрувальному пристрої або при подальшому охолодженні в ваннах спричинює утворення технологічних напружень у стінці виробу, що може погіршити якість та спричинити появу дефектів форми. Тому

необхідно розраховувати та оцінювати розподіл температур і напружено-деформований стан (НДС) виробу, ним спричинений.

Завдання досліджень:

- розроблення математичної моделі неізотермічного руху обмежено стисливих реологічних середовищ в робочих каналах екструдера та формувального устаткування з урахуванням пружного деформування конструктивних елементів, залишкових напружень, зміни законів стану середовища у різних зонах, внутрішніх дисипативних ефектів і теплообмінних процесів;

- розроблення математичної моделі плавлення термопластичних полімерів в робочих каналах екструдерів з урахуванням їх несущільності та багатокомпонентності;

- проведення числових та експериментальних досліджень закономірностей процесів змішування полімерів між собою і з дисперсними наповнювачами та гомогенізації в каналах екструдерів;

- проведення числових та експериментальні досліджень закономірностей процесів формування полімерних виробів з урахуванням їх в'язкопружних властивостей.

- розроблення методології моделювання постекструзійних процесів охолодження полімерних виробів з метою мінімізації технологічних і залишкових напружень в них.

2 ЗАГАЛЬНІ ЗАСАДИ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСТРУЗІЙНИХ ЛІНІЙ ДЛЯ ПЕРЕРОБЛЕННЯ ТЕРМОПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ

2.1 Узагальнена математична модель течії термопластичних матеріалів

Сучасні технології переробки полімерів супроводжуються використанням високих тисків та температур, які суттєво впливають і на матеріали, що переробляються, і на напружено-деформований стан обладнання. У багатьох випадках врахування взаємодії матеріалів з силовими, особливо формуючими, конструктивними елементами машин та апаратів є необхідною умовою при розробці технологічних процесів і проектуванні формуючого обладнання полімерних виробництв. Відповідні задачі відносяться до зв'язаних нелінійних задач механіки, які потребують одночасного розрахунку твердих тіл, рідин та газів, що взаємодіють між собою та термосиловими полями з врахуванням реальних змін властивостей матеріалів у досліджуваних процесах [96].

Для математичного адекватного опису взаємодії середовищ та тіл у різних станах використовуються загальні співвідношення нелінійної механіки суцільних середовищ (МСС), які базуються на фундаментальних законах рівноваги, збереження імпульсу, маси та енергії [166, 167]. Це потребує розробки універсальних нелінійних моделей та методів їх дослідження, які можуть бути побудовані лише на базі методів числового аналізу, орієнтованих на потужну обчислювальну техніку. До найбільш ефективних числових методів розв'язку складних реологічних і динамічних задач механіки суцільних середовищ належить метод скінченних елементів (МСЕ), який дозволяє на базі комп'ютерної техніки моделювати і досліджувати технологічні процеси разом з визначенням напружено-деформованого стану і міцності обладнання хімічних виробництв.

Можливості МСЕ для опису реальних термомеханічних процесів в основному визначаються властивостями скінченних елементів, представлених через матриці жорсткості, в'язкості, теплопровідності та інші. Тому в даній

роботі математична модель течії термопластичних матеріалів побудована на базі моментної схеми [86, 91, 92, 168] універсальних співвідношень МСЕ. Це дає можливість моделювати термонапружений стан та процеси переробки і формування розплавів полімерів, сипучі та пластичні маси у виробі з урахуванням процесів тверднення і впливу залишкових напружень на властивості кінцевих виробів.

Представимо основні співвідношення МСС у вигляді системи диференціальних рівнянь в ейлеревих координатах для стаціонарних процесів:

– рівняння руху

$$\nabla \cdot \hat{\sigma} + \vec{f} = \rho \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} , \quad (2.1)$$

– рівняння збереження енергії

$$c_T \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T = \vec{\nabla} \cdot (\lambda_T \vec{\nabla} T) + \hat{\sigma} : \hat{\xi} + Q_{(V)} , \quad (2.2)$$

де для внутрішньої енергії враховано співвідношення

$$\frac{d}{dt} \rho E = c_T \frac{dT}{dt} = c_T \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) , \quad (2.3)$$

– рівняння збереження маси

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 , \quad (2.4)$$

де ρ – густина матеріалу; \vec{v} – вектор швидкості точки тіла; \vec{f} – вектор зовнішньої сили, яка діє на одиницю об'єму тіла; $\hat{\sigma}$ – тензор напружень; $\vec{\nabla} \vec{v}$ – градієнт вектора швидкості; $Q_{(V)}$ – швидкість зовнішнього об'ємного притоку тепла разом з іншою немеханічною енергією, віднесена до одиниці маси; E – питома внутрішня енергія (приведена до одиниці маси тіла).

До системи рівнянь (2.1) – (2.4) необхідно також додати геометричні рівняння Коші:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\vec{\nabla} \vec{u} + (\vec{\nabla} \vec{u})^T \right) , \quad \hat{\xi} = \frac{1}{2} \left(\vec{\nabla} \vec{v} + (\vec{\nabla} \vec{v})^T \right) , \quad (2.5)$$

які зв'язують тензор деформацій $\hat{\epsilon}$ з вектором переміщень \vec{u} та тензор швидкостей деформацій $\hat{\zeta}$ з вектором швидкостей \vec{v} . Для замикання системи рівнянь (2.1) – (2.5) до неї треба приєднати рівняння стану

$$\hat{\phi}(\hat{\sigma}, \hat{\epsilon}, \hat{\zeta}, T) = 0, \quad (2.6)$$

які дозволяють описати фізичні властивості матеріалів реальних тіл.

При формулюванні рівнянь стану (2.6) середовища беремо такі загальні припущення:

- режим руху середовища – стаціонарний, достатньо повільний, тому силами інерції можна знехтувати;
- матеріали мають нелінійні в'язкопружнопластичні властивості, які залежать від напружено-деформованого стану і температури;
- між твердими тілами і рідинами та газами виконуються умови прилипання (швидкості на стінках дорівнюють швидкостям стінок), а розташування поверхонь контакту визначається з урахуванням переміщень твердих тіл;
- в процесі переробки і деформування матеріали можуть змінювати властивості стисливості – від стисливих до нестисливих і навпаки.

Вважатимемо, що повні деформації $\hat{\epsilon}$ та їх швидкості $\hat{\zeta}$ можна представити сумами:

$$\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}^e + \hat{\epsilon}^p + \hat{\epsilon}^T, \quad \hat{\zeta} = \hat{\zeta}^e + \hat{\zeta}^p + \hat{\zeta}^T,$$

де $\hat{\epsilon}^e$, $\hat{\zeta}^e$ – пружні деформації і їх швидкості, для яких має місце узагальнений закон Гука:

$$\hat{\sigma} = \hat{E} \cdots \hat{\epsilon}^e, \quad \hat{\epsilon}^e = \hat{\Lambda} \cdots \hat{\sigma}, \quad \hat{\zeta}^e = \hat{\Lambda} \cdots \frac{d\hat{\sigma}}{dt},$$

\hat{E} , $\hat{\Lambda}$ – тензори 4-го рангу пружності, які зазвичай залежать від температури;

$\hat{\epsilon}^p$, $\hat{\zeta}^p$ – пластичні деформації та їх швидкості, обумовлені в'язкопластичністю матеріалів:

$$\hat{\sigma} = \hat{M} \cdot \hat{\zeta}^P - p \hat{g}, \quad \hat{\zeta}^P = \hat{B} \cdot \hat{\sigma},$$

\hat{M} , \hat{B} , p , \hat{g} – тензори 4-го рангу в'язко-пластичності, який залежать від температури і від $\hat{\epsilon}^P$, $\hat{\zeta}^P$, гідростатичний тиск та метричний тензор; $\hat{\epsilon}^T$, $\hat{\zeta}^T$ – теплові деформації і їх швидкості:

$$\hat{\epsilon}^T = \beta^T \hat{g} (T - T_0), \quad \hat{\zeta}^T = \beta^T \hat{g} \frac{dT}{dt},$$

β^T , T_0 , T – коефіцієнт лінійного теплового розширення, початкова і кінцева температури.

З врахуванням прийнятих допущень рівняння стану можна записати через повні деформації або їх швидкості:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} &= \hat{E} \cdot (\hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}^P) - \hat{\sigma}^T, \\ \hat{\sigma} + \hat{\Gamma} \cdot \frac{d\hat{\sigma}}{dt} &= \hat{B} \cdot \hat{\zeta} - p \hat{g} - \hat{\sigma}_V^T, \\ \hat{\sigma}^T &= \hat{A} (T - T_0), \quad \hat{\sigma}_V^T = \hat{h}^T \frac{dT}{dt}, \end{aligned}$$

де $\hat{\Gamma} = \hat{B} \cdot \hat{\Lambda}$ – тензор в'язко-пружності, $\hat{h}^T = \beta^T \hat{B} \cdot \hat{g}$ – тензор об'ємної термов'язкості, $\hat{A} = \beta^T \hat{E} \cdot \hat{g}$ – тензор термопружності, $\hat{\sigma}^T$, $\hat{\sigma}_V^T$ – тензори теплових напружень. З врахуванням стаціонарності процесів маємо:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma} + \hat{\Gamma} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \hat{\sigma}) &= \hat{B} \cdot \hat{\zeta} - p \hat{g} - \hat{\sigma}_V^T, \\ \hat{\sigma}_V^T &= \hat{h}^T (\vec{v} \cdot \vec{\nabla} T). \end{aligned}$$

2.2 Узагальнена математична модель течії багатокомпонентних середовищ

Рух суміші та її складових розглядається в даній роботі в рамках механіки суцільних середовищ з такими припущеннями:

1 Суміш складається з окремих взаємно проникливих компонент, що заповнюють один і той же об'єм. Кожна компонента є неперервним однорідним середовищем (континуумом), стан якого безпосередньо визначається власними параметрами стану.

2 Для кожної компоненти середовища задовольняються закони збереження маси, імпульсу та енергії. Маса, імпульс та енергія суміші дорівнює сумі мас, імпульсів та енергій її компонент. Взаємодія між компонентами суміші не змінює загальну величину маси, імпульсу та енергії суміші.

3 Взаємодія між компонентами суміші відбувається в межах локальних об'ємів суміші через поверхневі та масові сили або наявністю зв'язків між швидкостями компонент суміші. При цьому приймається, що величина площі «контактної» поверхні окремої компоненти, яка міститься в локальному об'ємі суміші, визначається як частка загальної площі поверхні, що обмежує об'єм суміші, і ця частка дорівнює об'ємній концентрації компоненти.

4 Швидкість полімеру дорівнює швидкості стінки обладнання, тобто приймається умова повного прилипання.

5 У зв'язку з великою в'язкістю полімерів ($Re \ll 1$) рух вважається ламінарним.

Для розв'язання задач змішування спочатку розв'язується термомеханічна задача розподілу швидкостей та стану рідини, а потім на її основі – задача масообміну шляхами дифузії та конвекції.

Кінематика руху багатофазного середовища досліджується з позиції Ейлера, тобто всі подальші висновки базуються на розгляді не окремих елементів середовища, а того що відбувається в даній точці простору з координатами x^1, x^2, x^3 . Геометричні координати простору x^i і час t носять назву змінних Ейлера. Рух в розумінні Ейлера вважається відомим, якщо всі невідомі величини (переміщення, швидкості, прискорення і т. д.) визначені як функції x^i і t . При фіксованих x^i і змінному t ці функції описують зміну з часом в даній точці простору основних параметрів, що належать різним частинкам середовища, які проходять через цю точку. Швидкість руху окремої фази

визначається по витраті її за одиницю часу через одиницю площі перерізу каналів, де рухається фаза.

Основні співвідношення МСС для стаціонарних процесів описуються системою рівнянь (2.1) – (2.6), а також рівнянням дифузії

$$\phi \nabla^2 C = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} C,$$

де C – концентрація обраного компонента; ϕ – коефіцієнт дифузії.

Для малого об'єму V суміші визначимо такі величини:

ρ_α – густина матеріалу α -ї компоненти суміші ($\alpha=1,2,3,\dots$),

$n_\alpha = \frac{V_\alpha}{V}$ – об'ємна концентрація α -ї компоненти, яка займає об'єм V_α в межах

об'єму суміші $V \left(\sum_\alpha n_\alpha = 1 \right)$,

$\rho_\alpha^* = \rho_\alpha n_\alpha$ – приведена парціальна густина α -ї компоненти,

$\rho = \sum_\alpha \rho_\alpha n_\alpha = \sum_\alpha \rho_\alpha^*$ – густина суміші,

$m_\alpha = \frac{\rho_\alpha^*}{\rho} = \frac{\rho_\alpha n_\alpha}{\rho}$ – масова концентрація α -ї компоненти суміші,

$\kappa_{\alpha\beta}$ – швидкість переходу маси фази α , що міститься в одиниці об'єму суміші в фазу β ,

\vec{v}_α – швидкість руху фази α ,

$\vec{v}_\alpha^f = n_\alpha \vec{v}_\alpha$ – швидкість фільтрації фази α ,

$\vec{v} = \frac{\sum_\alpha \rho_\alpha^* \vec{v}_\alpha}{\rho} = \sum_\alpha m_\alpha \vec{v}_\alpha$ – швидкість руху суміші.

2.2.1 Рівняння збереження

Позначимо тверду, рідинну та газову фазу відповідними індексами – $\alpha=1,2,3$. Для першої – твердої фази, що міститься в будь-якому об'ємі V суміші

закон збереження маси з врахуванням процесу плавлення можна представити у вигляді рівняння нерозривності:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho_1^* dV + \int_V \kappa_{12} dV = 0, \quad (2.7)$$

що відповідає диференціальному рівнянню нерозривності [166]:

$$\frac{d\rho_1^*}{dt} + \rho_1^* \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 + \kappa_{12} = 0,$$

або

$$\frac{\partial \rho_1^*}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_1^* \vec{v}_1 + \kappa_{12} = 0, \quad (2.8)$$

де $\frac{d(...)}{dt} = \frac{\partial(...)}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}(...)$ – матеріальна похідна по часу,

$\frac{\partial(...)}{\partial t}$ – локальна похідна по часу, $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}(...)$ – конвективна складова матеріальної похідної.

Аналогічні рівняння збереження маси (нерозривності) складаються для рідинної і газової складових суміші

$$\frac{\partial \rho_2^*}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_2^* \vec{v}_2 - \kappa_{12} = 0, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \rho_3^*}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_3^* \vec{v}_3 = 0, \quad (2.10)$$

Для суміші рівняння збереження маси визначається через суму рівнянь (2.8)–(2.10). У прийнятих позначеннях воно приймає звичайний для однорідних середовищ вигляд

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (2.11)$$

Рівняння збереження імпульсу та енергії для твердої фази будемо виводити за умови, що об'ємна концентрація твердої фази становить не менше половини і що фази можуть рухатись з різними швидкостями. Частинки кожної фази перебувають у контакті між собою і частинками інших фаз. У середині кожної фази виникають напруження, обумовлені рухом частинок цієї фази. При

фазовому перетворенні першої фази в другу «перехідна» маса має власну швидкість \vec{v}_{12} і внутрішню енергію U_{12} . Між фазами діють поверхневі сили, які можна представити тензором напружень $\hat{B}_{\alpha\beta}$, що складається з девіатора $\hat{D}_{\alpha\beta}$ і сферичного тензора $\hat{S}_{\alpha\beta}$

$$\hat{B}_{\alpha\beta} = \hat{D}_{\alpha\beta} + \hat{S}_{\alpha\beta}.$$

Тверду фазу на етапі плавлення будемо розглядати як пористе тіло, через яке рухається рідина і газ згідно з законами фільтрації. У разі, коли швидкості твердої фази та рідини (газу) рівні і фільтрація не відбувається, то між ними діє тільки тиск $p_{\alpha\beta}$, який відповідає сферичному тензору $\hat{S}_{\alpha\beta} = -p_{\alpha\beta} \hat{g}$ (\hat{g} - метричний тензор). Девіаторна складова виникає при відносному русі рідини (газу) і відображає сили опору фільтрації. Відповідно до закону Дарсі швидкість фільтрації \vec{v}_f дорівнює

$$\vec{v}^f = -k^f \vec{\nabla} p, \quad (2.12)$$

де $k^f = \frac{K^f}{\mu}$ – коефіцієнт фільтрації, K^f – коефіцієнт проникливості пористої структури, p – тиск, μ – в'язкість рідини (газу).

Беручи до уваги, що для розплаву $\vec{v}_2^f = n_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ і тиск $p = p_{12} = p_2$ (де p_2 – тиск в розплаві) формула (2.12) для рідкої фази суміші має вигляд

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -\frac{k_2^f}{n_2} \vec{\nabla} p_2. \quad (2.13)$$

Величина $\vec{R}_{2f} = \vec{\nabla} p$ може розглядатись як віднесена до одиниці об'єму рідини сила опору фільтрації, з якою тверда фаза діє на рідину:

$$\vec{R}_{2f} = -\frac{(n_2)^2}{k_2^f} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1). \quad (2.14)$$

Відносно одиниці об'єму суміші інтенсивність сил опору фільтрації буде дорівнювати для рідини

$$\vec{R}_{2f}^* = n_2 \vec{R}_{2f} = -\frac{(n_2)^2}{k_2^f} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad (2.15)$$

та газу

$$\vec{R}_{3f}^* = n_3 \vec{R}_{3f} = -\frac{(n_3)^2}{k_3^f} (\vec{v}_3 - \vec{v}_1) \quad (2.16)$$

У межах зроблених припущень складемо рівняння збереження імпульсу для твердої фази з урахуванням конвективного імпульсу частини маси, що переходить у рідину. Для довільного об'єму суміші V

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho_1^* \vec{v}_1 dV + \int_V \kappa_{12} \vec{v}_{12} dV = \int_V (P_1^* - \vec{R}_{2f}^* - \vec{R}_{3f}^*) dV + \\ + \int_F \vec{N} \cdot (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{S}_{12} + \alpha_3 \hat{S}_{13}) dF \end{aligned} \quad (2.17)$$

де \vec{N} – одиничний вектор нормалі до поверхні F , $\alpha_2 = \frac{n_1 n_2}{n_2 + n_3}$, $\alpha_3 = \frac{n_1 n_3}{n_2 + n_3}$ –

відносні частки поверхні твердої фази, що контактують з рідиною або газом.

Швидкість зміни імпульсу з урахуванням рівняння нерозривності (2.8) при фазовому переході дорівнює

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho_1^* \vec{v}_1 dV = \int_V \left(\rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} - \kappa_{12} \vec{v}_1 \right) dV. \quad (2.18)$$

Тоді, застосовуючи формулу Остроградського–Гауса до правої частини (2.17) і представляючи сферичні тензори поверхневої взаємодії твердої фази з іншими фазами через напруження в рідині $\hat{\sigma}_2$ ($\hat{S}_{12}|_F = \hat{\sigma}_2|_F$) і тиск в газі p_3 ($\hat{S}_{13}|_F = -p_3 \hat{g}|_F$), отримаємо

$$\begin{aligned} \int_V \left(\rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} + \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_1) \right) dV = \int_V (\vec{\nabla} \cdot (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma})_2 - \vec{\nabla} \alpha_3 p_3) dV - \\ - \int_V (\vec{R}_{2f}^* + \vec{R}_{3f}^* - \vec{P}_1^*) dV. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Оскільки це справедливо для будь якого об'єму V суміші, то запишемо диференціальне рівняння для першої (твердої) фази:

$$\rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \kappa_{12}(\vec{v}_1 - \vec{v}_{12}) + \vec{\nabla} \cdot (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2) - \vec{\nabla} \alpha_3 p_3 - \vec{R}_{2f}^* - \vec{R}_{3f}^* + \vec{P}_1^*. \quad (2.20)$$

З урахуванням (2.14) та (2.15), а також того, що при фільтрації напруження в рідині $\hat{\sigma}_2$ визначаються тиском p_2 ($\hat{\sigma}_2 = -p_2 \hat{g}$) рівняння (2.20) можна привести до остаточного вигляду

$$\begin{aligned} \rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} = & \kappa_{12}(\vec{v}_1 - \vec{v}_{12}) + \vec{\nabla} \cdot n_1 \hat{\sigma}_1 - \vec{\nabla}(\alpha_2 p_2 + \alpha_3 p) + \\ & + \frac{(n_2)^2}{k_2^f}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + \frac{(n_3)^2}{k_3^f}(\vec{v}_3 - \vec{v}_1) + \vec{P}_1^*. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Аналогічно виведемо рівняння руху для рідини, вважаючи, що взаємодія рідини з газом є незначною

$$\rho_2^* \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \kappa_{12}(\vec{v}_{12} - \vec{v}_2) + \vec{\nabla} \cdot (n_2 - \alpha_2) \hat{\sigma}_2 - \frac{(n_2)^2}{k_2^f}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + \vec{P}_2^*$$

або

$$\rho_2^* \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \kappa_{12}(\vec{v}_{12} - \vec{v}_2) + \vec{\nabla}(\alpha_2 - n_2)p_2 - \frac{(n_2)^2}{k_2^f}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + \vec{P}_2^* \quad (2.22)$$

та газу

$$\rho_3^* \frac{d\vec{v}_3}{dt} = \vec{\nabla}(\alpha_3 - n_3)p_3 - \frac{(n_3)^2}{k_3^f}(\vec{v}_3 - \vec{v}_1) + \vec{P}_3^*. \quad (2.23)$$

Для суміші в цілому рівняння руху можна отримати, склавши суму правих і лівих частин рівнянь для окремих фаз (2.21) – (2.23).

$$\rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} + \rho_2^* \frac{d\vec{v}_2}{dt} + \rho_3^* \frac{d\vec{v}_3}{dt} = \kappa_{12}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) + \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{P}, \quad (2.24)$$

де $\hat{\sigma} = n_1 \hat{\sigma}_1 + n_2 \hat{\sigma}_2 - n_3 p_3 \hat{g}$ – повні напруження в суміші, $\vec{P} = \vec{P}_1^* + \vec{P}_2^* + \vec{P}_3^*$ – загальна сила, що діє на одиницю об'єму суміші.

Закон збереження енергії для окремого середовища формулюється як рівність швидкості зміни повної енергії разом енергією, відданою (або сприйнятою) в результаті фазових перетворень, величині потужності всіх зовнішніх об'ємних та поверхневих сил в сумі з підведеним ззовні за одиницю часу теплом за рахунок об'ємних джерел та через зовнішню поверхню середовища.

Позначаючи кінетичну і внутрішню енергію маси першої (твердої фази), що міститься в одиниці об'єму суміші, через W_1 та U_1 , запишемо рівняння для повної енергії твердої фази з конвективною енергією маси фазового перетворення:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho_1^* (W_1 + U_1) dV + \int_V \kappa_{12} (W_{12} + U_{12}) dV = \int_V A_{1V} dV + \int_F A_{1F} dF + \\ + \int_V Q_{1V} dV + \int_V Q_{12} dV + \int_V Q_{13} dV - \int_V Q_{1E} dV + \int_F Q_{1F} dF, \end{aligned} \quad (2.25)$$

де $W_{12} = \frac{(\vec{v}_{12})^2}{2}$ – кінетична енергія маси фазового перетворення за одиницю часу, що міститься в одиниці об'єму суміші,

A_{1V} – потужність зовнішніх відносно твердої фази сил в одиниці об'єму

$$A_{1V} = \left(\frac{(n_2)^2}{k_2^f} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + \frac{(n_3)^2}{k_3^f} (\vec{v}_3 - \vec{v}_1) + \vec{P}_1^* \right) \cdot \vec{v}_1, \quad (2.26)$$

A_{1F} – потужність зовнішніх поверхневих сил, що діють на одиницю площі твердої фази

$$A_{1F} = \vec{N} \cdot (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \vec{v}_1, \quad (2.27)$$

Q_{1V} – кількість тепла, що підводиться за одиницю часу до твердої фази ззовні через об'ємні джерела, Q_{12} , Q_{13} – кількість тепла, що надходить від рідинної та газової частин суміші в одиниці об'єму суміші за умови, що теплообмін відбувається конвективно

$$Q_{1\alpha} = n_\alpha \chi_{1\alpha} (T_\alpha - T_1), \quad (2.28)$$

$\chi_{1\alpha}$ – коефіцієнт тепловіддачі на границі твердої фази і рідини (газу).

Q_{1E} – кількість тепла, необхідна для фазового перетворення, Q_{1F} – кількість тепла, що підводиться через границю твердої фази тепловим потоком \vec{q}_1 ззовні. відповідно до закону Фур'є

$$\vec{q}_1 = -\lambda_1 \vec{\nabla} T_1, \quad (2.29)$$

де λ_1 – коефіцієнт теплопровідності, T_1 – температура твердої фази. Звідси для Q_{1F} маємо

$$\int_F Q_{1F} dF = - \int_F N \cdot \vec{q}_1 dF = - \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_1 dV = \int_V \vec{\nabla} \cdot (\lambda_1 \vec{\nabla} T_1) dV. \quad (2.30)$$

Розкриємо ліву частину рівняння (2.25) з врахуванням рівняння нерозривності (2.8):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho_1^* (W_1 + U_1) dV &= \int_V \left(\rho_1^* \frac{d}{dt} (W_1 + U_1) + \frac{d\rho_1^*}{dt} (W_1 + U_1) \right) dV = \\ &= \int_V \rho_1^* \frac{d}{dt} (W_1 + U_1) dV - \int_V \kappa_{12} (W_1 + U_1) dV. \end{aligned}$$

Тоді рівняння (2.25) можна навести у вигляді

$$\begin{aligned} \int_V \rho_1^* \frac{d}{dt} (W_1 + U_1) dV + \int_V \kappa_{12} (W_{12} - W_1 + U_{12} - U_1) dV &= \int_V A_{1V} dV + \\ + \int_F A_{1F} dF + \int_V Q_{1V} dV + \int_V Q_{12} dV + \int_V Q_{13} dV - \int_V Q_{1E} dV + \int_F Q_{1F} dF. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Визначимо залежність швидкості зміни кінетичної енергії першої фази залежно від потужності сил, що прикладені до неї. Для цього помножимо рівняння руху (2.20) на швидкість першої фази і проінтегруємо ліву і праву частини в об'ємі V

$$\begin{aligned} \int_V \left(\rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} - \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12}) \right) \cdot \vec{v}_1 dV &= \int_V (\vec{\nabla} \cdot (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2)) \cdot \vec{v}_1 dV - \\ - \int_V (\vec{\nabla} \alpha_3 p_3) \cdot \vec{v}_1 dV + \int_V \left(\frac{(n_2)^2}{k_2^f} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + \frac{(n_3)^2}{k_3^f} (\vec{v}_3 - \vec{v}_1) \right) \cdot \vec{v}_1 dV &+ \int_V \vec{P}_1^* \cdot \vec{v}_1 dV. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Згідно з формулою Остроградського–Гауса представимо об'ємні інтеграли у вигляді суми об'ємних і поверхневих

$$\begin{aligned} \int_V (\vec{\nabla} \cdot n_1 \hat{\sigma}_1) \cdot \vec{v}_1 dV &= - \int_V n_1 \hat{\sigma}_1 \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_1 dV + \int_F n_1 \vec{N} \cdot \hat{\sigma}_1 \cdot \vec{v}_1 dF = \\ &= - \int_V n_1 \hat{\sigma}_1 \cdot \hat{\hat{e}}_1 dV + \int_F n_1 \vec{N} \cdot \hat{\sigma}_1 \cdot \vec{v}_1 dF, \\ \int_V (\vec{\nabla} \cdot \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \vec{v}_1 dV &= - \int_V \alpha_2 \hat{\sigma}_2 \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_1 dV + \int_F \alpha_2 \vec{N} \cdot \hat{\sigma}_2 \cdot \vec{v}_1 dF = \\ &= \int_V \alpha_2 \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\hat{e}}_1 dV + \int_F \alpha_2 \vec{N} \cdot \hat{\sigma}_2 \cdot \vec{v}_1 dF, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_V (\vec{\nabla} \alpha_3 p_3) \cdot \vec{v}_1 dV &= - \int_V \alpha_3 p_3 \hat{g} \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_1 dV + \int_F \alpha_3 p_3 \vec{N} \cdot \vec{v}_1 dF = \\
&= - \int_V \alpha_3 p_3 \hat{g} \cdot \hat{\hat{\epsilon}}_1 dV + \int_F \alpha_3 p_3 \vec{N} \cdot \vec{v}_1 dF.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

і приведемо рівняння (2.32) до вигляду

$$\begin{aligned}
\int_V \rho_1^* \frac{d}{dt} \frac{(\vec{v}_1)^2}{2} dV &= \int_V \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12}) \cdot \vec{v}_1 dV - \\
&- \int_V (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\hat{\epsilon}}_1 dV + \int_V A_{1V} dV + \int_F A_{1F} dF,
\end{aligned} \tag{2.34}$$

де $\hat{\hat{\epsilon}}_1 = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \vec{v}_1 + \vec{\nabla} \vec{v}_1^T)$ – тензор швидкостей деформацій.

Тоді для твердої фази можемо записати рівняння закону збереження механічної енергії

$$\begin{aligned}
\int_V \rho_1^* \frac{d}{dt} W_1 dV - \int_V \kappa_{12} W_1 dV &= \int_V \kappa_{12} \left(\frac{1}{2} \vec{v}_1 - \vec{v}_{12} \right) \cdot \vec{v}_1 dV - \\
&- \int_V (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\hat{\epsilon}}_1 dV + \int_V A_{1V} dV + \int_F A_{1F} dF.
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Якщо з рівняння (2.31) виключити кінетичну енергію на основі (2.35), то матимемо рівняння притоку тепла до твердої фази

$$\begin{aligned}
\int_V \rho_1^* \frac{d}{dt} U_1 dV + \int_V \kappa_{12} (U_{12} - U_1) dV &= - \frac{1}{2} \int_V \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 dV + \\
&+ \int_V (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\hat{\epsilon}}_1 dV + \int_V Q_{1V} dV + \\
&+ \int_V Q_{12} dV + \int_V Q_{13} dV + \int_V Q_{1E} dV + \int_F Q_{1F} dF.
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Для отримання рівняння притоку тепла у вигляді диференціального рівняння представимо поверхневі інтеграли через об'ємні. Беручи до уваги довільність об'єму V , можемо отримати диференціальне рівняння збереження енергії у вигляді рівняння притоку тепла для першої фази

$$\begin{aligned}
\rho_1^* \frac{dU_1}{dt} + \kappa_{12} (U_{12} - U_1) &= - \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\hat{\epsilon}}_1 + \\
&+ Q_{1V} + Q_{12} + Q_{13} - Q_{1E} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_1 \vec{\nabla} T_1).
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Для другої – рідинної фази швидкість зміни кінетичної енергії при наявності фазового переходу визначається рівнянням

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho_2^* W_2 dV = \frac{d}{dt} \int_V \rho_2^* \frac{(\vec{v}_2)^2}{2} dV = \int_V \rho_2^* \frac{d}{dt} \frac{(\vec{v}_2)^2}{2} dV + \int_V \kappa_{12} \frac{(\vec{v}_2)^2}{2} dV. \quad (2.38)$$

Користуючись рівнянням руху (2.22), отримаємо рівняння

$$\begin{aligned} \int_V \left(\rho_2^* \frac{d\vec{v}_2}{dt} + \kappa_{12} (\vec{v}_2 - \vec{v}_{12}) \right) \cdot \vec{v}_2 dV = \int_V \left(\vec{\nabla} \cdot (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \right) \cdot \vec{v}_2 dV - \\ - \int_V \frac{n_2}{k_{2f}} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \cdot \vec{v}_2 dV + \int_V \vec{P}_2^* \cdot \vec{v}_2 dV, \end{aligned} \quad (2.39)$$

яке після переходу до поверхневих інтегралів запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \int_V \rho_2^* \frac{d}{dt} \frac{(\vec{v}_2)^2}{2} dV = \int_V \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_2 dV - \int_V (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\epsilon}_2 dV - \\ - \int_V \frac{(n_2)^2}{k_{2f}} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \cdot \vec{v}_2 dV + \int_V \vec{P}_2^* \cdot \vec{v}_2 dV + \int_F \vec{N} \cdot (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \vec{v}_2 dF. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Враховуючи (2.40) приводимо рівняння (2.38) для кінетичної енергії до вигляду

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho_2^* W_2 dV = \int_V \rho_2^* \frac{d}{dt} W_2 dV + \int_V \kappa_{12} W_2 dV = \int_V \kappa_{12} \left(\vec{v}_{12} - \frac{1}{2} \vec{v}_2 \right) \cdot \vec{v}_2 dV - \\ - \int_V (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\epsilon}_2 dV + \int_V A_{2V} dV + \int_F A_{2F} dF, \end{aligned} \quad (2.41)$$

де A_{2V} – потужність зовнішніх відносно рідинної фази сил в одиниці об'єму

$$A_{2V} = \left(\vec{P}_2^* - \frac{(n_2)^2}{k_{2f}} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \right) \cdot \vec{v}_2, \quad (2.42)$$

A_{2F} – потужність зовнішніх поверхневих сил, що діють на одиницю площі рідини

$$A_{2F} = \vec{N} \cdot (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \vec{v}_2. \quad (2.43)$$

Рівняння збереження повної енергії для другої фази має вигляд

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \int_V \rho_2^* (W_2 + U_2) dV - \int_V \kappa_{12} (W_{12} + U_{12}) dV = \\
& = \int_V \rho_2^* \frac{d}{dt} (W_2 + U_2) dV + \int_V \kappa_{12} (W_2 - W_{12} + U_2 - U_{12}) dV = \\
& \int_V A_{2V} dV + \int_F A_{2F} dF + \int_V Q_{2V} dV + \int_V Q_{1E} dV - \int_V Q_{12} dV + \int_F Q_{2F} dF, \quad (2.44)
\end{aligned}$$

де Q_{2V} – кількість теплоти, що підводиться за одиницю часу до одиниці об'єму другої фази ззовні, Q_{2F} – кількість тепла, що підводиться через зовнішню границю рідкої фази тепловим потоком \vec{q}_2

$$\vec{q}_2 = -\lambda_2 \vec{\nabla} T_2, \quad (2.45)$$

де λ_2 – коефіцієнт теплопровідності, T_2 – температура рідини. Звідси для Q_{2F} маємо

$$\int_F Q_{2F} dF = - \int_F N \cdot \vec{q}_2 dF = - \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_2 dV = \int_V \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) dV. \quad (2.46)$$

Підставивши (2.41) в (2.44) отримаємо для довільного об'єму суміші рівняння притоку тепла для другої – рідкої фази за умови фазового переходу твердої фази в рідину

$$\begin{aligned}
& \int_V \rho_2^* \frac{d}{dt} U_2 dV + \int_V \kappa_{12} (U_2 - U_{12}) dV = \frac{1}{2} \int_V \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 dV + \\
& + \int_V (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\varepsilon}_2 dV + \int_V Q_{2V} dV + \int_V Q_{1E} dV - \int_V Q_{12} dV + \int_F Q_{2F} dF, \quad (2.47)
\end{aligned}$$

яке еквівалентне диференціальному рівнянню:

$$\begin{aligned}
& \rho_2^* \frac{dU_2}{dt} + \kappa_{12} (U_2 - U_{12}) = \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 + \\
& + (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\varepsilon}_2 + Q_{2V} - Q_{12} + Q_{1E} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2). \quad (2.48)
\end{aligned}$$

Аналогічно виводиться рівняння збереження енергії для третьої – газової складової суміші

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho_3^* U_3 dV = \int_V (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 dV + \int_V Q_{3V} dV - \int_V Q_{13} dV + \int_F Q_{3F} dF, \quad (2.49)$$

Q_{3V} – кількість тепла, що підводиться за одиницю часу до одиниці об'єму газу,

Q_{3F} – кількість тепла, що підводиться через зовнішню границю газової фази тепловим потоком \vec{q}_3 , який визначається по закону Фур'є

$$\vec{q}_3 = -\lambda_3 \vec{\nabla} T_3, \quad (2.50)$$

де λ_3 , T_3 – коефіцієнт теплопровідності і температура газу.

Звідси підведена через поверхню кількість тепла для газу дорівнює

$$\int_F Q_{3F} dF = - \int_F \vec{N} \cdot \vec{q}_3 dF = - \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_3 dV = \int_V \vec{\nabla} \cdot (\lambda_3 \vec{\nabla} T_3) dV. \quad (2.51)$$

Рівняння (2.49) для довільного об'єму відповідає диференціальному рівнянню збереження енергії газу

$$\rho_3^* \frac{d}{dt} U_3 = (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 + Q_{3V} - Q_{13} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_3 \vec{\nabla} T_3). \quad (2.52)$$

Рівняння збереження енергії для об'єму V суміші можна отримати як суму відповідних рівнянь для всіх компонентів суміші (2.36), (2.47) та (2.49)

$$\begin{aligned} & \int_V \left(\rho_1^* \frac{d}{dt} U_1 + \rho_2^* \frac{d}{dt} U_2 + \rho_3^* \frac{d}{dt} U_3 \right) dV + \int_V \kappa_{12} (U_2 - U_1) dV = \\ & = \frac{1}{2} \int_V \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 dV - \frac{1}{2} \int_V (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 dV + \\ & + \int_V (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_1 dV + \int_V (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\epsilon}_2 dV + \\ & + \int_V (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 dV + \int_V Q_{1V} dV + \int_V Q_{2V} dV + \\ & + \int_V Q_{3V} dV + \int_F Q_{1F} dF + \int_F Q_{2F} dF + \int_F Q_{3F} dF. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Диференціальне рівняння для суміші маємо як суму рівнянь (2.37), (2.48) і (2.52)

$$\begin{aligned} & \rho_1^* \frac{dU_1}{dt} + \rho_2^* \frac{dU_2}{dt} + \rho_3^* \frac{dU_3}{dt} + \kappa_{12} (U_2 - U_1) = \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 - \\ & - \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\epsilon}_1 + \\ & + (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_2 + (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 + \\ & + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_1 \vec{\nabla} T_1) + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_3 \vec{\nabla} T_3) + Q_{1V} + Q_{2V} + Q_{3V}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Якщо вважати, що для досліджуваних процесів внутрішня енергія фаз відповідає співвідношенню

$$U_{\alpha} = c_{\alpha}T + \text{const}, \quad (\alpha=1,2,3,\dots) \quad (2.55)$$

де c_{α} – коефіцієнт теплоємності матеріалу, T – температура.

Це дає змогу подати диференціальні рівняння у вигляді:

$$\begin{aligned} c_1 \rho_1^* \frac{dT_1}{dt} = & -\frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\epsilon}_1 + \\ & - \kappa_{12} (c_{12} T_{12} - c_1 T_1) + Q_{1V} + Q_{12} + Q_{13} - Q_{1E} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_1 \vec{\nabla} T_1), \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} c_2 \rho_2^* \frac{dT_2}{dt} = & \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 + \kappa_{12} (c_2 T_2 - c_{12} T_{12}) + \\ & + (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\epsilon}_2 + Q_{2V} - Q_{12} + Q_{1E} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2), \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$c_3 \rho_3^* \frac{dT_3}{dt} = (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 + Q_{3V} - Q_{13} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_3 \vec{\nabla} T_3), \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} c_1 \rho_1^* \frac{dT_1}{dt} + c_2 \rho_2^* \frac{dT_2}{dt} + c_3 \rho_3^* \frac{dT_3}{dt} = & \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 - \kappa_{12} (c_2 T_2 - c_1 T_1) - \\ & - \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\epsilon}_1 + \\ & + (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_2 + (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 + \\ & + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_1 \vec{\nabla} T_1) + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_3 \vec{\nabla} T_3) + Q_{1V} + Q_{2V} + Q_{3V}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

В іншому варіанті рівняння збереження енергії можна отримати, представивши внутрішню енергію U_{α} через ентальпію i_{α}

$$i_{\alpha} = U_{\alpha} + \frac{p_{\alpha}}{\rho_{\alpha}}. \quad (2.60)$$

З урахуванням (2.60) рівняння (2.37), (2.48), (2.52) і (2.54) для фаз та суміші мають вигляд:

$$\begin{aligned} \rho_1^* \frac{d}{dt} i_1 = & \frac{dp_1^*}{dt} - \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\epsilon}_1 + \\ & - \kappa_{12} (U_{12} - i_1) + Q_{1V} + Q_{12} + Q_{13} - Q_{1E} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_1 \vec{\nabla} T_1), \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} \rho_2^* \frac{d}{dt} i_2 = & \frac{dp_2^*}{dt} + \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 + \kappa_{12} (i_2 - U_{12}) + \\ & + (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\epsilon}_2 + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) + Q_{2V} - Q_{12} + Q_{1E}, \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\rho_3^* \frac{d}{dt} i_3 = \frac{dp_3^*}{dt} + (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 + Q_{3V} - Q_{13} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_3 \vec{\nabla} T_3), \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \rho_1^* \frac{d}{dt} i_1 + \rho_2^* \frac{d}{dt} i_2 + \rho_3^* \frac{d}{dt} i_3 = \frac{d}{dt} p^* + \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 - \\ - \kappa_{12} (i_2 - i_1) - \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + (n_1 \hat{\sigma}_1 + \alpha_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_3 p_3 \hat{g}) \cdot \hat{\epsilon}_1 + \\ + (n_2 \hat{\sigma}_2 - \alpha_2 \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{\epsilon}_2 + (\alpha_3 p_3 - n_3 p_3) \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_3 + \\ + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_1 \vec{\nabla} T_1) + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_3 \vec{\nabla} T_3) + Q_{1V} + Q_{2V} + Q_{3V}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

де $p_\alpha^* = n_\alpha p_\alpha$ – приведений до об'єму суміші тиск в α -компоненті,
 $p^* = p_1^* + p_2^* + p_3^*$ – загальний тиск в суміші.

2.2.2 Рівняння стану

Для отримання замкнутої системи рівняння нерозривності (2.7)–(2.11), руху (2.20)–(2.24) та збереження енергії (2.56)–(2.59) повинні бути доповнені геометричними рівняннями, що описують залежність деформацій (швидкостей деформацій) від переміщень (швидкостей переміщення) середовища та рівняннями стану, які встановлюють зв'язок між напруженнями і деформаціями. Будь які деформації середовища можуть бути представлені тензором деформацій Коші $\hat{\epsilon}$, який залежить від вектора переміщень \vec{u}

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \vec{u} + \vec{\nabla} \vec{u}^T + \vec{\nabla} \vec{u}^T \cdot \vec{\nabla} \vec{u}),$$

де $\vec{\nabla} \vec{u}^T$ – транспонований градієнт вектора переміщень.

За нескінченно малий проміжок часу dt вектор переміщень отримує приріст

$$d\vec{u} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt = \vec{v} dt, \text{ що відповідає значенню тензора деформацій } d\hat{\epsilon} = \frac{\partial \hat{\epsilon}}{\partial t} dt = \hat{\epsilon} dt :$$

$$d\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon} dt = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \vec{v} + \vec{\nabla} \vec{v}^T + \vec{\nabla} \vec{v}^T \cdot \vec{\nabla} \vec{v} dt) dt,$$

де \vec{v} , $\hat{\epsilon}$ – швидкість вектора переміщень і тензора деформацій. Третій член в дужках по відношенню до інших є нескінченно малим і його можна відкинути. Тоді для швидкості деформацій маємо співвідношення

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \vec{v} + \vec{\nabla} \vec{v}^T) .$$

У багатьох випадках тензор деформацій доцільно записати у вигляді суми

$$\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}_s + \hat{D} ,$$

де $\hat{\epsilon}_s = \epsilon_s \hat{g}$ – сферичний тензор деформацій, який характеризує об'ємну деформацію, $\epsilon_s = \frac{1}{3} \hat{\epsilon} \cdot \hat{g}$ – значення середньої деформації, \hat{D} – девіатор тензора деформацій, який визначає зміну форми без зміни об'єму

$$\hat{D} = \hat{\epsilon} - \epsilon_s \hat{g} .$$

Таким же співвідношенням задовольняє тензор швидкості деформацій:

$$\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}_s + \hat{D} ,$$

$$\hat{\epsilon}_s = \dot{\epsilon}_s \hat{g} ,$$

$$\dot{\epsilon}_s = \frac{1}{3} \hat{\epsilon} \cdot \hat{g} ,$$

$$\hat{D} = \hat{\epsilon} - \dot{\epsilon}_s \hat{g} .$$

Важливу роль при побудові фізичних залежностей відіграють головні лінійні деформації $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ та інваріанти тензора деформацій:

$$\theta = 3\epsilon_s = \hat{\epsilon} \cdot \hat{g} = \epsilon_i^i ,$$

$$\dot{\theta} = 3\dot{\epsilon}_s = \hat{\epsilon} \cdot \hat{g} = \dot{\epsilon}_i^i$$

$$\Gamma = \sqrt{2\hat{D} \cdot \hat{D}} ,$$

$$\dot{\Gamma} = \sqrt{2\hat{D} \cdot \hat{D}} ,$$

де θ , $\dot{\theta}$ – об'ємна деформація та її швидкість, Γ , $\dot{\Gamma}$ – інтенсивність деформацій зсуву та її швидкість.

Аналогічно представляється тензор напружень $\hat{\sigma}$ у вигляді суми тензорів – сферичного $\hat{\sigma}_s$ та девіатора \hat{S} :

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_s + \hat{S},$$

$$\hat{\sigma}_s = \sigma_s \hat{g},$$

$$\sigma_s = \frac{1}{3} \hat{\sigma} \cdot \hat{g},$$

$$\hat{S} = \hat{\sigma} - \hat{\sigma}_s.$$

Позначимо головні напруження як $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ та інваріанти тензора напружень: σ_s – середнє (гідростатичне) напруження та T_σ – інтенсивність дотичних напружень

$$T_\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} \hat{S} \cdot \hat{S}}.$$

Рідинну фазу будемо розглядати як неньютонівську рідину, для якої справедливі співвідношення Нав'є–Стокса і в'язкість якої визначається на основі відомої для матеріалу термомеханічної поверхні:

$$\hat{S} = \eta_d \hat{D},$$

$$\hat{\sigma}_s = \chi \hat{\epsilon}_s,$$

$\eta_d(\dot{\Gamma}, T)$ – коефіцієнт динамічної в'язкості χ – коефіцієнт в'язкості об'ємної деформації.

У газовій компоненті суміші тиск p будемо визначати відповідно до співвідношень ідеального газу

$$p = \rho R T,$$

ρ , T – густина та температура газу, R – газова константа.

Здебільшого отримана система рівнянь є зв'язаною, тобто потребує спільного розв'язання. Але для багатьох технологічних процесів можливе введення додаткових припущень, які дозволяють або звести загальну математичну модель до послідовності взаємно не зв'язаних моделей, або суттєво спростити математичну модель в цілому.

Рівняння МСЕ для масопередачі будуються на основі матриць скінченних елементів (СЕ), що характеризують перенесення речовини за рахунок дифузії і руху середовища. Зупинимось на виводі матриці масопередачі для шестигранного криволінійного елемента. Розподіл концентрацій обраного компонента C в межах СЕ приймаємо на базі полілінійних функцій форми $N_{(i)}$

$$C = C^{(1)} N_{(1)} + C^{(2)} N_{(2)} + C^{(3)} N_{(3)} + C^{(4)} N_{(4)} + C^{(5)} N_{(5)} + C^{(6)} N_{(6)} + C^{(7)} N_{(7)} + C^{(8)} N_{(8)},$$

або в матричному вигляді:

$$\{C\} = [L] \{C^{(i)}\},$$

$$[L] = [N_{(1)} \quad N_{(2)} \quad N_{(3)} \quad N_{(4)} \quad N_{(5)} \quad N_{(6)} \quad N_{(7)} \quad N_{(8)}].$$

Вектор-градієнт концентрацій визначається формулами:

$$\{\nabla C\} = [\nabla] [L] \{C^{(i)}\} = [G] \{C^{(i)}\},$$

$$[\nabla] = \left[\frac{\partial}{\partial \xi^{1'}} \quad \frac{\partial}{\partial \xi^{2'}} \quad \frac{\partial}{\partial \xi^{3'}} \right]^T,$$

$$[G] = [\nabla] [L].$$

Матриця масопередачі СЕ $[K_C]$ дорівнює сумі двох матриць $[K_C] = [P_C] + [\Xi_C]$: матриці дифузії $[P_C]$ та конвекції $[\Xi_C]$, які представляються матричними виразами:

$$[P_C] = \int_{V_{CE}} [G]^T [g^*] [G] \phi dV = \int_{-0.5}^{0.5} [G]^T [g^*] [G] \phi \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3,$$

$$[\Xi_C] = \int_{V_{CE}} [L]^T [J^*]^T \{v\}^T [G] c dV = \int_{-0.5}^{0.5} [L]^T [J^*]^T \{V\}^T [N]^T [G] c \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3.$$

У разі моделювання процесів змішування розплавів одних полімерів з іншими, з дисперсними компонентами, або дисперсних матеріалів між собою дифузія відіграє незначну роль і їй можна знехтувати, тобто $[P_C] \rightarrow 0$.

2.3 Математична модель процесу живлення термопластичних матеріалів

До полімеру в зоні живлення можна віднести підхід, що базується на припущенні про домінуючий вплив однієї (основної) компоненти на поведінку суміші при відсутності фазових перетворень, коли залежністю цієї компоненти від інших компонент, а також взаємним впливом між іншими компонентами можна знехтувати. Це дозволяє на першому етапі розглядати суміш як єдине середовище, для якого формулюються і розв'язуються рівняння нерозривності, руху та теплообміну:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) &= 0, \\ \rho \frac{d\vec{v}}{dt} &= \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{P}, \\ c_p \rho \frac{dT}{dt} &= \hat{\sigma} : \hat{\epsilon} + Q_V + \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T).\end{aligned}$$

Далі розв'язуються рівняння для кожної компоненти суміші окремо, використовуючи як вихідні дані значення термомеханічних параметрів (швидкостей, температур та інш.), отриманих для основної компоненти:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_{\alpha}^*}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_{\alpha}^* \vec{v} &= -\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{\alpha}, \\ \rho_{\alpha}^* \frac{d\vec{v}_{\alpha}}{dt} &= -\vec{\nabla} n_2 p - n_{\alpha} K_{\alpha} (\vec{v}_{\alpha} - \vec{v}) + \vec{P}_{\alpha}^*,\end{aligned}$$

де $\vec{J}_{\alpha} = \rho_{\alpha}^* (\vec{v}_{\alpha} - \vec{v})$ – вектор потоку дифузії α -компоненти, який зазвичай характеризує перенос маси за рахунок концентраційної (молекулярної) дифузії, бародифузії (фільтраційної) та термодифузії:

$$\vec{J}_{\alpha} = -k_C \vec{\nabla} \rho_{\alpha}^* - k_f \vec{\nabla} p - k_T \vec{\nabla} T,$$

$p = -\frac{1}{3} \hat{\sigma} : \hat{\epsilon}$ – гідростатичний тиск в основній компоненті, K_{α} – коефіцієнт опору відносному руху згідно закону Стокса. При цьому вважається, що темпера-

тура неосновної компоненти є рівною температурі основної і рівняння теплообміну не складається.

На початковому етапі ущільнення твердої фази з достатньою точністю процес описується рівняннями стану для ізотропного пружного тіла

$$\hat{\sigma} = 2\mu \hat{\varepsilon} + \lambda \hat{g} \hat{g} \cdot \hat{\varepsilon},$$

де μ , λ – модулі пружності Ляме, які залежать від пористості і температури.

При підігріві відбувається перехід полімеру до пружно-пластичного стану, який можна представити співвідношеннями деформаційної теорії пластичності при відомій для матеріалу залежності між інтенсивністю дотичних напружень T_σ , інтенсивністю деформацій зсуву Γ та температурою T :

$$\begin{aligned}\hat{S} &= \mu_\Gamma \hat{D}, \\ \hat{\sigma}_s &= k \hat{\varepsilon}_s, \\ \mu_\Gamma &= \frac{T_\sigma(\Gamma, T)}{\Gamma},\end{aligned}$$

де k – модуль об'ємного стиснення, який залежить тільки від температури.

За подальшого нагрівання та ущільнення полімеру при високому рівні в'язкості, коли стан середовища ще близький до твердого, фізичні рівняння доцільно записати через деформації у вигляді:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma} &= \hat{E} \cdot (\hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}^p) - \sigma^T, \\ \hat{\varepsilon}^p &= \int_t \hat{\zeta}^p dt = \int_t \hat{H} \cdot \hat{\sigma} dt.\end{aligned}$$

Граничною умовою в цій зоні є функціональна залежність коефіцієнта тертя матеріалу по стінках обладнання від температури, тиску та швидкості:

$$F = f(T, P, v).$$

2.4 Фізична та математична моделі процесу плавлення термопластичних матеріалів

2.4.1 Фізична модель плавлення

До основних задач, які пов'язані з процесами в зоні плавлення, слід віднести:

- визначення розподілу швидкостей і температури матеріалу в каналі черв'яка з врахуванням впливу бародифузії, конвекції та руйнування пробки,
- поведінку суміші розплаву з твердими залишками гранул з врахування фазових перетворень,
- встановлення умов взаємодії розплаву полімеру з металевими поверхнями обладнання – приграничні ефекти, які впливають на рух розплаву та його деформації,
- визначення впливу теплоємності полімерів та багатофазних сумішей, інтенсивності дисипаційного теплоутворення, а також теплообміну між матеріалом і стінками обладнання, які обмежують канал і примусово охолоджуються або нагріваються,

Для розв'язання цих задач в даній роботі запропонована фізична модель зони плавлення черв'ячної машини для переробки термопластів, яка базується на припущеннях:

- термопласт є матеріалом аморфним і перехід від твердого стану до розплаву відбувається поступово (хоч і суттєво нерівномірно по температурі) із неперервною зміною фізико-механічних і теплофізичних властивостей;
- існує поверхня розділу між твердою пористою пробкою і розплавом у вигляді плівки, яка перешкоджає руху розплаву до пор;
- у зоні плавлення взаємодіють три фази – тверде пористе тіло (пробка); суміш розплаву, твердих залишків гранул та газу; повністю розплавлений матеріал.

У даній роботі запропоновано інший (порівняно з загальноприйнятим) механізм процесів, що відбуваються в зоні плавлення каналу екструдера, який є фізичною моделлю процесу і який зводиться до таких положень.

При проходженні зони живлення з гранул формується тверда пориста пробка, яка в подальшому в процесі стиснення і розігріву внаслідок тертя по поверхні розігрітого корпусу покривається плівкою розплаву, що герметизує масив пробки по її зовнішньому шару. При потраплянні пробки в область великого тиску (на початку зони плавлення) все навантаження практично сприймається гранулами, тому що повітря (або газ) у порах має малий модуль об'ємної деформації, легко стискується і тому може сприймати набагато менший тиск порівняно з тиском на поверхні пробки.

При просуванні пробки вздовж каналу температура плівки та приграничного з нею шару гранул пробки зростає завдяки дисипації і теплопровідності. Гранули в цьому шарі розм'якшуються, через що поверхневий шар гранул та плівка втрачають міцність. Внаслідок великого перепаду тиску в розплаві і порах розплав прориває плівку шару, пограничного з плівкою розплаву, і заповнює пори між гранулами, змішуючись з поровим газом, тобто відбувається фільтрація розплаву в пористий масив гранул (явище бародифузії). Для гранул, які опинились в оточенні розплаву, зникають сили, які притискали їх до масиву пробки, і під дією дотичних напружень розплаву вони відриваються від пробки і потрапляють в рідинний шар суміші розплаву з твердими частинками полімеру та газу. Та частина розплаву, що потрапила в пори, передає своє тепло оточуючим гранулам пробки, частково твердне (тобто відбувається зворотне фазове перетворення) і утворює плівку розплаву, яка перешкоджає подальшій фільтрації розплаву вглиб пробки. Після надходження нової порції тепла до утвореної плівки процес повторюється, пробка поступово зменшується і руйнується на окремі включення, оточені розплавом.

Таким чином, принциповою відмінністю розробленої фізичної моделі є те, що майже весь процес плавлення відбувається в межах суміші твердої і рідинної фаз, де розплав є диспергуючим, а тверді залишки гранул і газ –

диспергованими середовищами. Теплова ж енергія, що підводиться до поверхні розділу суміші і пробки по суті витрачається на руйнування пробки через механізм бародифузії.

Запропонована фізична модель є більш адекватною реальним процесам зони плавлення черв'ячних машин. Вона дозволяє пояснити підвищену швидкість процесу плавлення в реальних умовах порівняно з розрахунками на класичних моделях, таких як [18, 35, 40]. Дійсно, інтенсивне теплоутворення за рахунок дисипації і передача тепла твердій фазі згідно запропонованої моделі відбувається в одному і тому ж об'ємі шару суміші (тобто шлях теплових потоків від розплавленої фази до твердої є найкоротшим), причому загальна поверхня теплообміну частинок твердої фракції в суміші з проникненням розплаву в поровий простір (запропонована модель) набагато більша за плоску поверхню теплообміну через полімерну плівку між твердою пробкою і розплавом, згідно традиційних моделей [18, 35, 40].

Крім того відомо, що при переробці термопластів в черв'ячних машинах, особливо великого типорозміру, за певних умов суміш розплаву, газу і твердого полімеру як рідинна фаза може рухатись аж до виходу з машини.

Пояснення цього ефекту за рахунок руйнування залишків пробки тільки в кінці зони плавлення (згідно традиційної моделі) викликає сумніви. Об'єм цих залишків пробки порівняно з об'ємом чистого розплаву є незначним і тому частинки твердої фази повинні досить швидко розплавитись на початку зони гомогенізації. Якщо ж процес плавлення відбувається по запропонованій схемі, то при недостатньому надходженні тепла дисипації концентрація твердої фази в розплаві може бути настільки великою, що процес плавлення буде досить повільним і може розповсюджуватися далеко за межі зони плавлення.

Запропонована і наведена вище трифазна фізична модель процесу плавлення термопластів у відповідній зоні екструдера передбачає, що основний процес плавлення проходить у трифазній суміші, де в загальному випадку швидкості руху твердої і газової фаз можуть відрізнятися від швидкості несучого середовища – розплаву і треба слідкувати за кожною фазою окремо,

враховуючи їх взаємодію. Але в ряді випадків запропоновану модель процесу може бути спрощено.

У разі, коли газова компонента суміші може розчинятись у розплаві, або виводитись назовні, впливом її можна знехтувати і представляти фізичну моделі суміш у вигляді двохфазного середовища. Ця фізична модель дозволяє помітно скоротити в математичній моделі кількість невідомих величин і суттєво спростити розв'язання задач без втрати точності результатів.

Найбільш простою фізична модель стає, якщо вважати розплав високов'язкою рідиною, а розміри вкраплень твердої (та газоподібної, якщо вона враховується) фази є достатньо малими, тобто такими, що вони рухаються разом з розплавом з однаковою швидкістю (тобто їх відносною швидкістю руху можна знехтувати). Тоді можна представити фізичну модель суміші як однофазного середовища з приведеними теплофізичними і фізико-механічними характеристиками, які залежать від концентрації твердої (та газоподібної) фаз, температури, швидкостей деформацій, тощо.

Найбільші спрощення в рамках запропонованого механізму плавлення можна здійснити, якщо взяти за основу вище описану однофазну фізичну модель суміші та прийняти до уваги, що завдяки аморфності полімерів не існує чітко вираженої температури плавлення T_{nl} , а є діапазон температур від $T_{mв}$ до T_{pid} , в межах якого полімери інтенсивно розм'якшуються і переходять в текучий стан із швидкою зміною теплоємності і в'язкості. Крайнє значення температури $T_{mв}$ відповідає температурі, при якій руйнується граничний шар пробки, а гранули перебувають у твердому стані, T_{pid} – повністю розплавленому полімеру. У цьому разі можна прийняти, що в суміші тверда фаза має температуру $T_{mв}$, а розплав – T_{pid} . Середня ж температура T_c суміші розплаву і нерозплавлених частинок гранул буде задовольняти нерівності $T_{mв} < T_c \leq T_{pid}$. Проміжні значення T_c тоді відображають співвідношення між твердою і рідинною фазами полімеру в суміші.

2.4.2 Математична модель стаціонарних процесів плавлення

У разі стаціонарного руху розплаву, який є характерним для безперервних технологічних процесів локальні похідні по часу є нульовими і залишаються тільки конвективні частини матеріальних похідних по часу:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.65)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\hat{\sigma} - \rho \vec{v} \vec{v}) + \vec{P} = 0, \quad (2.66)$$

$$c \rho \vec{v} \cdot \nabla T = \hat{\sigma} : \hat{\epsilon} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + Q_V. \quad (2.67)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \rho_\alpha^* \vec{v} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\alpha, \quad (2.68)$$

$$\vec{\nabla} n_2 p - \rho_\alpha^* \vec{v}_\alpha \cdot \nabla \vec{v}_\alpha - n_\alpha K_\alpha (\vec{v}_\alpha - \vec{v}) + \vec{P}_\alpha^* = 0. \quad (2.69)$$

Розглянемо частинний варіант руху розплаву, коли прискореннями компонент можна знехтувати. Цей варіант відповідає квазістатичному руху суміші. Рівняння (2.65)–(2.69) при цьому приймуть вигляд:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0,$$

$$\vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{P} = 0,$$

$$c \rho \vec{v} \cdot \nabla T = \hat{\sigma} : \hat{\epsilon} + Q_V + \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T),$$

$$\vec{\nabla} \cdot \rho_\alpha^* \vec{v} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\alpha,$$

$$\vec{\nabla} n_2 p - n_\alpha K_\alpha (\vec{v}_\alpha - \vec{v}) + \vec{P}_\alpha^* = 0.$$

Враховуючи, що полімерні матеріали є практично нестисливими, можна записати:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0,$$

$$\vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{P} = 0,$$

$$c \rho \vec{v} \cdot \nabla T = \hat{\sigma} : \hat{\epsilon} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + Q_V,$$

$$\vec{\nabla} \cdot n_\alpha \vec{v} = -\frac{1}{\rho_\alpha} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\alpha,$$

$$-\vec{\nabla} n_2 p - n_\alpha K_\alpha (\vec{v}_\alpha - \vec{v}) + \vec{P}_\alpha^* = 0.$$

Далі можна вважати, що процеси фільтрації, дифузії та теплопровідності відбуваються повільно і не впливають на поведінку суміші:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{P} &= 0, \\ c_p \vec{v} \cdot \nabla T &= \hat{\sigma} \cdot \hat{\epsilon} + Q_v, \\ \vec{\nabla} \cdot n_\alpha \vec{v} &= 0, \\ -\vec{\nabla} n_2 p + \vec{P}_\alpha^* &= 0.\end{aligned}$$

2.4.3 Математична модель для двофазної суміші

Інший шлях спрощення моделі суміші полягає в зменшенні кількості незалежних компонент за рахунок об'єднання декількох компонент в одну з попереднім завданням її усереднених фізико-механічних властивостей та термомеханічних параметрів, які повинні визначатись при розв'язанні задач.

Переробка двофазних сумішей тісно зв'язана з виготовленням широкого класу виробів із композиційних матеріалів з твердими наповнювачами, з приготуванням різного призначення суспензій та розчинів, тощо. Крім того, в процесі плавлення полімерів частина рідинної фази збільшується і коли вона стає домінуючою, то властивості суміші змінюються і наближаються до властивостей двофазних сумішей. Втрачається контакт між твердими частинками і суттєво знижується їх напружено деформований стан, що дозволяє знехтувати деформаціями твердої фази. Основна частина газової складової суміші виводиться назовні, а та, що залишилась, частково розчиняється або перебувають у вигляді дрібних пухирців у рідині. Різниця між швидкостями газової та рідинної компонент практично зникає і обидві фази можна вважати як єдину – газовану рідину, фізико-механічні властивості якої (стисливість, теплопровідність, та інше) визначаються з урахуванням концентрації газу в рідині. У цьому разі поведінка суміші, що складається з трьох фаз, визначається взаємодією тільки двох фаз, одна з яких є складною, тобто може розглядатись як квазідвофазна.

Рівняння збереження для квазидвофазної суміші отримаємо як частинний випадок відповідних рівнянь трифазної суміші при $n_3=0$, $\vec{v}_3=\vec{v}_2$. З урахуванням фазового перетворення диференціальні рівняння збереження маси для першої (твердої) і другої фаз мають вигляд:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_1^*}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_1^* \vec{v}_1 + \kappa_{12} &= 0, \\ \frac{\partial \rho_2^{**}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_2^{**} \vec{v}_2 - \kappa_{21} &= 0.\end{aligned}$$

Для суміші в цілому маємо:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{v} = 0, \quad (2.70)$$

де $\rho = \rho_1^* + \rho_2^{**}$ – густина суміші, $\rho_2^{**} = \rho_2^* + \rho_3^*$ – густина газованої рідини, $\vec{v} = \frac{\rho_1^* \vec{v}_1 + \rho_2^{**} \vec{v}_2}{\rho}$ – приведена швидкість суміші.

При використанні рівняння (2.70) для суміші відповідні рівняння збереження маси для кожної компоненти доцільно записати у вигляді

$$\frac{\partial \rho_\alpha^*}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_\alpha^* \vec{v} = \kappa_{\alpha\beta} - \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\alpha,$$

де \vec{J}_α – вектор потоку дифузії α -компоненти

$$\vec{J}_\alpha = \rho_\alpha^* n_\alpha (\vec{v}_\alpha - \vec{v}),$$

$\kappa_{\alpha\beta}$ – швидкість фазового переходу маси α -компоненти в масу β -компоненти суміші. Вектори потоку дифузії та швидкості фазового переходу при цьому повинні задовольняти умовам

$$\sum_\alpha \vec{J}_\alpha = 0, \quad \sum_\alpha \kappa_{\alpha\beta} = 0.$$

При формулюванні рівнянь збереження імпульсу приймаємо, що власні напруження твердої фази дорівнюють нулю ($\hat{\sigma}_1=0$), а об'ємні сили, з якими ча-

стинки твердої фази діють на рідину, згідно закону Стокса пропорційні різниці швидкостей фаз і поверхні частинок твердої фази

$$\vec{R}_{2f} = -K_v n_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1).$$

Тоді рівняння руху твердої фази матиме вигляд

$$\rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12}) + \vec{\nabla} \cdot n_1 \hat{\sigma}_2 + K_v n_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + \vec{P}_1^*.$$

Окремо дія газової компоненти не враховується, оскільки вона входить до складу другої – газованої рідини. Для приведеної рідинної фази рівняння руху набуває вигляду

$$\rho_2^* \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2) + \vec{\nabla} \cdot n_2 \hat{\sigma}_2 - K_v n_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) + \vec{P}_2^{**},$$

де $\vec{P}_2^{**} = \vec{P}_2^* + \vec{P}_3^*$ – зовнішні об'ємні сили, що діють на рідину і газ другої фази.

Тоді маємо рівняння руху для суміші

$$\rho_1^* \frac{d\vec{v}_1}{dt} + \rho_2^* \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) + \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma}_2 + \vec{P}_1^* + \vec{P}_2^{**}.$$

Рівняння збереження енергії першої – твердої фази виводимо за умови, що теплообмін відбувається тільки з рідинною фазою:

$$\rho_1^* \frac{dU_1}{dt} + \kappa_{12} (U_{12} - U_1) = -\frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + n_1 \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon}_1 + Q_{1V} + Q_{12} - Q_{1E},$$

Для другої фази – рідини

$$\begin{aligned} \rho_2^{**} \frac{dU_2}{dt} + \kappa_{12} (U_2 - U_{12}) &= \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 + \\ &+ (n_2 - n_1) \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon}_2 + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) + Q_{2V} - Q_{12} + Q_{1E}. \end{aligned}$$

Конкретизуючи вираз для внутрішньої енергії згідно (2.55) маємо рівняння теплообміну елементів суміші

$$\begin{aligned} c_1 \rho_1^* \frac{dT_1}{dt} &= -\frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 - \kappa_{12} (c_1 T_{12} - c_1 T_1) + \\ &+ n_1 \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon}_1 + Q_{1V} + Q_{12} - Q_{1E}, \end{aligned} \quad (2.71)$$

$$c_2 \rho_2^{**} \frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 - \kappa_{12} (c_2 T_2 - c_{12} T_{12}) + \\ + (n_2 - n_1) \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon}_2 + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) + Q_{2V} - Q_{12} + Q_{1E} \quad (2.72)$$

та суміші в цілому:

$$c_1 \rho_1^* \frac{dT_1}{dt} + c_2 \rho_2^{**} \frac{dT_2}{dt} = -\frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + \\ + \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 + \kappa_{12} (c_1 T_1 - c_2 T_2) \\ + n_1 \hat{\sigma}_2 \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_1 + (n_2 - n_1) \hat{\sigma}_2 \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_2 + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2) + Q_{1V} + Q_{2V}. \quad (2.73)$$

Або через ентальпію рівняння (2.71)–(2.73) представляються у вигляді:

$$\rho_1^* \frac{d}{dt} i_1 = \frac{dp_1^*}{dt} - \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 - \kappa_{12} (U_{12} - i_1) + \\ + n_1 \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon}_1 + Q_{1V} + Q_{12} - Q_{1E}, \\ \rho_2^{**} \frac{d}{dt} i_2 = \frac{dp_2^*}{dt} + \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 - \kappa_{12} (i_2 - U_{12}) + \\ + (n_2 - n_1) \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon}_2 + Q_{2V} - Q_{12} + Q_{1E} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2), \\ \rho_1^* \frac{d}{dt} i_1 + \rho_2^{**} \frac{d}{dt} i_2 = \frac{dp^*}{dt} - \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_1 - \vec{v}_{12})^2 + \\ + \frac{1}{2} \kappa_{12} (\vec{v}_{12} - \vec{v}_2)^2 + \kappa_{12} (c_1 T_1 - c_2 T_2) \\ + n_1 \hat{\sigma}_2 \cdot \vec{\nabla} \vec{v}_1 + (n_2 - n_1) \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon}_2 + Q_{1V} + Q_{2V} + \vec{\nabla} \cdot (\lambda_2 \vec{\nabla} T_2).$$

На другому етапі пластикації тверді частинки втрачають контакт між собою і власні напруження твердої фази вважаються відсутніми. Основною є рідинна фаза – розплав з розчиненим газом, яка перебувають у в'язковисоко-еластичному стані і визначає поведінку суміші. Об'ємні деформації відбуваються за рахунок стисливості газу та температурного розширення. Тому при незначній концентрації газу в розплаві та невеликих перепадах температур об'ємними деформаціями можна знехтувати. Деформації зсуву складаються із зворотних високоеластичних (пружних) деформацій та залишкових в'язких. Якщо розглянути течію полімеру при сталому напруженні, то на початку перебування розплаву в високоеластичному стані найбільш швидко розвиваються

пружні деформації. Потім швидкість високоеластичної складової знижується до нуля (внутрішні високоеластичні сили врівноважують зовнішні). Далі спостерігається лише незворотна течія, швидкість якої може зростати при руйнуванні надмолекулярних структур (точніше, коли швидкість руйнування перевищує швидкість відновлення) і досягає за рахунок в'язкості сталої величини.

При відносно невеликих швидкостях деформування, характерних для етапу пластикації полімерів, розглянуті особливості деформування можна описати з допомогою реологічної моделі Максвела, доповненої умовою, що модулі пружності та в'язкості є функціями інтенсивності дотичних напружень деформацій зсуву та температури. Швидкість деформацій визначається формулою

$$\hat{D} = \frac{1}{\eta} \hat{S} + \frac{1}{\mu} \dot{\hat{S}}, \quad (2.74)$$

де $\mu(T_\sigma, \Gamma, T)$ – модуль Ляме високоеластичної складової, $\eta(T_\sigma, \dot{\Gamma}, T)$ – динамічна в'язкість. Або відносно напружень:

$$\hat{S} = \eta \hat{D} - \frac{\eta}{\mu} \dot{\hat{S}}. \quad (2.75)$$

Другий доданок в правих частинах цих формул визначає ефект післядії, коли середовище після зняття навантаження продовжує незворотно деформуватись за рахунок накопиченої пружної деформації. Також ці члени призводять до стабілізації напружень при коливальних змінах швидкості деформацій, тобто виконують роль демпфера.

2.5 Математична модель процесу змішування термопластичних матеріалів

У багатьох випадках при переробці матеріалів у вигляді сумішей, які по фізико-механічним властивостям є рідинами, або близькими до них: розплави з дрібними залишками нерозплавленого матеріалу, композитні суміші з тонко дисперсними наповнювачами, суміші із споріднених рідинних компонент, тощо дифузійні процеси тепломасопереносу відбуваються досить повільно і практи-

чно не впливають на поведінку сумішей за час проходження технологічного процесу. Це дозволяє вважати швидкості та температуру компонент рівними відповідно швидкості та температурі суміші. Процес перемішування (зміна концентрації компонент в об'ємі суміші) і тепло переносу тоді відбуваються тільки завдяки конвективним складовим руху компонент суміші. Для двофазної суміші доцільно користуватись рівняннями для суміші в цілому та рівняннями для компоненти, яка є домінуючою:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{v} = 0, \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial \rho_2^{**}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_2^{**} \vec{v} - \kappa_{21} = 0, \quad (2.77)$$

$$\rho \frac{d \vec{v}}{dt} = \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma}_2 + \vec{P} \quad (2.78)$$

$$\rho_2^* \frac{d \vec{v}}{dt} = \vec{\nabla} \cdot n_2 \hat{\sigma}_2 + \vec{P}_2^{**} \quad (2.79)$$

$$c \frac{dT}{dt} = \kappa_{12} (c_1 - c_2) T + n_2 \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon} + Q_{1V} + Q_{2V}. \quad (2.80)$$

де $c = c_1 \rho_1^* + c_2 \rho_2^{**}$, причому при досягненні температури плавлення $T_{пл}$ на основі рівняння (2.80) визначається швидкість фазового переходу

$$\kappa_{12} = \frac{n_2 \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon} + Q_{1V} + Q_{2V}}{(c_2 - c_1) T_{пл}}.$$

Все це дозволяє суттєво спростити як основні рівняння, так і процес їх дослідження. Особливо, при дослідженні стаціонарних процесів, які відбуваються з невеликими швидкостями і можна не враховувати інерційні члени:

$$\vec{\nabla} \cdot \rho \vec{v} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho_2^{**}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho_2^{**} \vec{v} - \kappa_{21} = 0,$$

$$\vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma}_2 + \vec{P} = 0,$$

$$\vec{\nabla} \cdot n_2 \hat{\sigma}_2 + \vec{P}_2^{**} = 0,$$

$$c \vec{v} \cdot \nabla T = \kappa_{12} (c_1 - c_2) T + n_2 \hat{\sigma}_2 \cdot \hat{\epsilon} + Q_{1V} + Q_{2V}.$$

2.6 Математична модель гомогенізації розплавів полімерів

Наприкінці етапу пластикації матеріал перебувають у рідкому стані з невеликою кількістю нерозплавлених частинок, які вже не впливають на поведінку суміші. Процес переробки переходить в стадію гомогенізації, яка є найбільш відповідальною за якість отриманих виробів. На цьому етапі відбувається кінцеве перемішування всіх компонент суміші, а також реалізуються необхідні структурні перетворення полімерів, обумовлені переходом полімерів з неорієнтованого в орієнтований стан і навпаки, розпрямленням та руйнуванням (яке є зворотнім, тиксотропним) структурних клубочкоподібних утворень в лінійних полімерах, руйнування просторової структури в сітчастих полімерах, тощо. Головним призначенням етапу гомогенізації є досягнення максимальної однорідності суміші як відносно різних складових композиції, так і однорідності структури одного і того полімеру. Це суттєво ускладнює задачу моделювання, оскільки виникає необхідність спостереження за структурними переходами та концентрацією різних структурних утворень кожного полімеру в об'ємі суміші. По суті це вимагає розгляду структурних перетворень полімерів як фазових переходів з відповідним збільшенням компонент суміші, причому критерії таких фазових переходів визначаються не тільки температурою та тиском, але залежать від накопичених пружних деформацій, швидкості деформацій, напруженого стану та інших термодинамічних параметрів. Так, для лінійних полімерів (поліетилен, поліпропілен, тощо) характерно, що після розплавлення вони перебувають у стані високої в'язкості. При зростанні напружень і швидкості деформування руйнуються маломіцні зв'язки і полімер переходить у в'язковисокоеластичний стан, що супроводжується суттєвим зменшенням в'язкості і накопиченням пружних деформацій. Завдяки розпрямленню ланцюгів молекул структура полімеру стає орієнтованою. Процес цей є зворотним – при зменшенні напружень структура відновлюється, але не миттєво. Мінімальний час, потрібний для повернення до початкового стану, є часом релаксації і належить до властиво-

стей матеріалу. Подальше підвищення напружень до певного граничного значення призводить до більш глибокого руйнування структури полімеру і значного зменшення довжини молекулярних ланцюгів, втрати орієнтаційного ефекту та переходу полімеру до нового – в'язкотекучого стану з мінімальною в'язкістю. У такому стані полімер придатний для подальшої переробки, формування та виготовлення виробів. Тому для полімерів цього виду стадія гомогенізації передбачає отримання максимальної концентрації в'язко текучої фази полімеру і рівномірного розподілу всіх компонент по об'єму суміші.

При формулюванні математичної моделі процесу гомогенізації будемо виходити із припущення, що відомими є термомеханічні властивості полімеру залежно від концентрації структурних фаз та такі ж властивості суміші залежно від концентрації компонент; дифузія відсутня і швидкості всіх компонент відносно суміші є малими і ними можна знехтувати, температура компонент дорівнює температурі суміші, суміш є нестисливою. Тоді можна скористатись рівняннями (2.1) – (2.4) при зміні умов фазових переходів полімерів. Рівняння збереження маси і руху для суміші в цілому:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (2.81)$$

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{P}, \quad (2.82)$$

та збереження енергії з врахуванням плавлення твердої фракції

$$c\rho \frac{dT}{dt} = \kappa_{12}(c_1 - c_2)T + \hat{\sigma} : \hat{\epsilon} + Q_V. \quad (2.83)$$

Для визначення концентрації n_α окремої α -компоненти використаємо рівняння збереження маси у вигляді

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot n_\alpha \vec{v} = \frac{\kappa_{\alpha\beta}^s}{\rho_\alpha}, \quad (2.84)$$

де $\kappa_{\alpha\beta}^s$ – швидкість структурного фазового переходу α -компоненти в β -компоненту.

Рівняння стану (2.74), (2.75) залишаються в силі. До них тільки додається критерій структурно фазового переходу. Наприклад, якщо час релаксації суттєво більший за час перебування полімеру в зоні гомогенізації, то критерієм може бути гранична величина інтенсивності дотичних напружень $\tau \geq T_\sigma$, перевищення якої призводить до незворотного руйнування структури і переходу полімеру в нову фазу – текучий стан із мінімальною в'язкістю при перетворенні енергії високо еластичної деформації в дисипативну теплову Q'_V

$$Q'_V = \frac{1}{2} \hat{S} \cdot \hat{S}.$$

У більш загальних випадках необхідно передбачати зворотний структурно фазовий перехід, який враховує відновлення структур, або граничну величину τ розглядати як функцію температури та інтенсивності високо еластичних деформацій зсуву Γ_e . Для стаціонарних повільних процесів рівняння (2.81) – (2.84) можна записати в спрощеному вигляді:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0,$$

$$\vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} + \vec{P} = 0,$$

$$c\vec{v} \cdot \nabla T = \kappa_{12}(c_1 - c_2)T + \hat{\sigma} \cdot \hat{\epsilon} + Q_V,$$

$$\vec{\nabla} \cdot n_\alpha \vec{v} = \frac{\kappa_{\alpha\beta}^s}{\rho_\alpha}.$$

2.7 Основні засади моделювання процесів формування

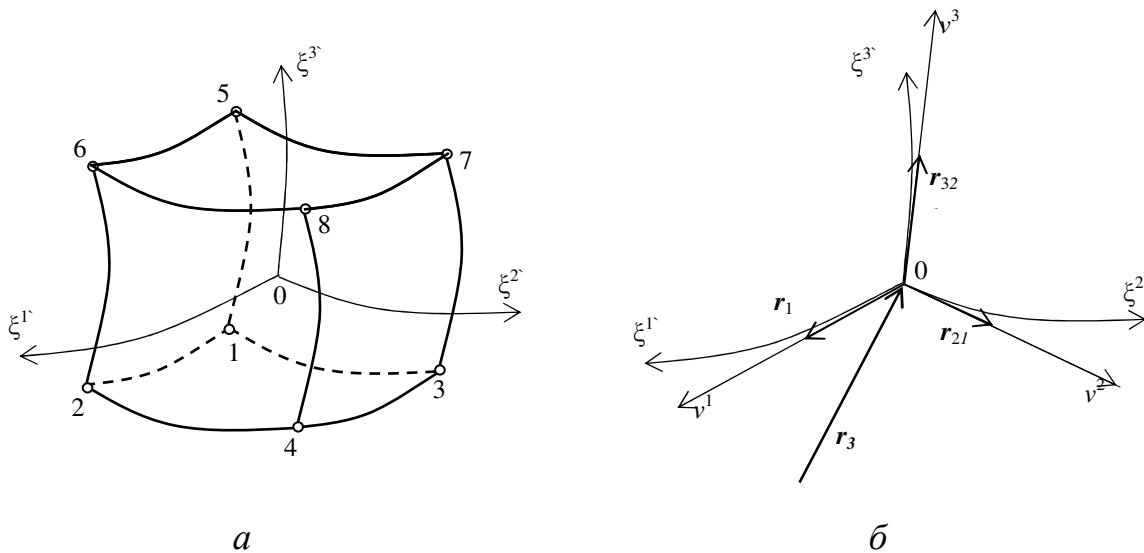
Попередні дослідження [91, 92] показали, що при комп'ютерному моделюванні слабостисливих середовищ традиційні схеми МСЕ призводять до значних похибок, які виникають через некоректну апроксимацію об'ємних деформацій та деформацій зсуву. Цей ефект спостерігається, наприклад, у моделюванні плоскощільних головок, де діють високі перепади тиску і розрахунок показує неадекватне стиснення розплаву, або при розрахунках

згину тонкостінних виробів під дією термосилових навантажень. Тому для дискретизації вище наведених рівнянь використано моментну схему МСЕ, яка дозволяє звільнитись від негативних властивостей традиційних схем шляхом поєднання варіаційного методу з методом моментів [86]. У праці [98] це виконано для в'язкої неньютонівської рідини, де отримані співвідношення для матриць в'язкості методом переміщень з врахуванням стисливості, а також співвідношення МСЕ змішаним методом для нестисливої рідини. На численних прикладах авторами [98] встановлено, що за послідовного зменшення стисливості результати розрахунків прямують до розв'язків, які відповідають нестисливим матеріалам. Така методика виправдала себе за незмінних властивостей об'ємного деформування тіл. Але у випадках, коли параметри стисливості матеріалу є змінними величинами і наближені до умов нестисливості, виникає нестабільність обчислень ($\mu/\lambda < 10^{-6}$), яка може викривити результати і вимагає контролю за процесами розв'язку систем рівнянь, що суттєво ускладнює автоматизацію числових розрахунків.

У даній роботі пропонується узагальнення підходу, описаного в праці [98], для побудови єдиних співвідношень МСЕ в змішаному варіанті незалежно від стисливості матеріалів зі збереженням переваг моментної схеми МСЕ.

Згідно з [98] розглянемо шестигранний криволінійний скінчений елемент (СЕ), який віднесено до локальних криволінійних координат (рис. 2.1,а) ξ^1, ξ^2, ξ^3 ($-1/2 \leq \xi^i \leq 1/2$). У відповідність криволінійним координатам ξ^i ставляться прямолінійні – x^1, x^2, x^3 (рис. 2.1,б) з базисними векторами r_1, r_2, r_3 , які визначаються за допомогою радіус-вектора r :

$$r_1 = \partial r / \partial \xi^1, \quad r_2 = \partial r / \partial \xi^2, \quad r_3 = \partial r / \partial \xi^3.$$



a – локальна нумерація вузлів CE,

б – криволінійна і центральна прямолінійна система координат CE

Рисунок 2.1 – Криволінійний полілінійний шестигранний скінченний елемент (CE), віднесений до локальної криволінійної системи координат ξ^1, ξ^2, ξ^3 ($-1/2 \leq \xi^i \leq 1/2$)

Координати $x^i = x^i(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$ вважаються неперервними диференційованими функціями, які задовольняють умові взаємної однозначності перетворення координат:

$$\det[c_{j'}^i] = \det[J] = \sqrt{g} \neq 0; \quad (2.85)$$

де $[c_{j'}^i] = [J] = \begin{bmatrix} c_{1'}^1 & c_{2'}^1 & c_{3'}^1 \\ c_{1'}^2 & c_{2'}^2 & c_{3'}^2 \\ c_{1'}^3 & c_{2'}^3 & c_{3'}^3 \end{bmatrix}$ – матриця Якобі перетворення координат, g –

детермінант матриці коваріантних компонент g_{ij} метричного тензора криволінійної системи координат, $c_{j'}^i = \partial x^i / \partial \xi^{j'}$ – компоненти тензора перетворення координат. Причому в початку координат величини $c_{j'}^i$ в (2.85) приймають значення символів Кронекера $c_{j'}^i = \delta_{j'}^i$, а метричні тензори прямолінійних і криволінійних координат збігаються між собою $g_{ij} = g_{i'j'}$.

Вектори переміщень u_m ($m=1, 2, 3$) точок (СЕ), як і швидкості переміщень v_m представляються коваріантними компонентами в прямолінійній системі координат, але розглядаються як полілінійні функції локальних координат $\xi^{1'}$, $\xi^{2'}$, $\xi^{3'}$:

$$u_m = U_m^{(1)} N_{(1)} + U_m^{(2)} N_{(2)} + U_m^{(3)} N_{(3)} + U_m^{(4)} N_{(4)} + U_m^{(5)} N_{(5)} + U_m^{(6)} N_{(6)} + U_m^{(7)} N_{(7)} + U_m^{(8)} N_{(8)} , \quad (2.86)$$

$$v_m = V_m^{(1)} N_{(1)} + V_m^{(2)} N_{(2)} + V_m^{(3)} N_{(3)} + V_m^{(4)} N_{(4)} + V_m^{(5)} N_{(5)} + V_m^{(6)} N_{(6)} + V_m^{(7)} N_{(7)} + V_m^{(8)} N_{(8)} , \quad (2.87)$$

$u_m^{(k)}$, $v_m^{(k)}$ – компоненти переміщень та швидкостей k -го вузла СЕ вздовж осі x^m , де $N_{(k)}$ ($k=1,2,\dots,8$) – функція форми для k -го вузла з координатами $\xi_k^{1'}$, $\xi_k^{2'}$, $\xi_k^{3'}$

$$N_{(k)} = (1 - \xi^{1'} / \xi_k^{1'}) (1 - \xi^{2'} / \xi_k^{2'}) (1 - \xi^{3'} / \xi_k^{3'}) / 8 , \quad (2.88)$$

або в матричному вигляді

$$\{u\} = [N] \{U\}, \quad \{v\} = [N] \{V\}, \quad (2.89)$$

де $\{v\} = \{v_1 \ v_2 \ v_3\}^T$ – вектор швидкостей переміщень довільної точки СЕ; $[N]$ – матриця функцій форми:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_3 & \dots & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix} ;$$

$\{U\} = \{U_m^{(1)} \ U_m^{(2)} \ U_m^{(3)} \ U_m^{(4)} \ U_m^{(5)} \ U_m^{(6)} \ U_m^{(7)} \ U_m^{(8)}\}^T$ – вектор вузлових швидкостей СЕ.

Залежність (2.86) можна записати для компонент швидкостей поліномами:

$$u_m = a_m^{(1)} + a_m^{(2)} \xi^{1'} + a_m^{(3)} \xi^{2'} + a_m^{(4)} \xi^{3'} + a_m^{(5)} \xi^{1'} \xi^{2'} + a_m^{(6)} \xi^{1'} \xi^{3'} + a_m^{(7)} \xi^{2'} \xi^{3'} + a_m^{(8)} \xi^{1'} \xi^{2'} \xi^{3'} , \quad (2.90)$$

де коефіцієнти $a_m^{(k)}$ об'єднані в вектор $\{a\}$, однозначно зв'язані з вектором $\{U\}$ числовою матрицею $[S]$

$$\{a\} = [S] \{U\}. \quad (2.91)$$

Деформації згідно з вимогами моментної схеми МСЕ розкладаються в ряд Маклорена з утриманням лише тих членів, в склад яких входять коефіцієнти поліномів (2.90):

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \epsilon_{11}^{(000)} + \xi^{2'} \epsilon_{11}^{(010)} + \xi^{3'} \epsilon_{11}^{(001)} + \xi^{2'} \xi^{3'} \epsilon_{11}^{(011)}, \\ \epsilon_{22} &= \epsilon_{22}^{(000)} + \xi^{1'} \epsilon_{22}^{(100)} + \xi^{3'} \epsilon_{22}^{(001)} + \xi^{1'} \xi^{3'} \epsilon_{22}^{(101)}, \\ \epsilon_{33} &= \epsilon_{33}^{(000)} + \xi^{1'} \epsilon_{33}^{(100)} + \xi^{2'} \epsilon_{33}^{(010)} + \xi^{1'} \xi^{2'} \epsilon_{33}^{(110)}, \\ \epsilon_{12} &= \epsilon_{12}^{(000)} + \xi^{3'} \epsilon_{12}^{(001)}, \\ \epsilon_{13} &= \epsilon_{13}^{(000)} + \xi^{2'} \epsilon_{13}^{(010)}, \\ \epsilon_{23} &= \epsilon_{23}^{(000)} + \xi^{1'} \epsilon_{23}^{(100)}, \\ \theta &= g^{ij} \epsilon_{ij}^{(000)}. \end{aligned} \quad (2.92)$$

де g^{ij} – контраваріантні компоненти метричного тензора координатної системи x^1, x^2, x^3 , $\theta^{(000)}$ – об'ємна деформація скінченного елемента.

Представимо основні моменти швидкості тензора деформацій $\epsilon_{ij}^{(000)}$ у вигляді суми дівіатора, який характеризує зміну форми, та сферичного тензора, що відображає тільки зміни об'єму в околі точки тіла:

$$\epsilon_{ij}^{(000)} = \vartheta_{ij}^{(000)} + g_{ij} \theta^{(000)} / 3, \quad (2.93)$$

де $\theta^{(000)} = g^{kl} \epsilon_{kl}^{(000)}$ – швидкість зміни об'єму; g_{ij}, g^{ij} – коваріантні та контраваріантні компоненти метричного тензора координатної системи x^1, x^2, x^3 ; $\vartheta_{ij}^{(000)} = \epsilon_{ij}^{(000)} - g_{ij} (g^{kl} \epsilon_{kl}^{(000)}) / 3$ – дівіатор швидкості деформацій.

Далі дівіатор $\vartheta_{ij}^{(000)}$ залишимо без змін, а для $\theta^{(000)}$ скористаємось визначенням дивергенції вектора

$$\theta^{(000)} = (g^{kl} \varepsilon_{kl})_{\bar{\xi}=0} = (\nabla_k v^k)_{\bar{\xi}=0} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \int_V \nabla_k v^k dV, \quad (2.94)$$

де V – область навколо початку координат; v_k – коваріантна компонента вектора швидкостей переміщень вздовж координати x^k .

З точністю апроксимації в формулі (2.94) приймаємо, що область V збігається з об'ємом СЕ:

$$\theta^{(000)} = \frac{1}{V_{CE}} \int_{V_{ce}} \nabla_k u^k dV = \frac{1}{V_{CE}} \int_{S_{ce}} n^k u_k dS = \Theta_{CE} / V_{CE} = [F]\{a\} / V_{CE} = \{N\}^T \{U\} / V_{CE}, \quad (2.95)$$

де V_{ce} – область навколо початку координат, S_{ce} – гранична поверхня СЕ, u_k – коваріантна компонента вектора переміщень, n^k – контраваріантна компонента вектора зовнішньої нормалі до поверхні S_{ce} , Θ_{CE} – зміна об'єму СЕ в цілому. Обчислення Θ_{CE} (2.95) виконується з допомогою квадратурних формул. Як показали числові експерименти, достатньо обмежитись однією точкою інтегрування в центрах граней СЕ. Моменти деформацій в (2.92) обчислюються через похідні від компонент переміщень в точці, що збігається з початком координат ($\bar{\xi}=0$). Слід зазначити, що співвідношення для деформацій і швидкостей деформацій ζ_{ij} повністю збігаються між собою, якщо переміщення u_m замінити на швидкості переміщень v_m .

Значення Θ_{CE} відповідають формулам:

$$\begin{aligned} \Theta_{CE} = \int_{S_{ce}} n^k v_k dS = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\left(c^{1k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{1'}=\frac{1}{2}} - \left(c^{1k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{1'}=-\frac{1}{2}} \right] d\xi^{2'} d\xi^{3'} + \\ + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\left(c^{2k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{2'}=\frac{1}{2}} - \left(c^{2k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{2'}=-\frac{1}{2}} \right] d\xi^{1'} d\xi^{3'} + \\ + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\left(c^{3k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{3'}=\frac{1}{2}} - \left(c^{3k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{3'}=-\frac{1}{2}} \right] d\xi^{1'} d\xi^{2'}. \end{aligned} \quad (2.96)$$

Обчислення інтегралів в (2.96) виконується з допомогою квадратурних формул. Причому, як показали багаточисельні випробування, достатньо обмежитись однією точкою інтегрування, визначаючи величини $c^{1k} v_k \sqrt{g}$ в центрах граней СЕ:

$$\begin{aligned} \Theta_{CE} = & \left[\left(c^{1k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{1'}=\frac{1}{2}} - \left(c^{1k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{1'}=-\frac{1}{2}} \right]_{\xi^{2'}=\xi^{3'}=0} + \\ & + \left[\left(c^{2k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{2'}=\frac{1}{2}} - \left(c^{2k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{2'}=-\frac{1}{2}} \right]_{\xi^{1'}=\xi^{3'}=0} + \\ & + \left[\left(c^{3k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{3'}=\frac{1}{2}} - \left(c^{3k} v_k \sqrt{g} \right)_{\xi^{3'}=-\frac{1}{2}} \right]_{\xi^{1'}=\xi^{2'}=0} = [\hat{F}] \{a\}. \end{aligned}$$

З урахуванням наведеного вираз для моментів $\epsilon_{ij}^{(000)}$ набуває вигляду

$$\epsilon_{ij}^{(000)} = \epsilon_{ij}^{(000)} + g_{ij} (g^{kl} \epsilon_{kl}^{(000)} - \Theta_{CE} / V_{CE}) / 3. \quad (2.97)$$

Оскільки введена в (2.97) величина зміни об'єму СЕ Θ_{CE} не залежить від жорсткого обертання СЕ, то величини $\epsilon_{ij}^{(000)}$ зберігають властивості моментів. Вони мають той же порядок апроксимації, що і (2.92), але на відміну від $\epsilon_{ij}^{(000)}$ дозволяють точно враховувати зміни об'єму тіла і забезпечити виконання закону збереження маси.

Моменти швидкостей деформацій в (2.92) обчислюються через похідні від компонент швидкостей v_i в точці, що збігається з початком координат ($\xi = 0$):

$$\begin{aligned} \epsilon_{11}^{(010)} &= \left(\frac{\partial \epsilon_{11}}{\partial \xi^{2'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{1,2}^{m'} v_{1,m'} + v_{1,1'2'} \right)_{\xi=0}; \\ \epsilon_{11}^{(001)} &= \left(\frac{\partial \epsilon_{11}}{\partial \xi^{3'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{1,3}^{m'} v_{1,m'} + v_{1,1'3'} \right)_{\xi=0}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11}^{(011)} &= \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial \xi^{1'} \partial \xi^{2'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{1,2'3'}^{m'} v_{1,m'} + c_{1,2'}^{m'} v_{1,m'3'} + c_{1,3'}^{m'} v_{1,m'2'} + v_{1,1'2'3'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{22}^{(100)} &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \xi^{1'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{2,1'}^{m'} v_{2,m'} + v_{2,2'1'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{22}^{(001)} &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \xi^{3'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{2',3}^m v_{2',m} + v_{2',31} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{22}^{(101)} &= \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial \xi^{1'} \partial \xi^{3'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{2,1'3'}^{m'} v_{2,m'} + c_{2,1'}^{m'} v_{2,m'3'} + c_{2,3'}^{m'} v_{2,m'1'} + v_{2,1'2'3'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{33}^{(100)} &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial \xi^{1'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{2,1'}^{m'} v_{2',m'} + v_{2,2'1'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{33}^{(010)} &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{33}}{\partial \xi^{2'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{3,2'}^{m'} v_{3,m'} + v_{3,3'2'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{33}^{(110)} &= \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial \xi^{1'} \partial \xi^{2'}} \right)_{\xi=0} = \left(c_{3,1'2'}^{m'} v_{3,m'} + c_{3,1'}^{m'} v_{3,m'2'} + c_{3,2'}^{m'} v_{3,m'1'} + v_{3,1'2'3'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{12}^{(001)} &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial \xi^{3'}} \right)_{\xi=0} = \frac{1}{2} \left(c_{1,3'}^{m'} v_{2,m'} + v_{2,1'3'} + c_{2,3'}^{m'} v_{1,m'} + v_{1,2'3'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{13}^{(010)} &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial \xi^{2'}} \right)_{\xi=0} = \frac{1}{2} \left(c_{1,2'}^{m'} v_{3,m'} + v_{3,1'2'} + c_{3,2'}^{m'} v_{1,m'} + v_{1,2'3'} \right)_{\xi=0}; \\
\varepsilon_{23}^{(100)} &= \left(\frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial \xi^{1'}} \right)_{\xi=0} = \frac{1}{2} \left(c_2^{m'} v_{3,m'} + v_{3,1'2'} + c_{3,1'}^{m'} v_{2,m'} + v_{2,1'3'} \right)_{\xi=0}. \tag{2.98}
\end{aligned}$$

Об'єднаємо моменти деформацій у вектори та запишемо (2.98) у матричній формі:

$$\begin{aligned}
\{\varepsilon^{(000)}\} &= \{\varepsilon_{11}^{(000)} \quad \varepsilon_{22}^{(000)} \quad \varepsilon_{33}^{(000)} \quad 2\varepsilon_{12}^{(000)} \quad 2\varepsilon_{13}^{(000)} \quad 2\varepsilon_{23}^{(000)}\}^T = [L^{(000)}] \{a\}; \\
\{\varepsilon^{(100)}\} &= \{0 \quad \varepsilon_{22}^{(100)} \quad \varepsilon_{33}^{(100)} \quad 0 \quad 0 \quad 2\varepsilon_{23}^{(100)}\}^T = [L^{(100)}] \{a\}; \\
\{\varepsilon^{(010)}\} &= \{\varepsilon_{11}^{(010)} \quad 0 \quad \varepsilon_{33}^{(010)} \quad 0 \quad 2\varepsilon_{13}^{(010)} \quad 0\}^T = [L^{(010)}] \{a\}; \\
\{\varepsilon^{(001)}\} &= \{\varepsilon_{11}^{(001)} \quad \varepsilon_{22}^{(001)} \quad 0 \quad 2\varepsilon_{12}^{(001)} \quad 0 \quad 0\}^T = [L^{(001)}] \{a\};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{\epsilon^{(110)}\} &= \{0 \quad 0 \quad \epsilon_{33}^{(110)} \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T = [L^{(110)}] \{a\}; \\
\{\epsilon^{(101)}\} &= \{0 \quad \epsilon_{22}^{(101)} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T = [L^{(101)}] \{a\}; \\
\{\epsilon^{(011)}\} &= \{\epsilon_{11}^{(011)} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T = [L^{(011)}] \{a\}; \\
\theta^{(000)} &= g^{kl} \epsilon_{kl}^{(000)} = \begin{bmatrix} g^{11} & g^{22} & g^{33} & g^{12} & g^{13} & g^{23} \end{bmatrix} [L^{(000)}] = [F] \{a\}; \\
\bar{\theta}^{(000)} &= \Theta_{CE} / V_{CE} = [\bar{F}] \{a\}.
\end{aligned} \tag{2.99}$$

У ході числового моделювання задач механіки суцільних середовищ виникає необхідність розв'язування систем нелінійних рівнянь високого порядку, для яких прямих методів не існує. Тому застосовуються ітераційні методи на базі лінеаризованих рівнянь. Для об'єктів, які розглядаються в даній роботі, лінеаризація має виконуватись для рівнянь стану. Як показали численні дослідження МСЕ, це можна виконати на рівні визначення дискретних співвідношень для скінченних елементів, взявши за основу матриці жорсткості та в'язкості, які у комбінації дозволяють моделювати властивості широкого класу матеріалів.

Для складання лінеаризованих рівнянь МСЕ в переміщеннях або швидкостях переміщень зазвичай застосовується метод Ритця, який забезпечує симетрію матриць (якщо це можливо) системи рівнянь завдяки застосуванню варіаційних принципів. Так, для отримання матриці жорсткості пружного тіла можна використати вираз для роботи внутрішніх сил СЕ на можливих переміщеннях

$$\delta W_{CE} = \frac{1}{2} \delta \int_{V_{CE}} \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_{V_{CE}} \delta \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV, \tag{2.100}$$

де $\{\sigma\} = [\sigma^{11} \quad \sigma^{22} \quad \sigma^{33} \quad \sigma^{12} \quad \sigma^{13} \quad \sigma^{23}]^T$ – вектор напружень, який визначається через вектор деформацій $\{\epsilon\} = [\epsilon^{11} \quad \epsilon^{22} \quad \epsilon^{33} \quad 2\epsilon^{12} \quad 2\epsilon^{13} \quad 2\epsilon^{23}]^T$ і матрицю $[E]$ параметрів пружності матеріалів:

$$\{\sigma\} = [E] \{\epsilon\},$$

$$[E] = \begin{bmatrix} C^{1111} & C^{1122} & C^{1133} & C^{1112} & C^{1113} & C^{1123} \\ & C^{2222} & C^{2233} & C^{2212} & C^{2213} & C^{2223} \\ & & C^{3333} & C^{3312} & C^{3313} & C^{3323} \\ & & & C^{1212} & C^{1213} & C^{1223} \\ & \text{симетрично} & & & C^{1313} & C^{1323} \\ & & & & & C^{2323} \end{bmatrix}, \quad (2.101)$$

$C^{ijkl} = \mu^e (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) + \lambda^e g^{ij} g^{kl}$ – компоненти тензора пружності ізотропних пружних матеріалів, $\mu^e = \frac{0,5E}{1+\nu}$, $\lambda^e = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ – коефіцієнти пружності, що залежать від температури і деформацій. Беручи до уваги співвідношення (2.86)–(2.93), що дозволяють представити залежність деформацій від вузлових переміщень,

$$\{\epsilon\} = [B] \{U\},$$

можна привести (2.100) до остаточного варіанту

$$\delta W_{CE} = \int_{V_{CE}} \delta\{\epsilon\}^T [E] \{\epsilon\} dV = \delta\{U\}^T [B]^T [E] [B] \{U\} = \delta\{U\}^T [K^e] \{U\}, \quad (2.102)$$

де $[K^e] = [B]^T [E] [B]$ – матриця жорсткості СЕ, $\delta\{U\}$ – вектор можливих вузлових переміщень.

У разі розгляду в'язкотекучих матеріалів визначається матриця в'язкості СЕ. Для цього використовується потужність роботи внутрішніх сил

$$\delta \dot{W}_{CE} = \frac{1}{2} \delta \int_{V_{CE}} \{\dot{\varsigma}\}^T \{\sigma\} dV = \int_{V_{CE}} \delta\{\dot{\varsigma}\}^T \{\sigma\} dV, \quad (2.103)$$

де $\{\sigma\}$ – вектор напружень, зв'язаний з $\{\varsigma\} = [\varsigma^{11} \quad \varsigma^{22} \quad \varsigma^{33} \quad 2\varsigma^{12} \quad 2\varsigma^{13} \quad 2\varsigma^{23}]^T$ – вектором швидкостей деформацій матричним співвідношенням $\{\sigma\} = [M] \{\varsigma\}$, $[M]$ – матриця в'язкості, яка формується з компонент тензора в'язкості C_V^{ijkl} аналогічно (2.101), $C_V^{ijkl} = \mu^V (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) + \lambda^V g^{ij} g^{kl}$, μ^V, λ^V – коефіцієнти в'язкості першого та другого роду, які є функціями температури та швидкостей

деформацій. З урахуванням залежності між векторами швидкостей переміщень $\{V\}$ і деформацій $\{\zeta\} = [B]\{V\}$, залежність для визначення потужності роботи (2.102) можна записати у вигляді

$$\delta \dot{W}_{CE} = \int_{V_{CE}} \delta \{\zeta\}^T [M] \{\zeta\} dV = \delta \{V\}^T [B]^T [M] [B] \{V\} = \delta \{V\}^T [K^V] \{V\}, \quad (2.104)$$

де $[K^V] = [B]^T [M] [B]$ – матриця в'язкості CE.

У разі формування системи рівнянь МСЕ змішаного типу, коли крім переміщень невідомими є також напруження, використовуються узагальнені варіаційні принципи, які можна сформулювати за допомогою множників Лагранжа. Так, при розгляді ізотропних слабо стисливих тіл до складу невідомих доцільно також приєднати середнє напруження σ_s . Для цього рівняння стану для пружного тіла необхідно розглянути у вигляді:

$$\{\sigma\} = \{s\} + \sigma_s \{g\} = [\tilde{E}]\{\epsilon\} + \sigma_s \{g\}, \quad (2.105)$$

де $\{s\}$ – вектор девіатора напружень, $\{g\} = [g^{11} \ g^{22} \ g^{33} \ g^{12} \ g^{13} \ g^{23}]^T$ – вектор, елементами якого є контраваріантні компоненти метричного тензора, а матриця пружності $[\tilde{E}]$ відрізняється від $[E]$ тим, що при обчисленні C^{ijkl} замість λ^e підставляється коефіцієнт $\tilde{\lambda}^e$ ($\tilde{\lambda}^e = -2\mu^e/3$) для виокремлення девіатора напружень. Об'ємна деформація ізотропного матеріалу залежить лише від середнього напруження:

$$\theta - \frac{\sigma_s}{k^e} = \theta - \eta^e \sigma_s = 0,$$

де $\eta^e = \frac{1}{k^e} = \frac{3(1-2\nu^e)}{E^e}$ – коефіцієнт об'ємної стисливості, який прямує до нуля ($\nu^e \rightarrow 0,5$; $\eta^e \rightarrow 0$; $k^e \rightarrow \infty$), коли матеріал стає нестисливим, E^e – модуль Юнга, ν^e – коефіцієнт Пуассона. Помноживши ліву частину (2.105) на варіацію середнього напруження $\delta \sigma_s$, як множник Лагранжа, додамо цей добуток до

підінтегрального виразу (2.100) і з врахуванням (2.104) отримаємо варіант представлення варіації δW_{CE} скінченного елемента змішаного типу:

$$\dot{\delta \tilde{W}}_{CE} = \int_{V_{CE}} \left(\delta \{\epsilon\}^T [\tilde{E}] \{\epsilon\} + \sigma_s \delta \theta + (\theta - \eta^e \sigma_s) \delta \sigma_s \right) dV. \quad (2.106)$$

При розгляді полілінійного СЕ з позицій моментної схеми МСЕ об'ємна деформація θ та середні напруження σ_s в межах СЕ вважаються сталою величиною (2.92), (2.95), що дозволяє обчислити другий і третій член інтегралу (2.106)

$$\begin{aligned} \int_{V_{CE}} (\sigma_s \delta \theta + (\theta - \eta^e \sigma_s) \delta \sigma_s) dV &= (\sigma_s \delta \theta + (\theta - \eta^e \sigma_s) \delta \sigma_s) V_{CE} = \\ &= \sigma_s \delta \Theta_{CE} + (\Theta_{CE} - \eta^e \sigma_s V_{CE}) \delta \sigma_s. \end{aligned} \quad (2.107)$$

Беручи до уваги (2.103), (2.105) і (2.107), запишемо (2.104) у вигляді

$$\begin{aligned} \delta \tilde{W}_{CE} &= \int_{V_{CE}} \delta \{\epsilon\}^T [\tilde{E}] \{\epsilon\} dV + \sigma_s \delta \Theta_{CE} + (\Theta_{CE} - \eta^e \sigma_s V_{CE}) \delta \sigma_s = \\ &= \delta \{U\}^T [\tilde{K}^e] \{U\} + \delta \{U\}^T \{N\} \sigma_s + \delta \sigma_s \{N\}^T \{U\} - \delta \sigma_s \eta^e \sigma_s V_{CE} = \delta \{\Phi\}^T [\tilde{H}^e] \{\Phi\}, \end{aligned}$$

де $[\tilde{H}^e]$ – змішана матриця для пружного СЕ, яка дорівнює

$$[\tilde{H}^e] = \begin{bmatrix} [\tilde{K}^e] & \{N\} \\ \{N\}^T & -(\eta^e V_{CE}) \end{bmatrix},$$

$[\tilde{K}^e]$ – матриця жорсткості СЕ відносно зміни його форми, $\{N\}$ – вектор впливу вузлових переміщень на об'ємну деформацію СЕ, $\{\Phi\} = \begin{Bmatrix} \{U\} \\ \sigma_s \end{Bmatrix}$ – змішаний вектор невідомих СЕ, який складається з вектора вузлових переміщень та величини середнього напруження, яке вважається віднесеним до центра СЕ.

Аналогічним способом знаходиться матриця змішаного типу для в'язкого стисливого СЕ, коли за невідомі величини приймається вектор вузлових швидкостей $\{v\}$ разом з середнім напруженням σ_s . Для врахування стисливості скористаємось рівнянням збереження маси (2.82) у вигляді

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) \frac{1}{\rho} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \frac{1}{\rho} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \eta^e \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \sigma_s = 0, \quad (2.108)$$

де вважається, що зміна початкової густини ρ_0 матеріалу залежить від напруження σ_s : $\rho = \rho_0 (1 - \eta^e \sigma_s)$. З допомогою множника Лагранжа $\delta \sigma_s$ та рівняння (2.108) враховується стисливість для в'язкого середовища в матриці $[\tilde{H}^V]$ – змішаній матриці для в'язкого СЕ

$$[\tilde{H}^V] = \begin{bmatrix} [\tilde{K}^V] & \{N\} \\ \{N\}^T & -(\eta^V V_{CE}) \end{bmatrix}, \quad (2.109)$$

де $[\tilde{K}^V]$ – матриця в'язкості СЕ, $\{N\}$ – вектор впливу вузлових швидкостей на швидкість об'ємної деформації СЕ, $\{\Psi\} = \begin{Bmatrix} \{V\} \\ \sigma_s \end{Bmatrix}$ – змішаний вектор невідомих

для в'язкого стисливого СЕ, який складається з вектора вузлових швидкостей та величини середнього напруження. Коефіцієнт стисливості η^V в (2.109) є змінною величиною $\eta^V = \frac{\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \sigma_s}{\sigma_s}$, яка на початку при $\sigma_s = 0$ приймається

$\eta^V = 0$ (умова нестисливості). Градієнт $\vec{\nabla} \sigma_s$ обчислюється через вузлові значення σ_s , які дорівнюють середньо арифметичним значенням тих напружень СЕ, що входять в «зірку» скінчених елементів відповідного вузла.

Важливим застосуванням матриць СЕ змішаного методу є моделювання слабо стисливих та нестисливих середовищ незалежно від їхнього стану і особливо тоді, коли в процесі перероблення або будь-якої взаємодії об'єктів різної природи їхні властивості змінюються в широкому діапазоні, включаючи перехід від стисливого до нестисливого стану і навпаки. Це характерно для процесів екструзії та лиття під тиском полімерів.

Багато процесів хімічних виробництв є неізотермічними і супроводжуються явищами тепло- і масопереносу. Математичне моделювання їх здійснюється шляхом спільного розв'язання рівнянь руху (2.1) та збереження

енергії (2.2), яке с точки зору застосування МСЕ доцільно подати у вигляді варіаційного рівняння

$$\int_V \lambda_T \vec{\nabla} T \cdot \vec{\nabla} (\delta T) dV + \int_V c_T \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \delta T dV - \int_V D_T \delta T dV + \int_S \alpha_T (T - T_c) \delta T dV = 0, \quad (2.110)$$

де $D_T = \hat{\sigma} \cdot \hat{\xi} + Q_{(v)}$ – швидкість надходження тепла до одиниці об'єму тіла за рахунок дисипації енергії руху та зовнішнього джерела тепла, α_T – коефіцієнт тепловіддачі (може залежати від температури) на зовнішній поверхні тіла S , T_c – температура зовнішнього середовища.

Рівняння МСЕ для теплопередачі будуються на основі матриць СЕ, що характеризують перенесення тепла за рахунок температурної дифузії і руху середовища. Як при розгляді рівнянь руху, зупинимось на виводі матриці теплопередачі для шестигранного криволінійного елемента (рис. 2.1). Розподіл температури T в межах СЕ приймаємо аналогічно компонентам швидкостей (2.86) на базі полілінійних функцій форми $N_{(i)}$

$$T = T^{(1)} N_{(1)} + T^{(2)} N_{(2)} + T^{(3)} N_{(3)} + T^{(4)} N_{(4)} + T^{(5)} N_{(5)} + T^{(6)} N_{(6)} + T^{(7)} N_{(7)} + T^{(8)} N_{(8)},$$

або в матричному вигляді:

$$\{T\} = [L] \{T^{(i)}\},$$

$$[L] = [N_{(1)} \quad N_{(2)} \quad N_{(3)} \quad N_{(4)} \quad N_{(5)} \quad N_{(6)} \quad N_{(7)} \quad N_{(8)}].$$

Вектор-градієнт температури визначається формулами:

$$\{\nabla T\} = [\nabla] [L] \{T^{(i)}\} = [G] \{T^{(i)}\},$$

$$[\nabla] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi^{1'}} & \frac{\partial}{\partial \xi^{2'}} & \frac{\partial}{\partial \xi^{3'}} \end{bmatrix}^T,$$

$$[G] = [\nabla] [L].$$

Матриця теплопередачі СЕ $[K_T]$ дорівнює сумі двох матриць $[K_T] = [\Pi_T] + [\Xi_T]$: матриці теплопровідності $[\Pi_T]$ та конвекції $[\Xi_T]$, які

визначаються з першого та другого членів рівняння (2.110) і представляються матричними виразами:

$$[\Pi_T] = \int_{V_{CE}} [G]^T [g^*] [G] \lambda_T dV = \int_{-0.5}^{0.5} [G]^T [g^*] [G] \lambda_T \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3,$$

$$[\Xi_T] = \int_{V_{CE}} [L]^T [J^*]^T \{v\}^T [G] c_T dV = \int_{-0.5}^{0.5} [L]^T [J^*]^T \{V\}^T [N]^T [G] c_T \sqrt{g} d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3,$$

де $[g^*]$ – матриця контраваріантних компонент метричного тензора, $[J^*] = [J]^{-1}$ – обернена матриця Якобі, $\{V\}$ – вектор вузлових швидкостей СЕ. На основі багатьох числових експериментів встановлено [91, 166], що завдяки малим розмірам СЕ теплотехнічні (λ_T , c_T) та геометричні параметри ($[J^*]$, $[g^*]$, \sqrt{g}) в об'ємі СЕ мало змінюються і можна їх вважати сталими величинами і обчислити матриці теплопередачі в замкнутому вигляді. У результаті суттєво зменшується об'єм обчислювальної роботи і підвищуються ефективність та можливості процесів числового моделювання.

При формуванні полімерів, що мають високу в'язкість і відносно невелику теплопровідність, виникають нерівномірні температурні поля, які впливають на властивості матеріалів і їх напружений стан. У цьому разі до рівнянь руху рідини необхідно долучити рівняння збереження енергії, яке може бути представлене у вигляді стаціонарного рівняння притоку тепла в ейлерових координатах [77]

$$c_V v^i \nabla_i T - \nabla_i (\lambda_T \nabla_j T) g^{ij} = \sigma^{ij} \xi_{ij} + Q_{(V)}, \quad (2.111)$$

де c_V – коефіцієнт теплоємності одиниці об'єму матеріалу, λ_T – коефіцієнт теплопровідності, $\sigma^{ij} \xi_{ij}$ – потужність дисипативної роботи внутрішніх сил, $Q_{(V)}$ – потужність внутрішнього теплового джерела немеханічного походження, віднесеного до одиниці об'єму.

На зовнішній поверхні тіла повинні бути задані граничні умови, з яких найбільш поширеними є умова рівності температури на поверхні тіла заданій функції T_0

$$T = T_0, \quad (2.112)$$

або умова теплообміну з навколишнім середовищем:

$$\begin{aligned} \vec{q} \cdot \vec{n} &= \alpha(T - T_s) - Q_{(F)}, \\ \lambda_T \frac{\partial T}{\partial n} &= -\alpha(T - T_s) + Q_{(F)}, \end{aligned} \quad (2.113)$$

де $\frac{\partial T}{\partial n}$ – похідна вздовж зовнішньої нормалі до поверхні тіла, α – коефіцієнт тепловіддачі конвективного теплообміну, T_s – температура зовнішнього середовища, $Q_{(F)}$ – тепловий потік вздовж зовнішньої нормалі, обумовлений неконвективним теплообміном (наприклад, випромінюванням).

Рівняння в'язкої течії та балансу енергії (2.111) є взаємно залежними і разом з граничними умовами відповідають зв'язаній задачі термов'язкості. Це означає, що визначення розподілу швидкостей руху та температурних полів матеріалу повинно відбуватись паралельно з врахуванням впливу дисипативної енергії та швидкостей руху матеріалу на температуру і навпаки – впливу температурних полів на розподіл швидкостей. Рівняння (2.113), як і інші рівняння механіки суцільних середовищ не мають аналітичного розв'язку і можуть бути розв'язані лише з допомогою числових методів.

Для застосування числових методів доцільно цю задачу представити у варіаційному формулюванні. Диференціальне рівняння (2.111) разом з граничними умовами (2.112), (2.113) еквівалентне варіаційному рівнянню

$$\begin{aligned} \delta\Phi &= \iiint_V \lambda_T \nabla_i T g^{ij} \nabla_j \delta T dV + \iiint_V c_V v^i \nabla_i T \delta T dV + \iint_F \alpha T \delta T dF - \\ &- \iint_F \alpha T_s \delta T dF - \iiint_V \sigma^{ij} \xi_{ij} \delta T dV - \iiint_V Q_{(V)} \delta T dV - \iint_F Q_{(F)} \delta T dF = 0, \end{aligned} \quad (2.114)$$

де перший член обумовлений теплопровідністю, другий – конвективним теплообміном в об’ємі середовища, а всі інші враховують надходження теплової енергії внаслідок конвективної тепловіддачі на поверхні тіла, дисипації внутрішньої механічної енергії та зовнішніх джерел теплової енергії немеханічного походження.

Для розв’язання рівнянь (2.111) – (2.113) або (2.114) використовується МСЕ.

Прийmemo, що всі скінченні елементи мають форму криволінійних шести-гранників з полілінійним розподілом функцій швидкостей руху та температури:

$$T = [N_T] \{\theta\}, \quad (2.115)$$

де $[N_T]$ – матриця функцій форми для температури:

$$[N_T] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4 \quad N_5 \quad N_6 \quad N_7 \quad N_8],$$

$\{\theta\} = \{\theta^{(1)} \quad \theta^{(2)} \quad \theta^{(3)} \quad \theta^{(4)} \quad \theta^{(5)} \quad \theta^{(6)} \quad \theta^{(7)} \quad \theta^{(8)}\}^T$ – вектор вузових температур СЕ.

Залежність (2.115) можна записати у вигляді полінома

$$T = \phi^{(1)} + \phi^{(2)}\xi^{1'} + \phi^{(3)}\xi^{2'} + \phi^{(4)}\xi^{3'} + \\ + \phi^{(5)}\xi^{1'}\xi^{2'} + \phi^{(6)}\xi^{1'}\xi^{3'} + \phi^{(7)}\xi^{2'}\xi^{3'} + \phi^{(8)}\xi^{1'}\xi^{2'}\xi^{3'} = [\phi_T] \{\phi\},$$

де коефіцієнти $\phi^{(\dots)}$, об’єднані в вектор $\{\phi\}$, взаємно однозначно зв’язані з компонентами вектора $\{\theta\}$ числовою матрицею $[S_T]$:

$$\{\phi\} = [S_T] \{\theta\},$$

$$[S_T] = \begin{bmatrix} 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ -0.25 & 0.25 & -0.25 & 0.25 & -0.25 & 0.25 & -0.25 & 0.25 \\ -0.25 & -0.25 & 0.25 & 0.25 & -0.25 & -0.25 & 0.25 & 0.25 \\ -0.25 & -0.25 & -0.25 & -0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 & 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.5 & -0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 & 0.5 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

і матриця $[\Phi_T]$ дорівнює

$$[\Phi_T] = [1 \quad \xi^{1'} \quad \xi^{2'} \quad \xi^{3'} \quad \xi^{1'}\xi^{2'} \quad \xi^{1'}\xi^{3'} \quad \xi^{2'}\xi^{3'} \quad \xi^{1'}\xi^{2'}\xi^{3'}].$$

Далі, у звичайному порядку після підстановки в (2.113) виразу (2.114) і виконання варіювання отримаємо необхідні співвідношення задачі теплообміну для скінчених елементів у вигляді

$$\delta\Phi_{ce} = \delta\{\theta\}^T [h] \{\theta\} - \delta\{\theta\}^T \{Q_T\},$$

де $[h]$ – матриця теплообміну, яка визначається першими трьома членами

$$[h] = [h_T] + [h_K] + [h_F],$$

$[h_T]$ – матриця теплопровідності, $[h_K]$ – матриця конвекції, $[h_F]$ – матриця тепловіддачі на поверхні тіла F , $\{Q_T\}$ – вектор вузлових теплових джерел (теплого навантаження), що визначається четвертим-сьомим членами (2.114).

Приймаючи, що контраваріантні компоненти метричного тензора мало змінюються в межах кожного скінченного елемента, матрицю теплопровідності можна отримати в замкнутій формі

$$[h_T] = (\lambda_T \sqrt{g_0}) [S_T]^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g^{11} & g^{12} & g^{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g^{21} & g^{22} & g^{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g^{31} & g^{32} & g^{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g^{11}+g^{22}}{12} & \frac{g^{23}}{12} & \frac{g^{13}}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g^{32}}{12} & \frac{g^{11}+g^{33}}{12} & \frac{g^{12}}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g^{31}}{12} & \frac{g^{21}}{12} & \frac{g^{22}+g^{33}}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{g^{11}+g^{22}+g^{33}}{144} \end{bmatrix} [S_T].$$

Матрицю конвекції згідно з дослідженнями [76, 77] доцільно визначати на базі односторонніх різниць, вибір яких ставиться в залежність від напрямку середньої швидкості в межах елемента. У даній роботі матриця $[h_K]$ має вигляд

$$[h_K] = \frac{1}{4} c_V \sqrt{g_0} [S_T]^T [P] [S_T],$$

$$[P] = \begin{bmatrix} -v_0^{1'} r_{1'} - v_0^{2'} r_2 - & v_0^{1'} r_{1'} & v_0^{2'} r_{2'} & 0 & v_0^{3'} r_{3'} & 0 & 0 \\ -v_0^{3'} r_{3'} & v_0^{1'} s_{1'} - v_0^{2'} r_{2'} - & 0 & v_0^{2'} r_{2'} & 0 & v_0^{3'} r_{3'} & 0 \\ -v_0^{1'} s_{1'} & -v_0^{3'} r_{3'} & -v_0^{1'} r_{1'} + v_0^{2'} s_{2'} - & v_0^{1'} r_{1'} & 0 & 0 & v_0^{3'} r_{3'} \\ -v_0^{2'} s_{2'} & 0 & -v_0^{3'} r_{3'} & v_0^{1'} s_{1'} + v_0^{2'} s_{2'} - & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v_0^{2'} s_{2'} & -v_0^{1'} s_{1'} & -v_0^{3'} r_{3'} & -v_0^{1'} r_{1'} - v_0^{2'} r_{2'} + & v_0^{1'} r_{1'} & v_0^{2'} r_{2'} \\ -v_0^{3'} s_{3'} & 0 & 0 & 0 & +v_0^{3'} s_{3'} & v_0^{1'} s_{1'} - v_0^{2'} r_{2'} + & 0 \\ 0 & -v_0^{3'} s_{3'} & 0 & 0 & -v_0^{1'} s_{1'} & +v_0^{3'} s_{3'} & -v_0^{1'} r_{1'} + v_0^{2'} s_{2'} \\ 0 & 0 & -v_0^{3'} s_{3'} & 0 & -v_0^{2'} s_{2'} & 0 & +v_0^{3'} s_{3'} \\ 0 & 0 & 0 & -v_0^{3'} s_{3'} & 0 & -v_0^{2'} s_{2'} & -v_0^{1'} s_{1'} \end{bmatrix}$$

Рисунок 2.2 – Матриця швидкостей для обчислення матриці конвективного теплообміну

де матриця $[P]$ наведена на рис. 2.2 з використанням компонент середньої швидкості $v_0^{m'}$ в локальних координатах $v_0^{m'} = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 v_{(j)}^n c_n^{m'}$, $v_{(j)}^n$ – декартова компонента швидкості j -го вузла скінченного елемента. Параметри визначають залежність матриці $[P]$ від знака компонент швидкості в локальних координатах:

$$r_{m'} = \begin{cases} 1 & \text{при } v_0^{m'} < 0, \\ 0. & \end{cases}$$

$$s_{m'} = \begin{cases} 1 & \text{при } v_0^{m'} > 0 \\ 0. & \end{cases}$$

Інші величини – вектор $\{Q_T\}$ теплових джерел елементів і матриця $[h_F]$ конвективного теплообміну на поверхні тіла для приграничних скінченних елементів, а також загальна система рівнянь МСЕ визначаються традиційним способом.

2.8 Висновки

Розроблені принципово нові фізичні і математичні моделі плавлення полімеру в каналі екструдера, сутність яких полягає в тому, що процес плавлення поділяється на два етапи: спочатку за рахунок бародифузії розплаву руйнується поверхневий шар твердої пробки, який переходить в шар текучої суміші з твердої і рідкої фаз, а потім вже під дією дисипативного тепла відбувається плавлення твердої частини в об'ємі суміші.

Отримані на основі моментної схеми матриці скінчених елементів є універсальними з точки зору їх ефективного застосування для розв'язання задач термопружності і тепломасопереносу як твердих тіл, так рідин та газів. Це дозволяє в рамках системи автоматизованого проектування (САПР) машин та апаратів хімічних виробництв на сучасному рівні виконувати гідродинамічний аналіз процесів формування полімерних матеріалів у виробі та здійснювати ро-

зрахунки міцності й витривалості конструкцій при термосилових навантаженнях, що дає змогу розробляти нові технологічні процеси переробки матеріалів з врахуванням їх реальних властивостей та особливостей взаємодії з елементами обладнання.

Створена математична модель, яка дозволяє моделювати процеси гомогенізації, змішування в'язких рідин з іншими компонентами та між собою.

Розроблено дискретні математичні моделі течії розплавів полімерних композицій в змішувальних каналах з урахуванням взаємозалежності реологічних, теплофізичних властивостей композицій від теплових ефектів, інтенсивності деформування та зміни геометрії робочих каналів.

Розроблено узагальнену математичну модель дослідження течії нелінійно в'язких рідин з урахуванням пружної деформації конструктивних елементів каналів технологічного обладнання.

Розроблені математична модель та методика можуть застосовуватись для практичного використання в ході проєктування технологічного устаткування і оптимізації його конструктивно-технологічних параметрів.

3 МОДЕЛЮВАННЯ ЧЕРВ'ЯЧНИХ ЕКСТРУДЕРІВ

3.1 Моделювання процесу живлення гранульованих матеріалів

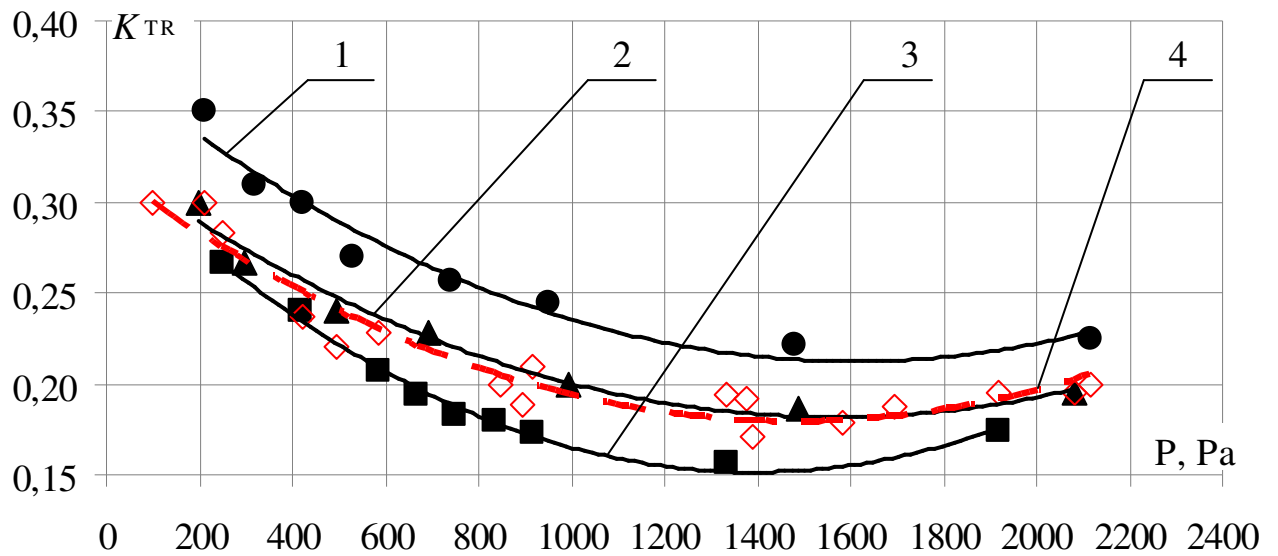
У зону живлення черв'ячних екструдерів полімер найчастіше надходить у вигляді твердих гранул, які можуть проковзувати між собою, перекочуватись одна по одній, деформуватися тощо, що впливає на властивості та рух матеріалу відносно робочих органів екструдера. Метою досліджень є аналіз руху гранульованих полімерних матеріалів у зоні живлення черв'ячного екструдера, експериментальне визначення коефіцієнтів тертя гранульованих полімерних матеріалів по поверхням робочих органів залежно від навантаження та температури та геометричних розмірів робочих органів екструдера (таких як глибина каналу).

Було проведено дослідження руху гранул різних полімерів у каналі екструдера з використанням плоскопаралельної моделі екструдера [24, 40]. Як дослідні обирались гранульовані полімери із числа найбільш розповсюджених типів та з найбільш різними між собою механічними властивостями. У сталеву коробку, яка імітувала собою розгортку поверхні черв'яка, засипали полімерні гранули. Наповнена коробка переверталась шаром гранул вниз на плоску металеву поверхню, яка імітувала внутрішню поверхню циліндра.

Експериментальні дослідження було проведено для таких полімерів:

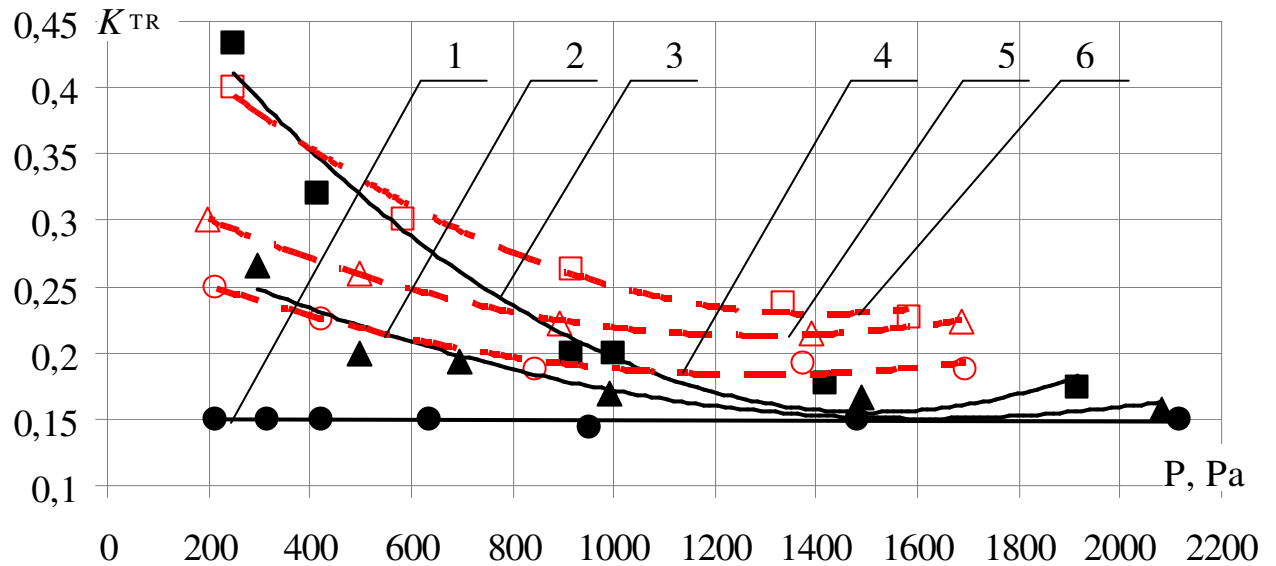
- поліетилен високої густини марки Marlex HHM 5502BN;
- співполімер етилену з вінілацетатом (СЕВА) марки 11104–030;
- полістирол марки Denka Styrol MW-1-301;
- полівінілхлорид (ПВХ) марки SORVIL.

На рис. 3.1–3.4 зображено апроксимуючі криві, які показують залежність визначеного коефіцієнту тертя полімерного матеріалу по металевій поверхні $K_{тр}$ від тиску P при різних температурах робочої поверхні t . Температура нагрівання робочої поверхні задавалась окремо для кожного типу полімеру як максимальна до початку плавлення.



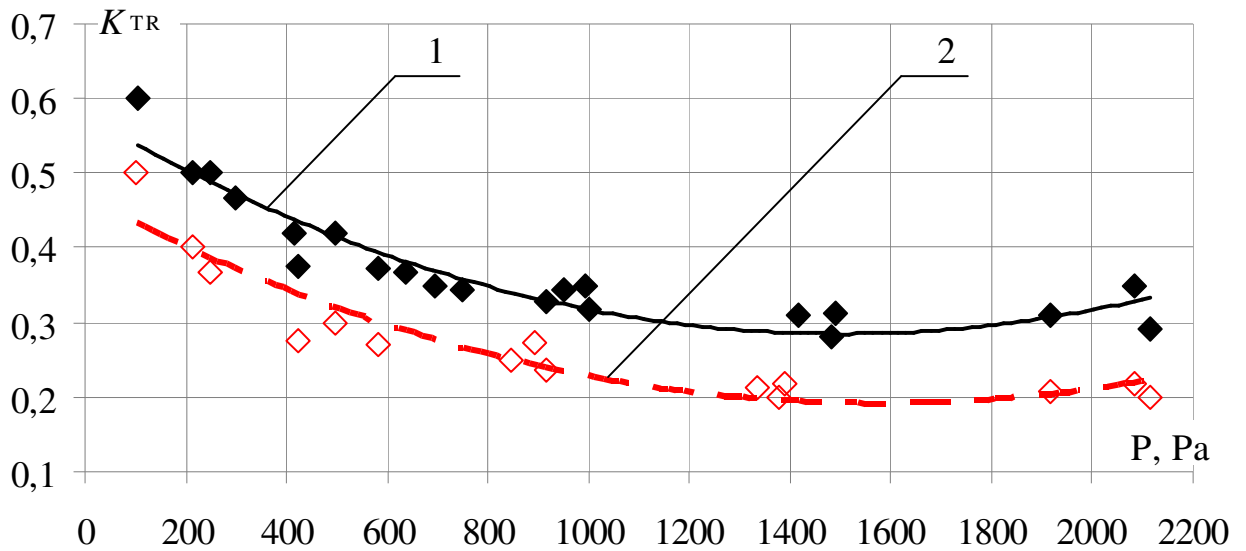
1 – $H = 7$ мм, $t = 20$ °C; 2 – $H = 15$ мм, $t = 20$ °C; 3 – $H = 23$ мм, $t = 20$ °C;
 4 – $H = 7, 15, 23$ мм, $t = 90$ °C

Рисунок 3.1 – Залежність коефіцієнта тертя поліетилену від тиску за різних значень глибини каналу H при нагріванні робочої поверхні до температури t



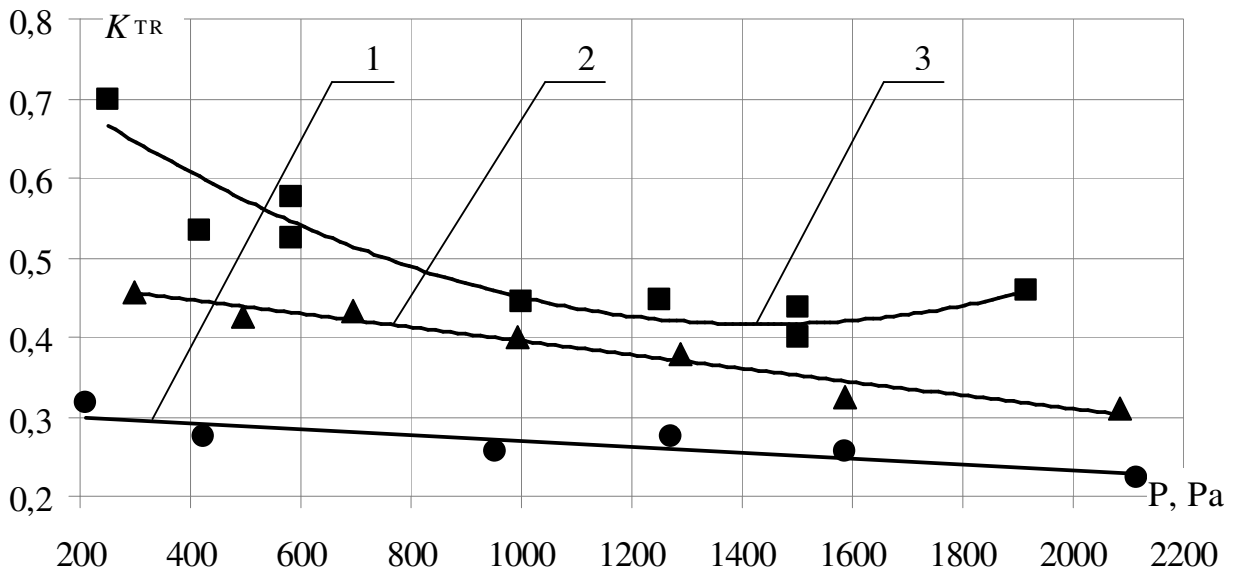
1 – $H = 7$ мм, $t = 20$ °C; 2 – $H = 15$ мм, $t = 20$ °C; 3 – $H = 23$ мм, $t = 20$ °C;
 4 – $H = 7$ мм, $t = 80$ °C; 5 – $H = 15$ мм, $t = 80$ °C; 6 – $H = 23$ мм, $t = 80$ °C

Рисунок 3.2 – Залежність коефіцієнта тертя СЕВА від тиску за різних значень глибини каналу H при нагріванні робочої поверхні до температури t



1 – $H = 7, 15, 23$ мм, $t = 20$ °C; 2 – $H = 7, 15, 23$ мм, $t = 100$ °C

Рисунок 3.3 – Залежність коефіцієнта тертя полістиролу від тиску за різних значень глибини каналу H при нагріванні робочої поверхні до температури t



1 – $H = 7$ мм, $t = 20$ °C, 90 °C; 2 – $H = 15$ мм, $t = 20$ °C, 90 °C;

3 – $H = 23$ мм, $t = 20$ °C, 90 °C

Рисунок 3.4 – Залежність коефіцієнта тертя ПВХ від тиску за різних значень глибини каналу H при нагріванні робочої поверхні до температури t

На рис. 3.1–3.4 видно зменшення залежності коефіцієнта тертя від тиску зі зменшенням глибини каналу для усіх досліджених полімерів. У разі набли-

ження дослідних навантажень до максимальних значень майже на всіх кривих спостерігається перехід через мінімум. Тобто після досягнення певних значень тиску коефіцієнт тертя із ростом навантаження починає зростати. Вірогідно, це пов'язано з тим, що після досягнення певних значень тиску шар гранул починає поводити себе подібно суцільному твердому тілу, для якого залежність коефіцієнта тертя від навантаження зазвичай має вигляд кривої з мінімумом.

Гранули поліетилену високої густини мають округлу форму і маледеформівні, тому під час руху вони проковзують із обертанням одна відносно одної. Тому у разі збільшення товщини шару гранул H тертя ковзання частково замінюється тертям кочення, відповідно значення коефіцієнта тертя зі збільшенням глибини каналу зменшується (рис. 3.1). Після збільшення до 90 °С температури поверхні, по якій відбувався рух гранул, значення коефіцієнта тертя перестає залежати від глибини каналу і набуває значень, близьких до кривих для 20 °С, при чому характер залежності зберігається.

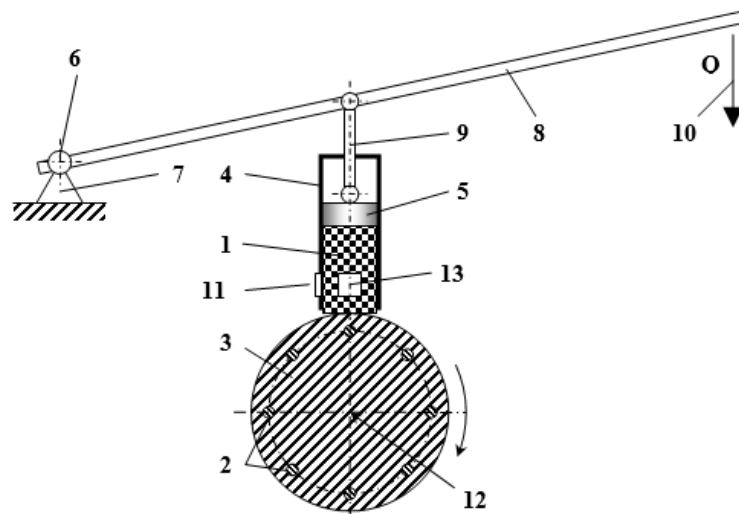
Гранули СЕВА хоча й мають округлу форму, подібно гранулам поліетилену, і мають змогу проковзувати з обертанням одна відносно одної, проте є деформівними і внаслідок цього взаємодіють одна з одною. Для СЕВА значення коефіцієнта тертя зі збільшенням глибини каналу збільшується (рис. 3.2), оскільки при малій товщині шару гранул H вони можуть частково провертатися, а при збільшенні товщини шару гранул – стискаються і рухаються як одне ціле. Після нагрівання поверхні до 80 °С коефіцієнт тертя СЕВА зростає по іншому для кожної товщини шару, при цьому при досягненні максимальних значень навантаження мінімум на кривих для 20 °С більш виражений, ніж для 80 °С.

Гранули полістиролу мають форму приплюснутих циліндрів з гострими гранями, які майже недеформівні, тому їх провертання та стискання практично відсутнє, і шар гранул під час руху поводить себе подібно суцільному твердому тілу навіть за незначного навантаження. Тому значення коефіцієнта тертя майже не залежить від зміни глибини каналу, що відображено на графіку (рис. 3.3) одною апроксимуючою кривою за результатами вимірювань для

трьох значень глибини H . У разі руху гранул полістиролу по нагрітій до температури $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ поверхні, значення коефіцієнта тертя зменшується, а характер залежності зберігається таким же, як для холодної поверхні.

Залежність коефіцієнта тертя гранул ПВХ від тиску (рис. 3.4) є схожою на аналогічну для СЕВА. Проте завдяки формі гранул у вигляді приплюснутих циліндрів та меншій степені деформованості його гранули при малій та середній товщинах шару гранул H ще можуть провертатися, а при максимальній серед досліджених товщині шару гранул – рухаються як одне ціле. При нагріванні робочої поверхні до максимально допустимої для гранул ПВХ температури $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ значення коефіцієнта тертя не змінюються, і графіки на рис. 3.4 проведено по точках, спільних для температур $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ і $90\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Для дослідження залежності величини коефіцієнта зовнішнього тертя гранульованих полімерів по різних поверхнях та коефіцієнта бічного тиску від температури, навантаження і швидкості обертowego руху було створено установку, схему якої показано на рис. 3.5.

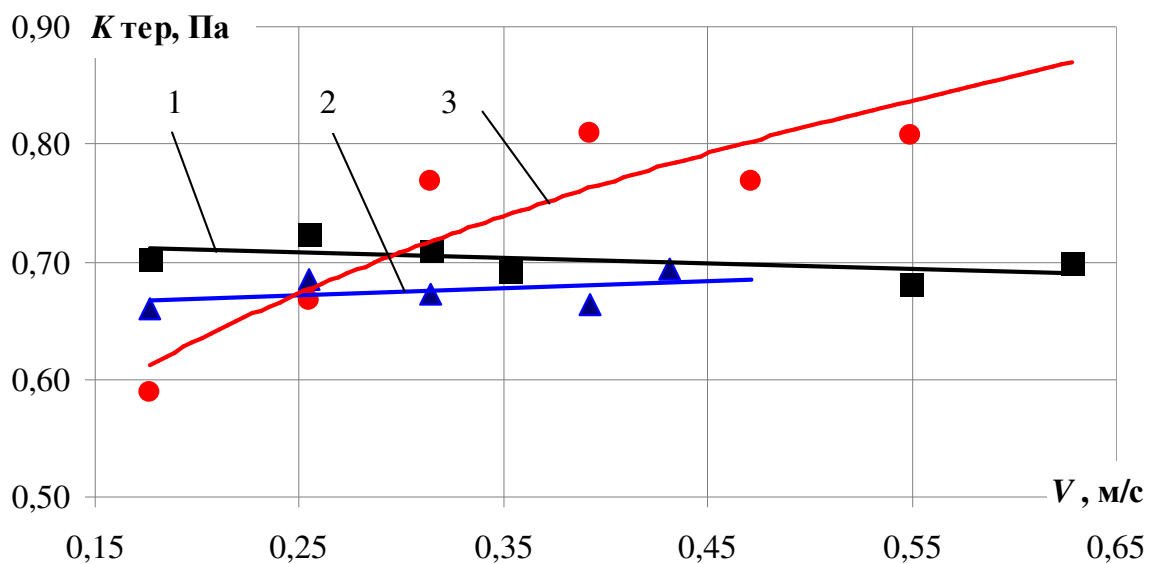


1 – короб; 2 – нагрівники; 3 – ротор; 4 – корпус; 5 – штовхач; 6 – регулятор вертикальної сили; 7 – стояк; 8 – важіль; 9 – шток; 10 – вантаж; 11 – датчик горизонтальної сили; 12 – вісь ротора; 13 – датчик горизонтальної сили

Рисунок 3.5 – Схема установки для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя та коефіцієнта бічного тиску сипкого матеріалу

Дослідження виконували таким чином: гранули засипали у вертикальний короб 1 і притискали вантажем 10 через важіль 8 і штовхач 5 до ротора 3, якому надавалось обертання від електродвигуна. Датчик, що стоїть по ходу обертання ротора, надавав дані зусилля для визначення коефіцієнта тертя, а датчик, що стоїть перпендикулярно першому – для визначення коефіцієнта бічного тиску. Змінюючи швидкість обертання ротора, температуру нагрівників та навантаження, отримувались залежності для шуканих коефіцієнтів.

У результаті проведених експериментів отримано залежність коефіцієнтів тертя (рис. 3.6) від швидкості обертання ротора.

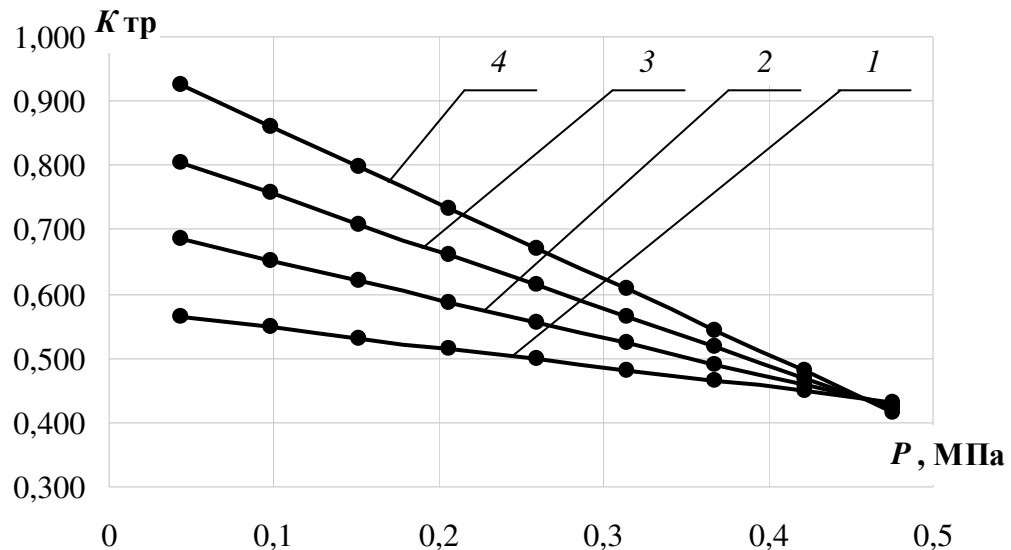


1 – поліетилен; 2 – СЕВА; 3 – полістирол

Рисунок 3.6 – Залежність коефіцієнта тертя $K_{\text{тер}}$ від швидкості обертання ротора V для гранульованих полімерів різних типів

З рис. 3.6 видно, що отримані залежності для різних типів гранул різняться: коефіцієнти тертя для поліетилену та полістиролу майже не залежить від зміни частоти обертання ротора V ; коефіцієнт тертя СЕВА зростає зі збільшенням V по степеневій залежності.

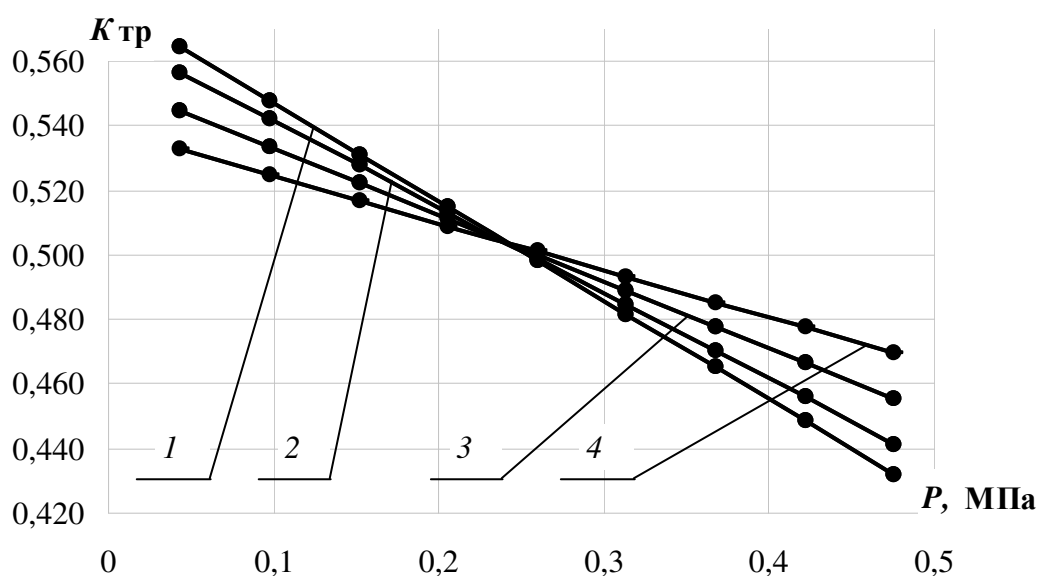
Використовуючи рівняння регресії, отримані методом повного факторного експерименту, було побудовано графічні залежності коефіцієнтів тертя (рис. 3.7–3.9) для гранульованого полістиролу з використанням лінійної апроксимації.



1 – 20 °C; 2 – 40 °C; 3 – 60 °C; 4 – 80 °C

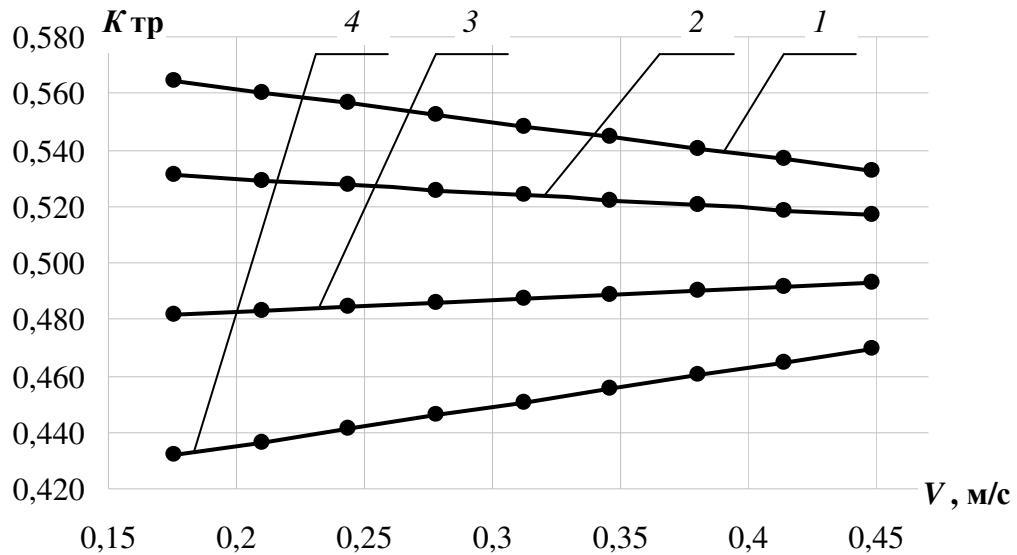
Рисунок 3.7 – Залежність коефіцієнта тертя від тиску для різних температур

На рис. 3.7 показано залежності коефіцієнта тертя від тиску для різних температур. З них видно, що зміна температури змінює характер спадної залежності, з підвищенням тиску коефіцієнт тертя спадає. Більш різке зниження коефіцієнта тертя за вищої температури можна пояснити швидшим розм'якшенням поверхонь гранул полістиролу, що призводить до їх руйнування на границях тертя з утворенням дрібної фракції.



1 – 0,176 м/с; 2 – 0,244 м/с; 3 – 0,346 м/с; 4 – 0,448 м/с

Рисунок 3.8 – Залежність коефіцієнта тертя від тиску для різних швидкостей

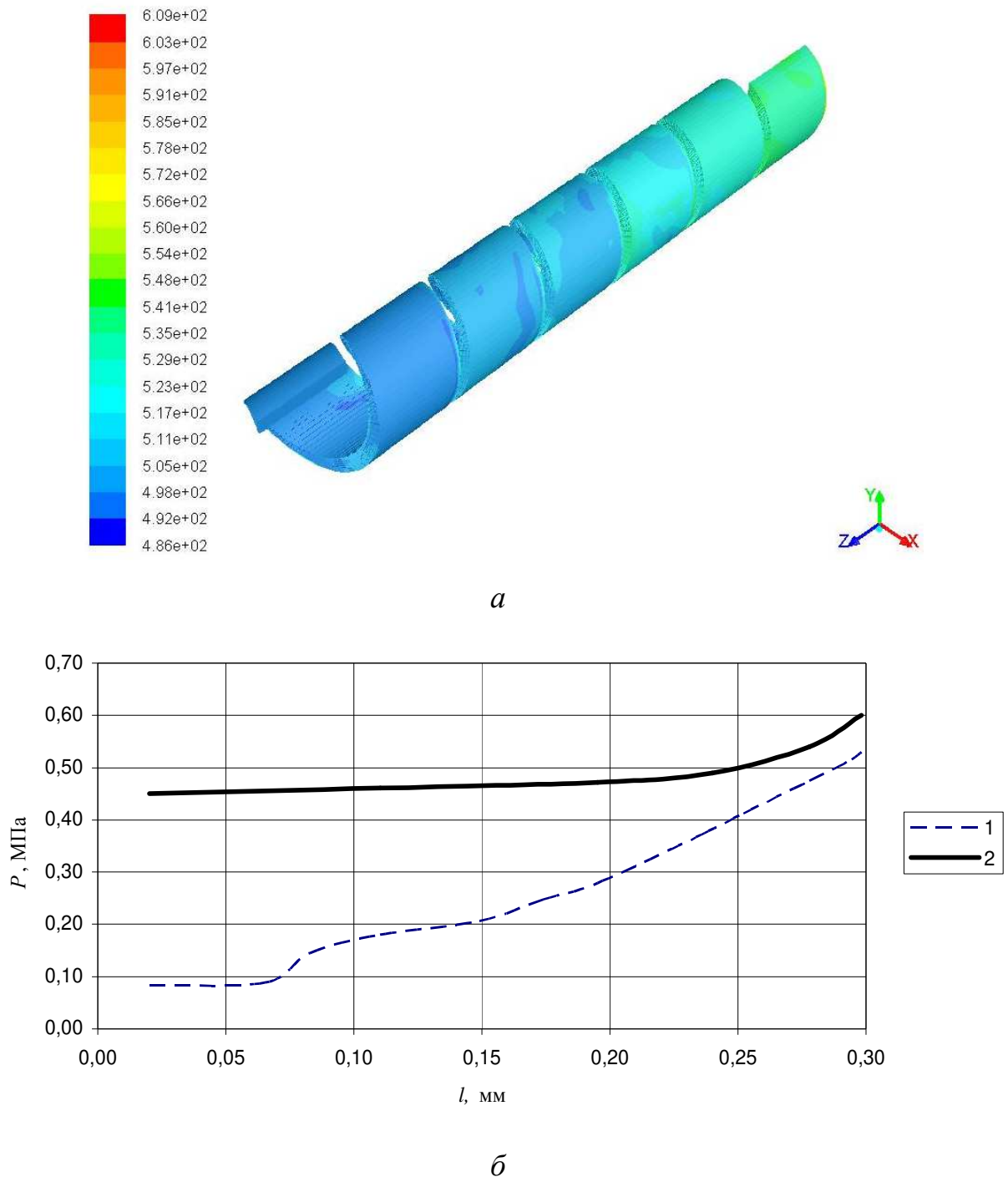


1 – 0,044 МПа; 2 – 0,152 МПа; 3 – 0,314 МПа; 4 – 0,476 МПа

Рисунок 3.9 – Залежність коефіцієнта тертя від швидкості для різного тиску

Результати досліджень показують зниження коефіцієнта тертя від тиску, а також те, що за невеликого тиску зі збільшенням швидкості зменшується коефіцієнт тертя (рис. 3.8–3.9). Це можна пояснити зменшенням міцності при зсуві через розм'якшення поверхневого шару зі збільшенням навантаження. Однак збільшення тиску і швидкості водночас сприяє збільшенню коефіцієнта тертя, що можна пояснити дисипацією теплової енергії, яка нагріває поверхні тертя, розм'якшує гранули полістиролу і збільшує зчеплення між ними.

Було проведено моделювання руху матеріалу в системі Ansys Fluent з урахуванням отриманих залежностей коефіцієнта тертя для умов, аналогічних показаним для рис. 1.13,а, крива 2: діаметр черв'яка 63 мм, перероблюваний матеріал – поліетилен низької густини. Значення тиску на виході із зони задавалось рівним 0,5 МПа, продуктивність $G=150$ кг/год, частота обертання черв'яка $n=150$ хв⁻¹. Результати моделювання наближаються до розрахункових за даними праці [38] лише в кінці зони живлення (рис. 3.10).



a – об’ємне поле розподілу тиску; *б* – графік тиску по довжині

1 – за даними [38]; 2 – за результатами даної роботи

Рисунок 3.10 – Результати моделювання тиску у зоні живлення

Як видно із проведених досліджень, поведінка гранульованих матеріалів в багатьох випадках не підкорюється закономірностям для суцільних середовищ. Тому в разі проведення моделювань на математичній базі для суцільних середовищ вони можуть показувати некоректні результати.

3.2 Моделювання процесу плавлення термопластичних матеріалів

3.2.1 Перевірка адекватності математичної моделі плавлення

З метою перевірки достовірності математичних моделей у неізотермічній постановці були розглянуті задачі, які мають як аналітичні рішення, так і експериментальні дані. Задача полягає в тому, що в циліндричний канал круглого перерізу радіусом R з певною швидкістю V нагнітається розплав полімеру (поліетилену ПЕ-2040ЕК). Визначалось аналітичним розрахунком та моделюванням, яка кількість тепла виділиться при проходженні розплавом полімеру каналу довжини L . Розрахункова схема течії полімеру в каналі наведена на рис. 3.11.

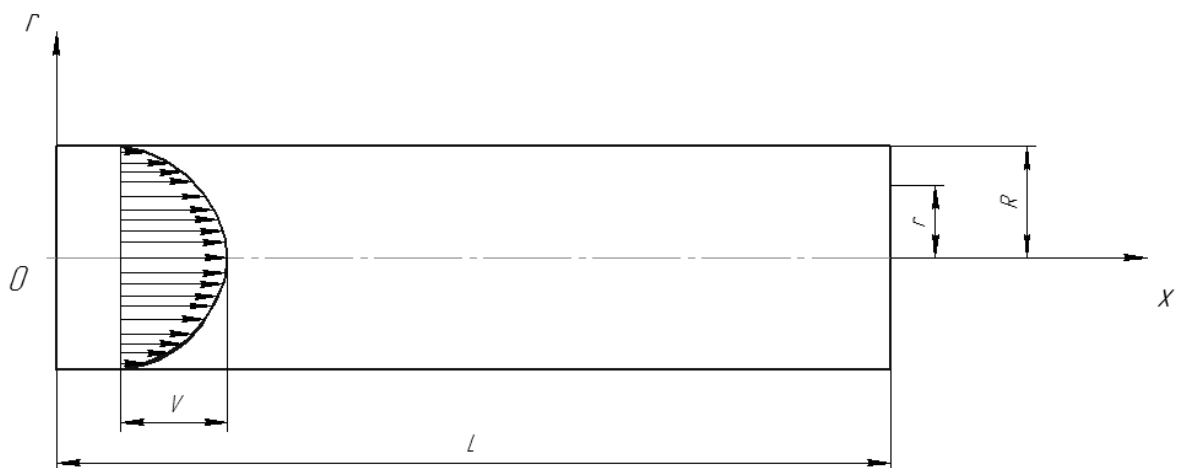


Рисунок 3.11 – Розрахункова схема течії полімеру в каналі круглого перерізу

Припустимо, що по вказаному каналу ламінарно рухається розплав полімеру з температурою, відмінною від температури поверхні його стінки. У результаті теплової взаємодії потоку зі стінкою виникає шар полімеру зміненої температури, товщина якого в міру видалення від вхідного перерізу каналу буде поступово збільшуватися. На певній відстані від входу в канал товщина тепловий приграничний шар зникається в середині потоку. Вказана відстань називається ділянкою теплової стабілізації. На ній відбувається формування профілю температури. За ділянкою теплової стабілізації течія стабільна в тепловому відношенні. При цьому профілі температури продовжують

змінюватися, залишаючись подібними самі собі. Профілі швидкості під час течії, що стабілізувалася, в гідродинамічному відношенні не змінюються.

Задача про інтенсивність теплообміну в області теплової стабілізації за цілої низки передумов, що спрощують, вирішена аналітично в 1883 р. Гретцем і в 1910 р. Нуссельтом.

Розв'язок цієї задачі отримувався за умови, що в канал надходить незбурений потік з температурою T_0 (рис. 3.12). Температура поверхні каналу постійна ($T_0 = \text{const}$). Під час руху в каналі відбувається нагрівання потоку ($T_0 < T_w$). Оскільки на поверхні дотику полімер – стінка є прилипання, то швидкість полімеру біля стінки дорівнює нулю: $V=0$.

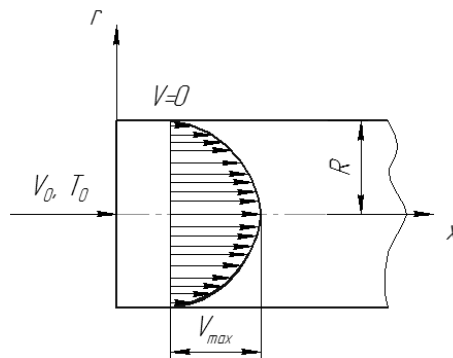


Рисунок 3.12 –Розподіл швидкості руху полімеру в каналі круглого перерізу

На ділянці течії, що стабілізувалася у тепловому й гідродинамічному відношеннях, виникають профілі температури й швидкості [13].

Так як швидкість по товщині змінюється по параболічному закону, то

$$V = \frac{R^2 - r^2}{R^2} V_{\max} \quad (3.1)$$

де R – зовнішній радіус труби; r – радіус рухомого шару полімеру; V_{\max} – максимальна швидкість течії полімеру в трубі.

Швидкість деформації зсуву

$$e = - \frac{r}{R^2} V_{\max} \quad (3.2)$$

Так як швидкість зсуву є першою похідною від швидкості, то її вираз має вигляд

$$g = \frac{dV}{dr} = - \frac{2r}{R^2} V_{\max} \quad (3.3)$$

Витрати полімеру

$$Q = \frac{p R^2}{2} V_{\max}, \quad (3.4)$$

тоді максимальна швидкість

$$V_{\max} = \frac{2Q}{p R^2}. \quad (3.5)$$

Підставляючи вираз (3.5) в (3.3) визначимо швидкість зсуву

$$g = - \frac{4r}{p R^4} Q \quad (3.6)$$

Напруження, що виникають в розплаві

$$s = mg = - \frac{4mr}{p R^4} Q. \quad (3.7)$$

Максимальна швидкість зсуву при $R=r$

$$g_{\max} = \frac{4Q}{p R^3}. \quad (3.8)$$

Питома потужність енергії дисипації має вигляд

$$q = s g.$$

Виконавши перетворення, отримаємо рівняння енергії дисипації:

$$q = s g = mg^2 = m \frac{4r^2}{R^4} V_{\max}^2 = m \frac{16r^2}{p^2 R^8} Q^2. \quad (3.9)$$

З іншого боку, у адіабатичному процесі енергія виділення тепла визначається як

$$q = C_p r D T = C_p r (T_2 - T_1), \quad (3.10)$$

де C_p – питома теплоємність, T_1, T_2 – температура на вході та на виході відповідно.

Для кожного шару швидкість руху має вигляд

$$V = \frac{2(R^2 - r^2)}{pR^4} Q \quad (3.11)$$

З припущення, що температура розплаву полімеру збільшується по довжині за лінійним законом, тобто $C_p r \frac{T}{z} V = q$, витікає

$$T_2 = \frac{q}{C_p r V} z + T_1, \quad (3.12)$$

де z – номер шару розплаву полімеру.

З врахуванням швидкості руху кожного шару полімеру, отримаємо розподіл температури пошарово:

$$T_2 = T_1 + \frac{8mQr^2z}{pR^4(R^2 - r^2)C_p r} \quad (3.13)$$

Дані для аналітичного і числового розрахунку бралися ті ж самі (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Дані для розрахунку

Зовнішній радіус R , мм	25
Довжина L , мм	150
Максимальна швидкість V_{max} , мм/с	30
В'язкість розплаву, Па·с	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Густина ρ , кг/м ³	820
Питома теплоємність C_p , Дж/(кг·К)	2509
Коефіцієнт теплопровідності λ , Вт/(м ² ·К)	0,25
Витрата полімеру Q , кг/с	0,1

Реологічні та теплофізичні властивості поліетилену приймаються за температури розплаву $T=180$ °С.

Для створення розрахункової схеми у числовому розрахунку, канал розбивається на скінченні елементи, вводяться фізичні параметри та граничні умови. Розрахункову схему в системі ANSYS наведено на рис. 3.13.

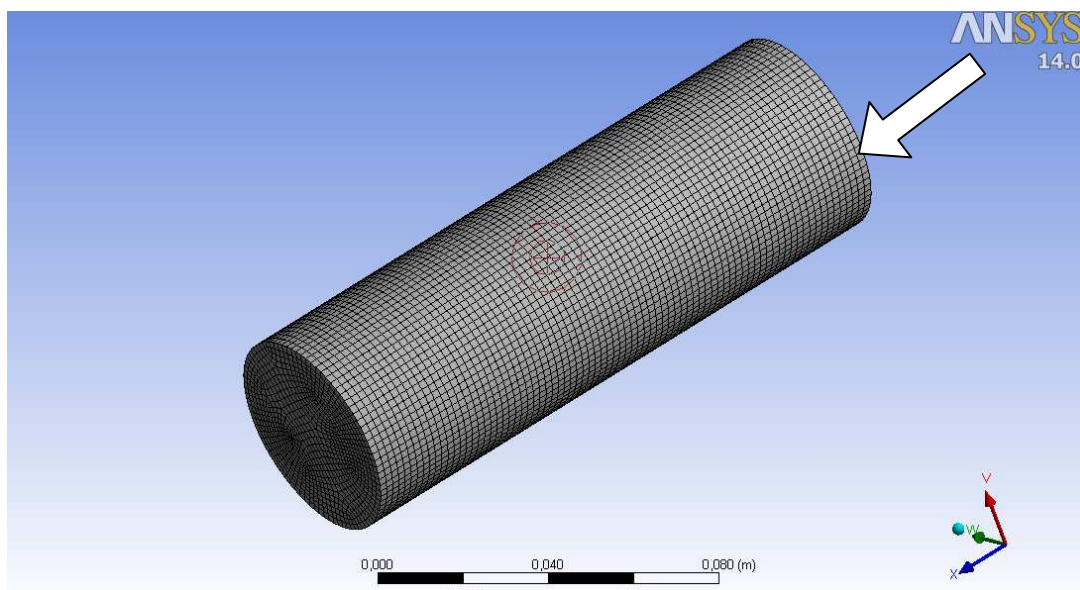
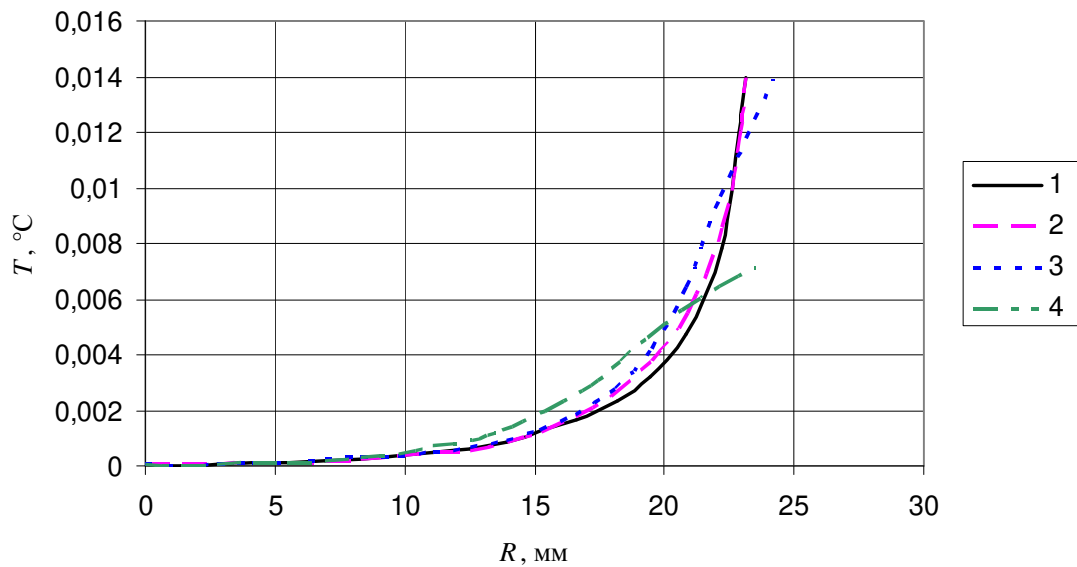


Рисунок 3.13 – Схема розбивки каналу для числового розрахунку

Швидкість на вході в канал задається за параболічним законом, з максимальною швидкістю в центрі $V_{max} = 30$ мм/с. Проводилася серія експериментів, в яких змінювався коефіцієнт теплопровідності λ . Відносна температура на вході складала 0°C . Теплообмін завдавався з врахуванням теплоізоляції (адіабатичний режим), тобто вся енергія, яка перетворювалася з механічної в теплову, крізь стінки не видалялася, коефіцієнт теплообміну з навколишнім середовищем дорівнював нулю.

Після проведення серії числових експериментів отримали результат розподілу температури по перерізу потоку полімеру на виході з каналу. Їх співставлення з результатом аналітичного розрахунку показало, що значення розподілу температури на виході з каналу співпадають за коефіцієнта теплопровідності $\lambda = 0$ Вт/(м·К), що зумовлено тим, що в аналітичному методі коефіцієнт теплопровідності не враховується. Графік температури по радіусу наведено на рис. 3.14.



1 – крива, отримана аналітичним методом, $\lambda = 0 \text{ Вт/(м·К)}$;

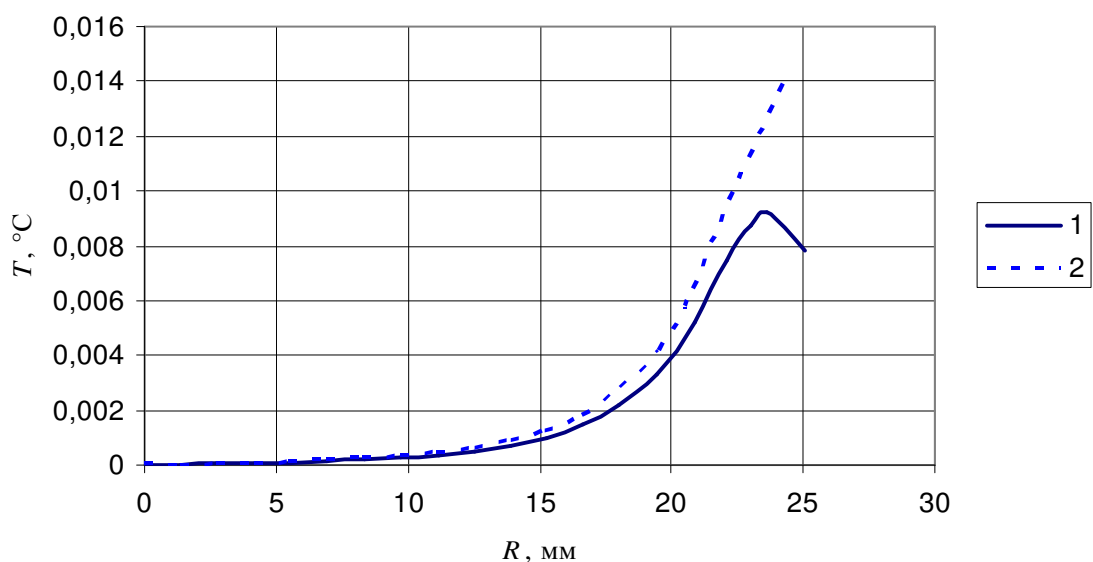
2 – $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м·К)}$; 3 – $\lambda = 0,25 \text{ Вт/(м·К)}$; 4 – $\lambda = 2,5 \text{ Вт/(м·К)}$

Рисунок 3.14 – Розподіл температур розплаву полімеру по радіусу R на виході з каналу за різних значень теплопровідності

З наведених на рис. 3.14 залежностей видно, що збільшення коефіцієнту теплопровідності λ впливає на розподіл температур. За менших значень λ , тобто $\lambda < 2,5 \text{ Вт/(м·К)}$, розподіл температур до середини радіуса майже однаковий, а потім виникають деякі розбіжності. При реальному значенні $\lambda = 0,25 \text{ Вт/(м·К)}$ крива розподілу 3 вже не співпадає з кривою, яка отримана аналітичним методом, що свідчить про те, що в аналітичному методі зовсім не враховується коефіцієнт λ . За ще більших значень λ розподіл температур відбувається майже по прямій лінії (крива 4). Також з графіків можна побачити, що зі збільшенням λ різниця температури між центром каналу до його максимальним радіусом стає меншою, тобто відбувається теплопередача між шарами.

У реальних процесах течії розплавів полімерів в екструзійному обладнанні, виділення енергії дисипації є суттєвим фактором впливу на процес переробки полімерів. З метою підтримання заданого температурного режиму зони, в яких відбувається течія полімеру у в'язкому стані, потрібно термостабілізувати, інакше можливе значне зростання температури полімерів за рахунок дисипації,

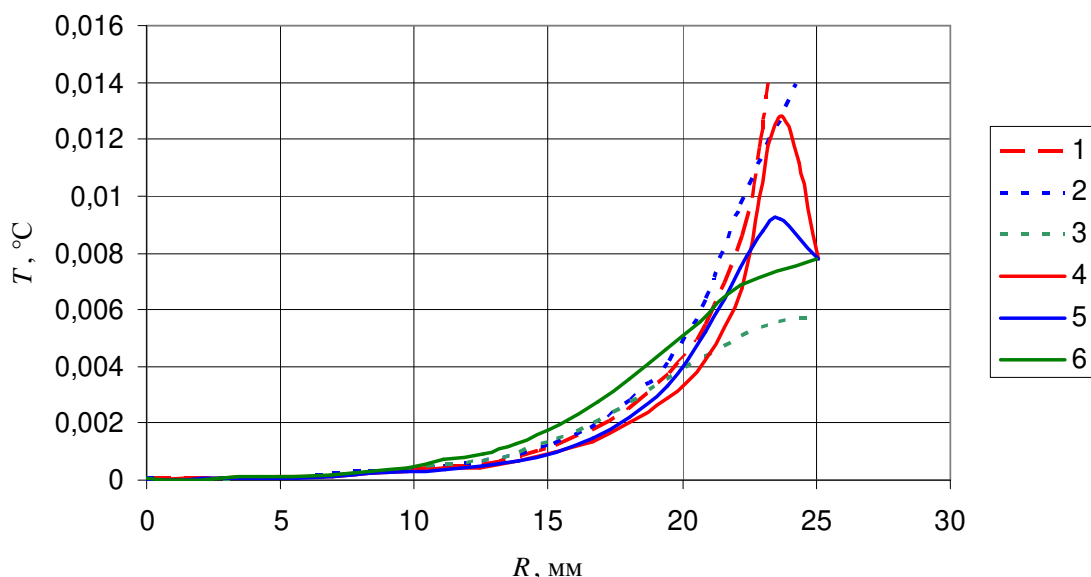
що може призвести до їх температурної деструкції. З метою вивчення впливу дисипативної складової на розподіл температур в полімері, були проведені числові експерименти. У першому завдавались термостатичні умови, тобто на поверхні досліджуваного каналу вводилась відносна температура $0,08\text{ }^{\circ}\text{C}$. У другому – адіабатичні умови, тобто канал вважався теплоізованим. Результати числових експериментів наведено на рис. 3.15, з якого видно, що для розплаву полімеру з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 0,25\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ температура на зовнішньому радіусі за адіабатичних умов більша, ніж задана температура за термостатичних умов, однак на кривій 2 спостерігається локальний максимум температури поблизу стінки.



1 – крива розподілу з врахуванням термостатичних умов; 2 – крива розподілу з врахуванням адіабатичних умов

Рисунок 3.15 – Розподіл температур по радіусу в каналі циліндричного перерізу

Для порівняльного аналізу впливу теплопровідності і умов теплообміну зі стінкою каналу досліджено залежності розподілу температури розплаву по радіусу за різних умов. Результати числових експериментів показано на рис. 3.16. З них витікає, що коефіцієнт теплопровідності та умови теплообміну мають суттєвий вплив на розподіл температур на виході із каналу.



1, 4 – $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м·К)}$; 2, 5 – $\lambda = 0,25 \text{ Вт/(м·К)}$; 3, 6 – $\lambda = 2,5 \text{ Вт/(м·К)}$

Штриховані криві для задач з адіабатичними умовами,
суцільні – з термостатичними

Рисунок 3.16 – Криві розподілу температури за різних коефіцієнтів теплопровідності

З графіка видно, що за малих значень коефіцієнтів теплопровідності температура в розплаві поблизу осі дорівнює початковій температурі розплаву. Зі збільшенням коефіцієнта теплопровідності температура в розплаві біля центру каналу за рахунок теплопередачі збільшується, а максимум поблизу стінки зникає. У реальних полімерах тепло від стінки каналу до центру передається слабо. Лише за рахунок конвективного теплообміну та дисипативної складової температура розплаву починає збільшуватись, як видно із кривих 2, 5.

Отримані результати числових досліджень якісно та кількісно співпадають з експериментальними даними, отже вони надають адекватні результати при моделюванні течії розплаву полімеру та дослідженні розподілу температури в ньому. Водночас, вони уточнюють дані аналітичних розрахунків, які не в повній мірі враховують умови теплообміну та явище дисипації. Дійсні умови переробки є політропічними, але ближчими до термостатичних, оскільки на стінках технологічного обладнання підтримується задана температура.

Таким чином, розроблені модель та методику моделювання можна використовувати для числових розрахунків неізотермічної течії полімеру в каналах складного конструктивного оформлення.

3.2.2 Моделювання процесу плавлення полімеру

3.2.1.1 Вибір реологічної моделі для числового дослідження процесу плавлення полімеру в черв'ячному екструдері

Для опису стану розплавів полімерів застосовують такі основні реологічні закони [156]:

- Степеневий закон

$$\mu = K (\lambda \dot{\gamma})^{n-1},$$

де μ – в'язкість розплаву полімеру; K – коефіцієнт консистенції; λ – час релаксації; $\dot{\gamma}$ – швидкість зсуву; n – степеневий індекс.

- Закон Бьорд–Карро (Bird–Carreau)

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left(1 + \lambda^2 \dot{\gamma}^2\right)^{\frac{n-1}{2}},$$

де μ_{∞} – в'язкість розплаву полімеру при максимальній швидкості зсуву; μ_0 – в'язкість розплаву полімеру за мінімальної швидкості зсуву;

- Закон Кросса

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^m}, \quad (3.14)$$

де $m = n - 1$;

- Модифікований закон Кросса:

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \lambda \dot{\gamma})^m},$$

- Закон Карро–Ясуда (Carreau–Yasuda)

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \left(1 + (\lambda \dot{\gamma})^a\right)^{\frac{n-1}{a}},$$

де a – показник, що показує перехід похилої ділянки на кривій в ділянку степеневій залежності.

Результати порівняння різних законів в'язкості з експериментальними даними [157] для поліетилену марки 20806-010 наведено на рис. 3.17.

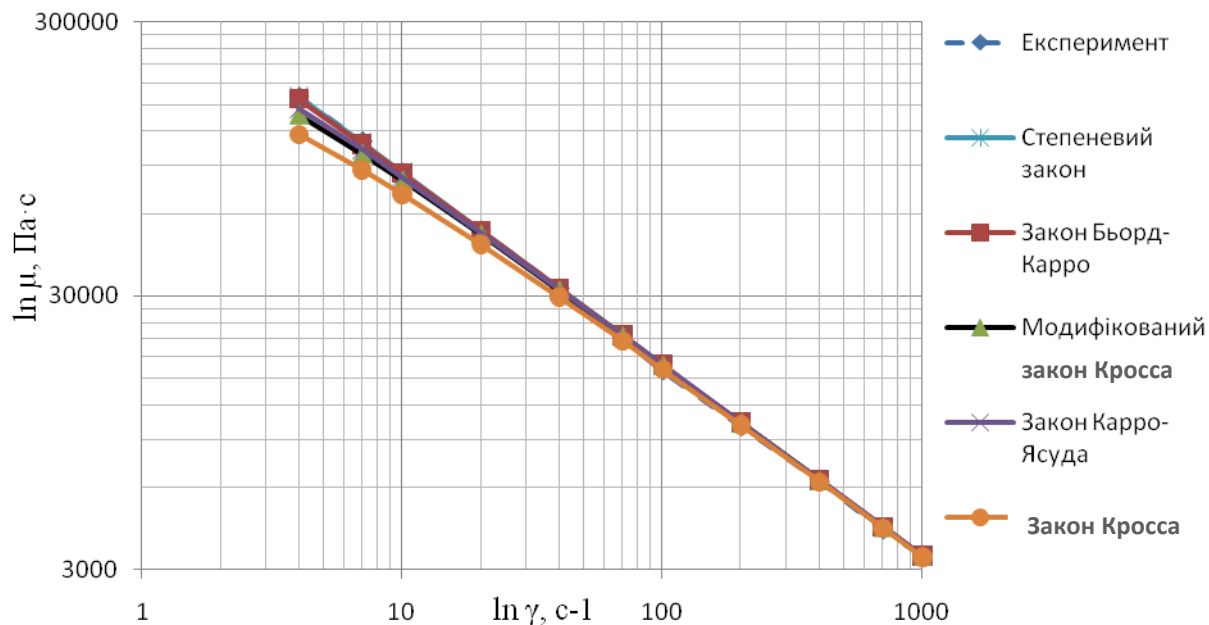


Рисунок 3.17 – Залежність в'язкості розплаву від швидкості зсуву у різних реологічних рівняннях

З графіка видно, що розподіл значень в'язкості майже однаковий за значень швидкості зсуву більших 200 с^{-1} . У процесі екструзії значення швидкостей зсуву сягають приблизно $100\text{--}500 \text{ с}^{-1}$ і, з графіка на рис. 3.17 можна зробити висновок, що степеневий закон найбільш співпадає з експериментальною кривою для даного типу полімеру. За малих швидкостей зсуву величина в'язкості, розрахована з використанням різних реологічних законів, коливається в межах 25 %. Для тих полімерів, в яких залежність в'язкості від швидкості зсуву не є степеневою, можна використовувати такі закони, як Кросса і Карро–Ясуда.

За умови неізотермічної течії полімеру важливим чинником впливу на в'язкість розплаву, окрім швидкості зсуву, є температура. Тоді в'язкість розплаву буде розраховуватись так:

$$\mu = H(T) \mu_0 (\dot{\gamma}), \quad (3.14)$$

де $H(T)$ – закон залежності в'язкості від температури, $\mu_0(\dot{\gamma})$ – в'язкість розплаву за початкової температури і відомої швидкості зсуву.

Розглянемо закони залежності в'язкості від температури:

– Закон Арреніуса

$$H(t) = \exp \left[\alpha \left(\frac{1}{T - T_0} - \frac{1}{T_\alpha - T_0} \right) \right] \quad (3.15)$$

де α – коефіцієнт, що дорівнює відношенню енергії активації до термодинамічної константи; T_α – температура склування, за якої $H(T) = 1$; T_0 – точка відліку температур, $T_0 = 0$ °C; T – розрахункова температура.

Не усі полімери підкоряються строго виразу (3.14), так як зі зміною температури змінюється в'язкість, а зі зміною в'язкості змінюється в свою чергу розподіл швидкостей зсуву, тому

$$\mu = H(T) \mu_0(H(T) \dot{\gamma}). \quad (3.16)$$

– Закон апроксимації Арреніуса

$$H(T) = \exp[\alpha(T - T_\alpha)] \quad (3.17)$$

Залежність (3.17) можна використовувати, коли різниця температур сягає

$$(T - T_\alpha) = (10 - 15) \text{ °C}$$

– Закон Уільямса–Лендела–Феррі:

$$\ln(H(T)) = \frac{C_1(T_r - T_\alpha)}{C_2 + T_r - T_\alpha} - \frac{C_1(T - T_\alpha)}{C_2 + T - T_\alpha},$$

де $C_1 = -8,86$; $C_2 = 101,6$ – константи. Якщо T_α перевищує температуру склування більш, ніж на 43°C, тоді $C_1 = -17,44$; $C_2 = 51,6$.

З проведених досліджень витікає, що закони Арреніуса та Уільямса–Лендела–Феррі дають можливість апроксимувати значення в'язкості по температурі зі значеннями, найближчими до експериментальних даних.

3.2.1.2 Моделювання процесу плавлення в каналі прямокутного перерізу

Плавлення в каналі подібного типу розглядається в разі розглядання розгортки каналу черв'яка та оберненої схеми руху. За використання прямокутного перерізу каналу досліджувався вплив таких параметрів:

1. Швидкість на верхній стінці (по нормалі до швидкості на вході) – V_c .
2. Швидкість подачі полімеру – V_n .
3. Температура на верхній стінці – T_ϵ .
4. Температура на нижній та бокових стінках – T_n .

Розподіл в'язкостей розплаву полімеру у прямокутному каналі при технологічних параметрах $V_c = 0,18$ м/с, $V_n = 0,05$ м/с, $T_\epsilon = 160$ °C, $T_n = 80$ °C наведено на рис. 3.18.

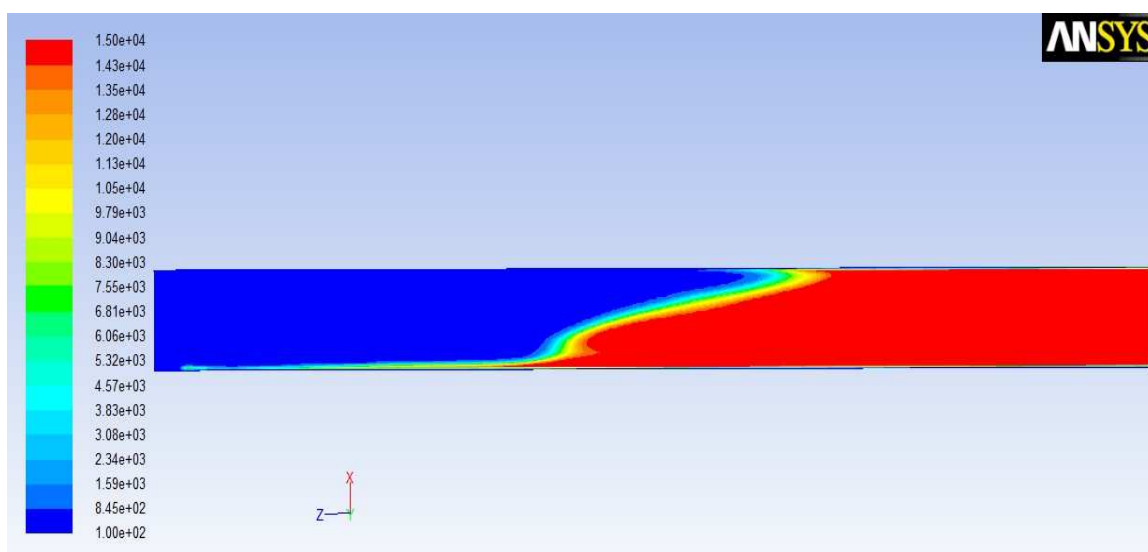


Рисунок 3.18 – Розподіл в'язкостей полімеру у прямокутному каналі

Значення з низькою в'язкістю відповідають області розплаву, а з високою – області твердої пробки.

Для виявлення впливу технологічних параметрів на процес плавлення в каналі прямокутного перерізу було проведено низку дослідів.

На рис. 3.19 показано вплив швидкості верхньої стінки на довжину зони плавлення за таких параметрів: $V_n = 0,1$ м/с, $T_\epsilon = 180$ °C, $T_n = 90$ °C.

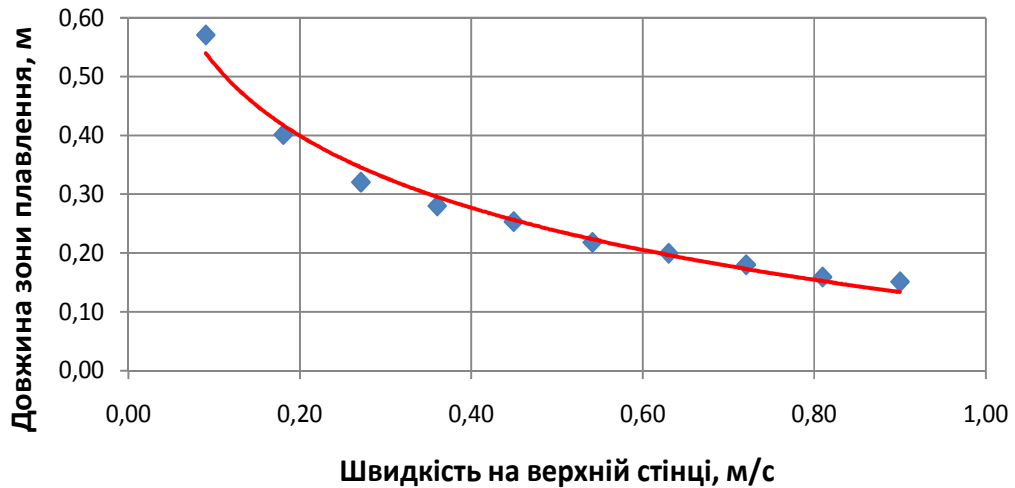


Рисунок 3.19 – Залежність довжини зони плавлення від швидкості верхньої стінки

У заданому діапазоні частот обертання шнека (лінійна швидкість 0,09–0,9 м/с) залежність можна вважати логарифмічною, яку з величиною достовірності 0,98 можна апроксимувати залежністю

$$L = -0,177 \ln(V_c) + 0,1149.$$

На рис. 3.20 показано вплив швидкості подачі полімеру на довжину зони плавлення за таких параметрів: $V_c = 0,18$ м/с, $T_{\theta} = 180$ °С, $T_n = 90$ °С.

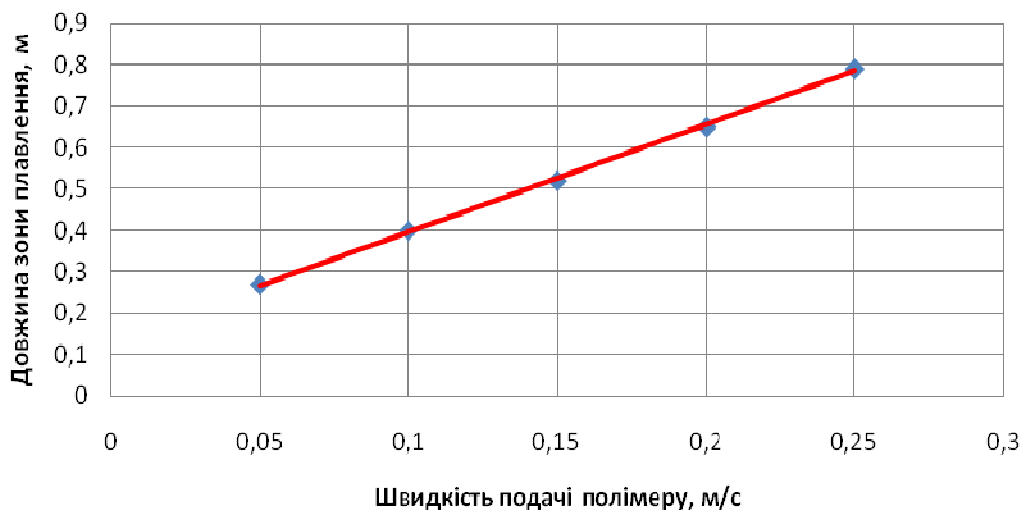


Рисунок 3.20 – Залежність довжини зони плавлення від швидкості подачі

У заданому діапазоні швидкостей подачі полімеру у зону плавлення (0,05–0,25 м/с) залежність можна вважати лінійною та з величиною достовірності 0,999 апроксимувати формулою

$$L = 2,4561V_n + 0,1272.$$

На рис. 3.21 показано вплив температури верхньої стінки на довжину зони плавлення за таких параметрів: $V_c = 0,18$ м/с, $V_n = 0,15$ м/с, $T_n = 90$ °С.

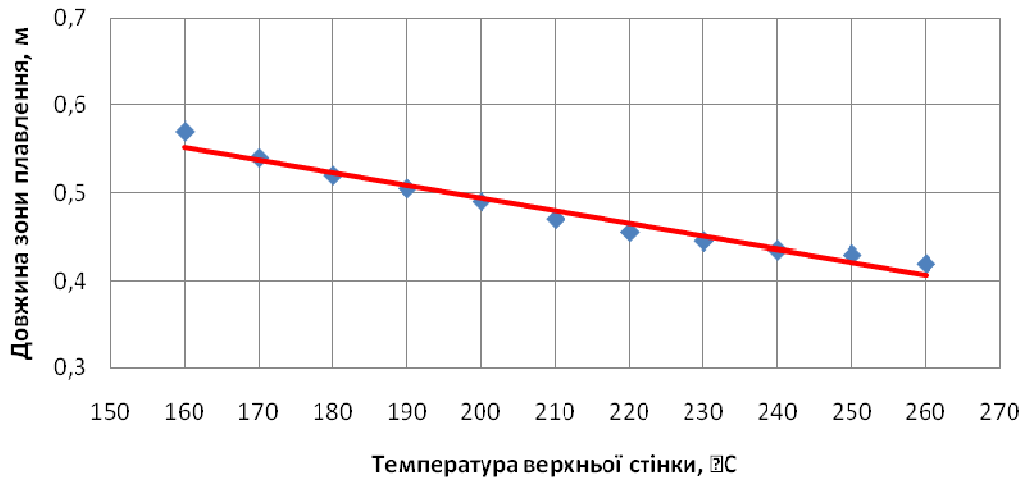


Рисунок 3.21 – Залежність довжини зони плавлення від температури верхньої стінки

У заданому діапазоні температур верхньої стінки (160–260 °С) залежність можна вважати лінійною та з величиною достовірності апроксимації 0,966 апроксимувати формулою

$$L = 1,63T_n - 0,494.$$

На рис. 3.22 показано вплив температури нижньої та бокових стінок на довжину зони плавлення за таких параметрів: $V_c = 0,18$ м/с, $V_n = 0,1$ м/с, $T_e = 180$ °С.

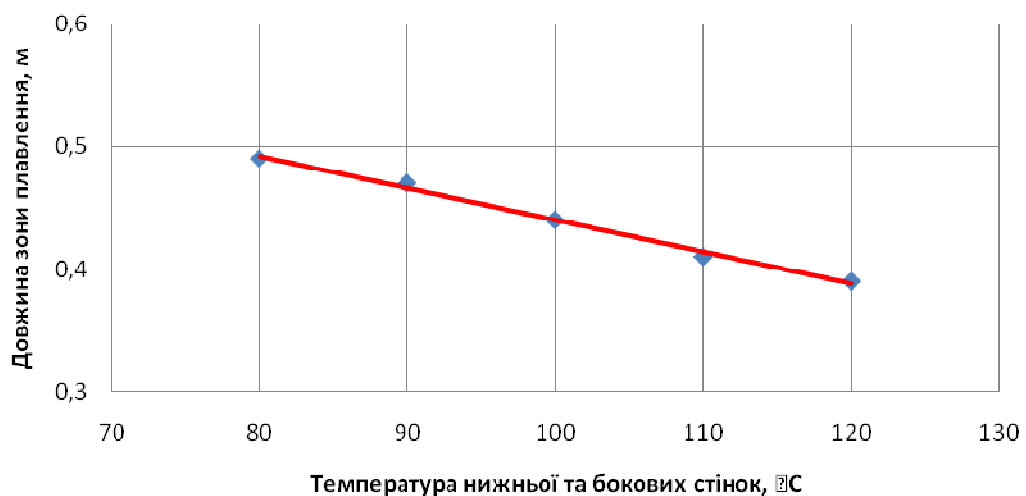


Рисунок 3.24 – Залежність довжини зони плавлення від температури нижньої стінки

У заданому діапазоні температур нижньої та бокових стінок (80–120 °С) залежність можна вважати лінійною та з величиною достовірності 0,994 апроксимувати формулою

$$L = 1,506T_n - 0,352.$$

Таким чином, залежність впливу швидкості подачі та температур на швидкість процесу плавлення можна вважати лінійною, а швидкості руху стінки – логарифмічною. Причому збільшення швидкостей подачі полімеру збільшує довжину зони плавлення, а збільшення швидкості руху стінки та температур різнних контактних поверхонь – зменшує її.

3.2.1.3 Моделювання процесу плавлення полімеру в черв'ячному каналі постійної геометрії

Внутрішній діаметр екструдера в зоні плавлення приймаємо рівним 90 мм, діаметр осердя черв'яка – 63 мм, крок гвинтової нарізки – 90 мм, товщину гребеня черв'яка (в поздовжньому перетині) – 9 мм. Тоді канал черв'яка в поздовжньому перетині має форму прямокутника зі сторонами 81 мм і 13.5 мм.

На базі попередніх числових розрахунків виявлено, що основні процеси плавлення для прийнятого варіанту геометрії каналу та фізико-механічних і теплофізичних характеристик матеріалу відбуваються в межах шести витків гвинтової нарізки. Загальний вигляд скінченноелементної моделі каналу екструдера в системі VESNA наведено на рис. 3.25. Подальші числові експерименти здійснювались саме з використанням цієї системи.

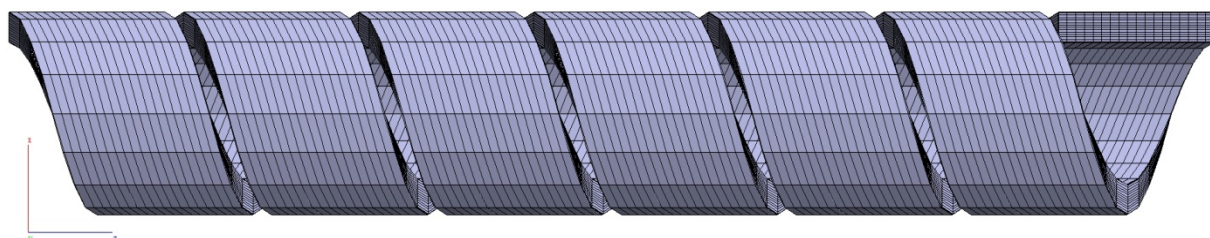


Рисунок 3.25 – Скінченноелементна модель каналу зони плавлення екструдера

Щодо властивостей матеріалу приймаємо, що в зоні плавлення пружними деформаціями пробки та розплаву можна знехтувати і враховувати тільки в'язкість матеріалу, причому в'язкість пробки беремо на два порядки більшою порівняно з розплавом, що забезпечує її незначну відносну деформативність. Залежність в'язкості розплаву та суміші розплаву з гранулами вважаємо функцією температури та швидкості деформацій зсуву за рис. 3.17.

Теплопровідність матеріалу прийнята сталою $\lambda = 0,25$ Вт/(м·К), а об'ємна теплоємність – $C_V = 2058$ Дж/(кг·К) для всіх температур, крім 115 °С, для якої $C_V = 20600$ Дж/(кг·К). В інтервалах температур 110–114,9 °С та 115,1–120 °С, що відповідають діапазону плавлення гранул в суміші, значення теплоємності визначається інтерполяцією. Об'ємна частка твердої фракції в пробці складає $n_{тв}^0 = 0,8$.

На поверхнях контакту матеріалу з корпусом екструдера і черв'яком розташовані приграничні скінченні елементи, які призначені для врахування сил тертя. Систему координат зв'яжемо з черв'яком, так що відносно неї буде обертатись циліндричний корпус з швидкістю $n = 60$ об/хв. Для моделювання руху матеріалу з об'ємною витратою $V = 0,3$ м³/год в перерізі на початку каналу задані відповідні вимушені швидкості матеріалу.

Температура матеріалу на початку каналу зони плавлення прийнята рівною 90 °С. Температура на внутрішній поверхні корпусу і поверхні черв'яка фіксована і відповідає по лінійному закону вздовж осі обертання Z . Температура корпусу змінюється по Z від 90 °С до 215 °С, температура поверхні черв'яка – від 90 °С до 100 °С.

Зміна розподілу температур у вигляді ізополів в поздовжніх перерізах каналу зони плавлення екструдера приведена на рис. 3.27 – 3.30 відповідно до позначень на рис. 3.26. На початку зони плавлення (рис. 3.28, а2–а5) температура змінюється досить повільно і в основному біля зовнішньої поверхні каналу. Це свідчить про те, що теплообмін в основному здійснюється за рахунок теплопровідності, яка для полімерів є низькою. Більш інтенсивно розігріваються шари полімеру біля поверхні корпусу і штовхальної стінки черв'яка за рахунок те-

пла дисипації від тертя полімерної пробки по металевим поверхням. При наближенні до температури плавлення пробка розм'якшується і частково перетворюється в розплав, завдяки чому виділяється тепло дисипації і температура швидко зростає, особливо в зоні штовхальної поверхні черв'яка (рис. 3.29), де градієнти температури є максимальними. У кінці зони плавлення, коли пробка майже повністю розплавлена, зростання температури в основному обумовлено теплом дисипації, яке виділяється по всьому перерізу, внаслідок чого градієнти температури зменшуються, а температура стає більш рівномірною (рис. 3.30).

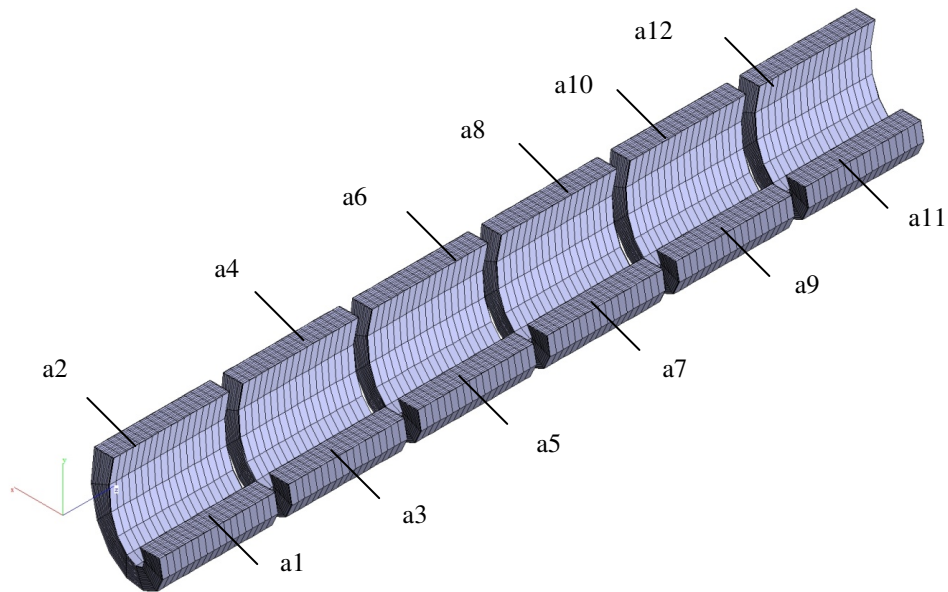


Рисунок 3.26 – Позначення перерізів на скінченноелементній моделі каналу екструдера

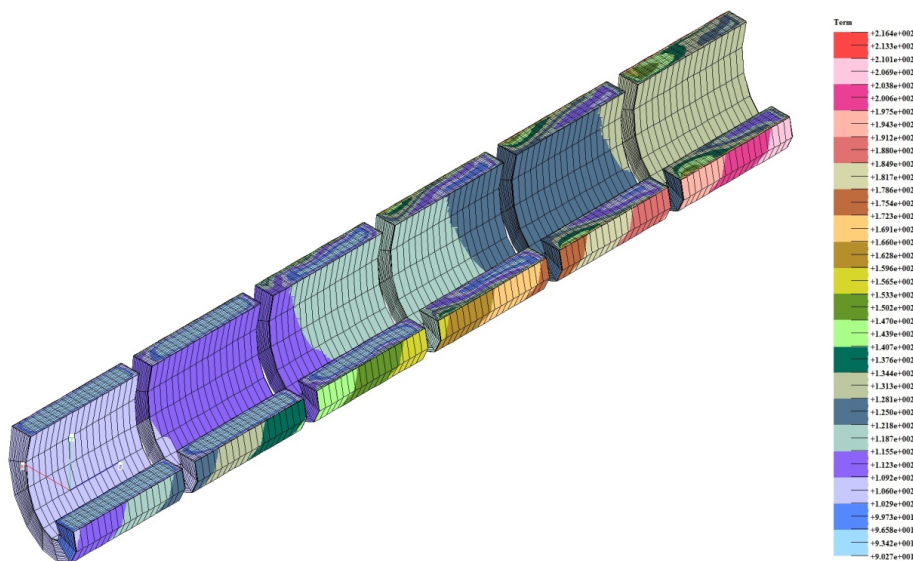


Рисунок 3.27 – Загальний вигляд розподілу температур в каналі екструдера в зоні плавлення

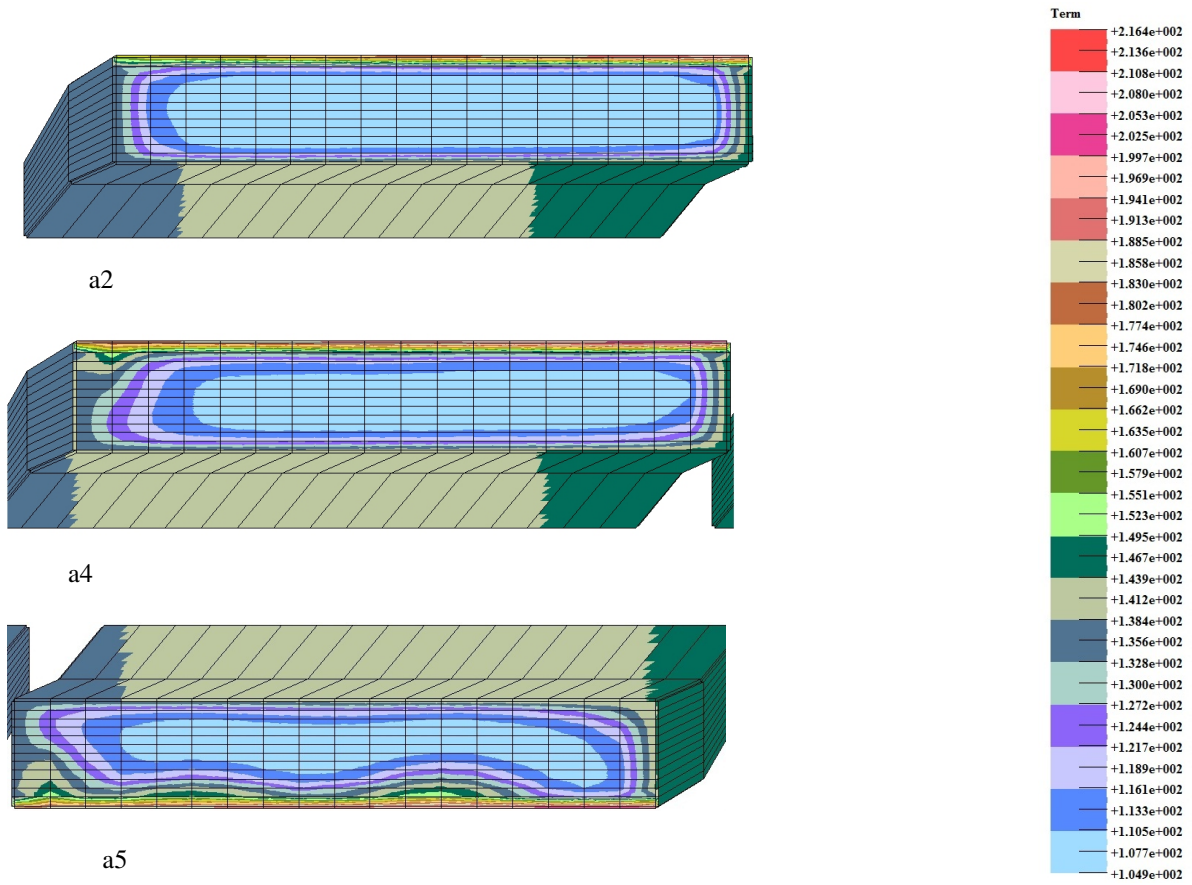


Рисунок 3.28 – Розподіл температур в перерізах каналу екструдера на початку

зони плавлення

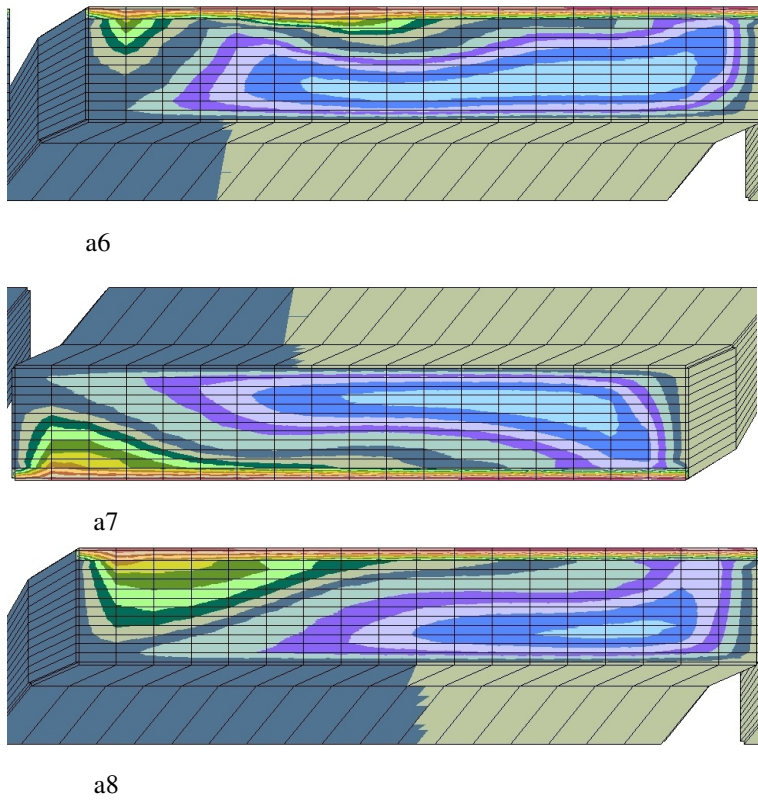


Рисунок 3.29 – Розподіл температур в перерізах каналу екструдера в середині

зони плавлення

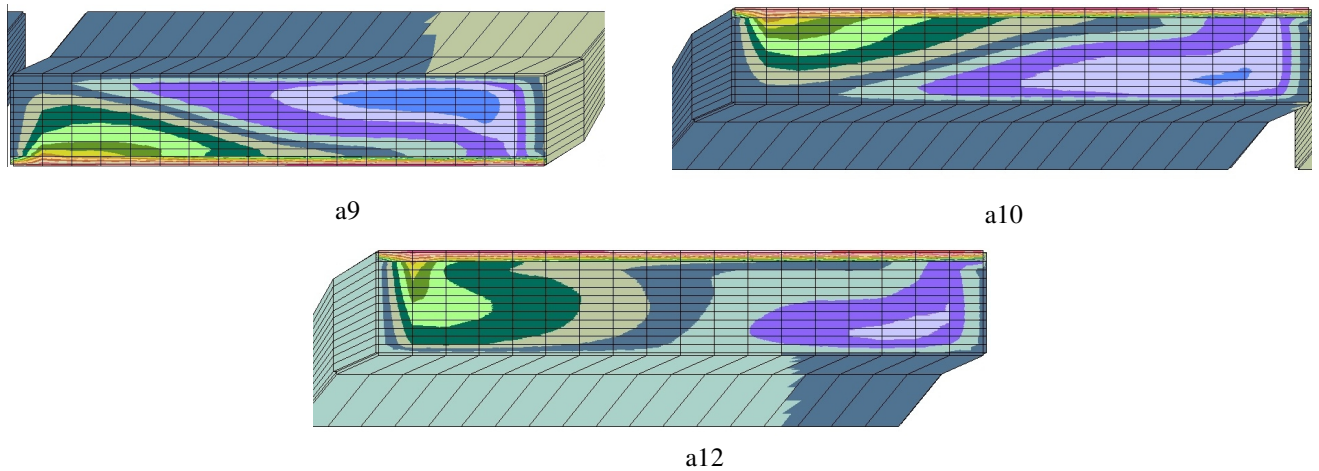
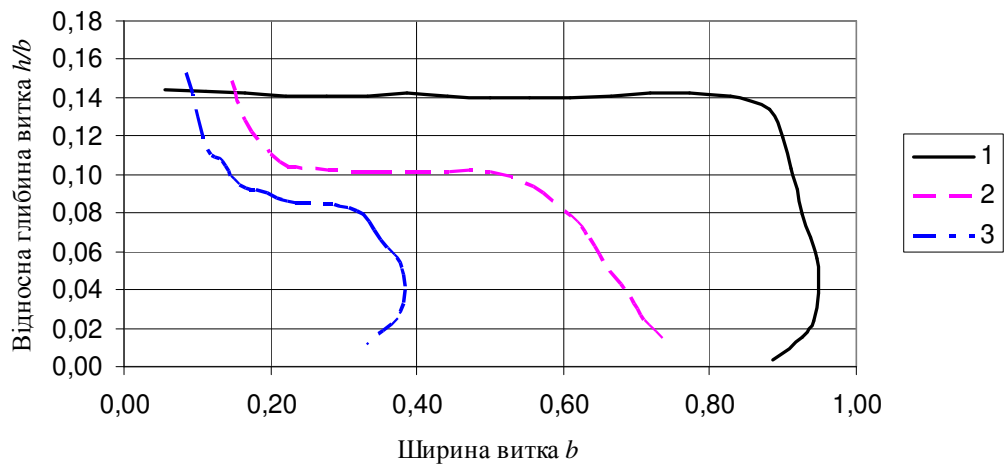


Рисунок 3.30 – Розподіл температур в перерізах каналу екструдера в кінці зони плавлення

Результати числових експериментів з введенням різних теплофізичних і реологічних параметрів полімеру показують, що головну роль в розподілі температури в полімері відіграє тепло, обумовлене його тертям об стінки обладнання та енергією дисипації в'язкої деформації.

Форми пробки на різних дистанціях від початку зони плавлення, проведені по межах ізоліній температури текучості полімеру, показані на рис. 3.31.



1 – в перерізі a2 (кінець 2-го витка); 2 – в перерізі a8 (кінець 4-го витка);
3 – в перерізі a12 (кінець 6-го витка)

Рисунок 3.31 – Форма перерізу пробки на різних відстанях від початку зони плавлення

Як видно із ліній на рис. 3.31, форми перерізів пробки за результатами моделювання значно відрізняються від прямокутних уже після 2-го витка.

Для визначення впливу конвекційної складової на процес плавлення полімеру в черв'ячному каналі екструдера були проаналізовані особливості розподілу швидкостей полімеру в різних перерізах каналу. Аналіз показав, що протягом всієї зони плавлення майже відсутній рух полімеру по висоті та по ширині каналу. У подовжньому русі матеріалу в каналі черв'яка спостерігається суттєва нерівномірність розподілу швидкостей в перерізах, особливо, коли об'єм розплавленої фази перевищує об'єм твердої пробки. На рис. 3.32 наведено ізополілінії швидкостей в перерізах, де почався процес руйнування пробки. Видно, що при збільшенні об'єму рідкої фази її швидкість відносно твердої пробки швидко збільшується (див. переріз 12), тобто наприкінці зони плавлення найбільша швидкість рідинної фази перевищує швидкість твердої фази майже у 20 разів.

Під дією штовхальної стінки черв'яка розплав полімеру і суміш розплаву з залишками частинок твердої фази виштовхується вперед вздовж каналу, а тверда частина пробки, притиснена до поверхні осердя і пасивної стінки черв'яка, рухається з затримкою порівняно з середньою швидкістю полімеру і стискується в подовжньому напрямку.

Таким чином відбувається циркуляція розплаву в шарах полімеру, які примикають до поверхні корпусу і розташовані паралельно до неї. Це спричиняє конвективний теплообмін вздовж каналу черв'яка. Таке явище не враховується більшістю існуючих моделей процесу плавлення полімерів, проте також впливає на розподіл температур.

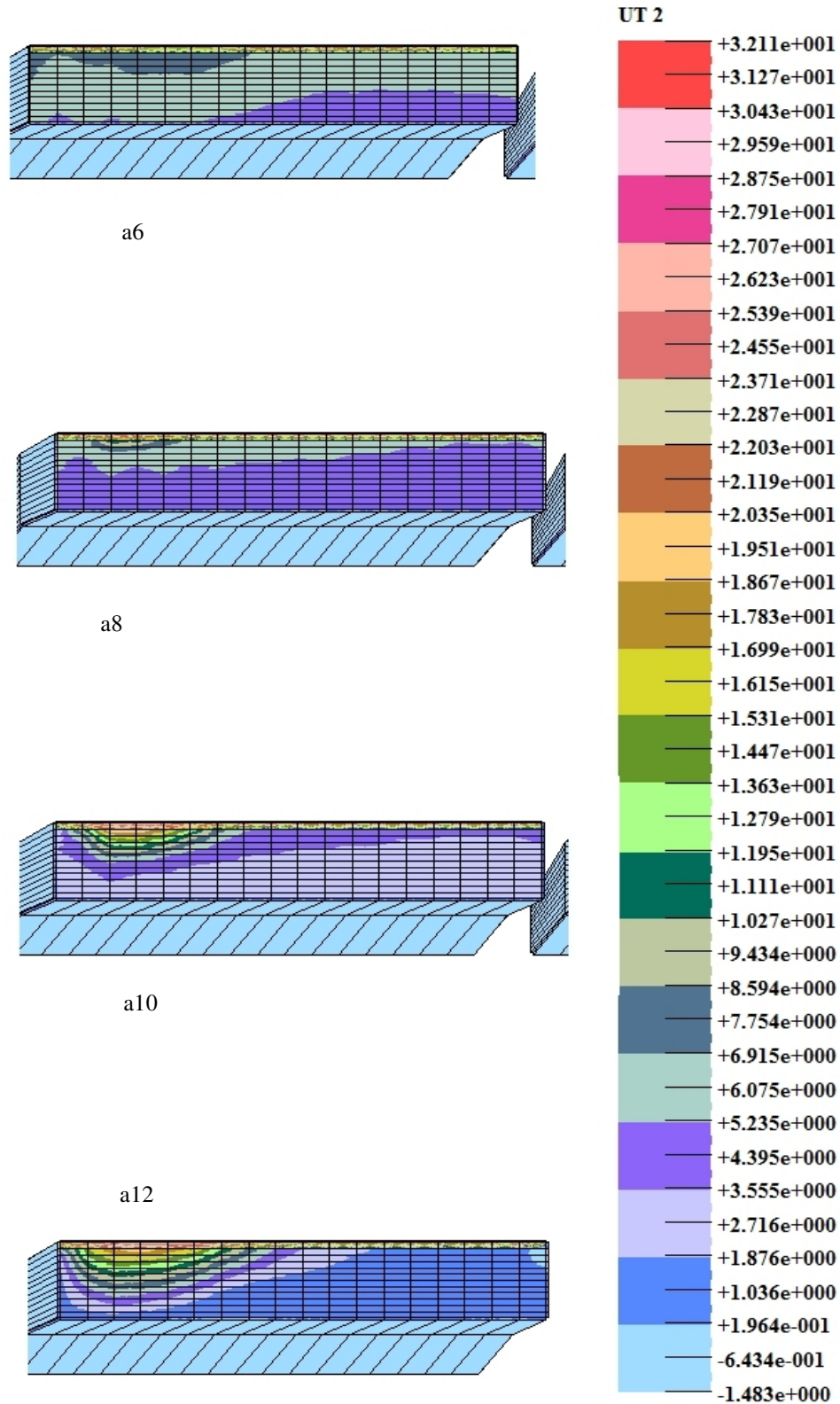


Рисунок 3.32 – Розподіл колових швидкостей полімеру в перерізах каналу екструдера в зоні плавлення

При розгляді плавлення полімеру його поведінка в твердому стані (пробки) моделювалася значним підвищенням в'язкості (в 10^3 разів). Це дозволяє

прослідкувати за процесом плавлення за допомогою розподілу значень в'язкості полімеру в перерізах черв'ячного каналу (рис. 3.33).

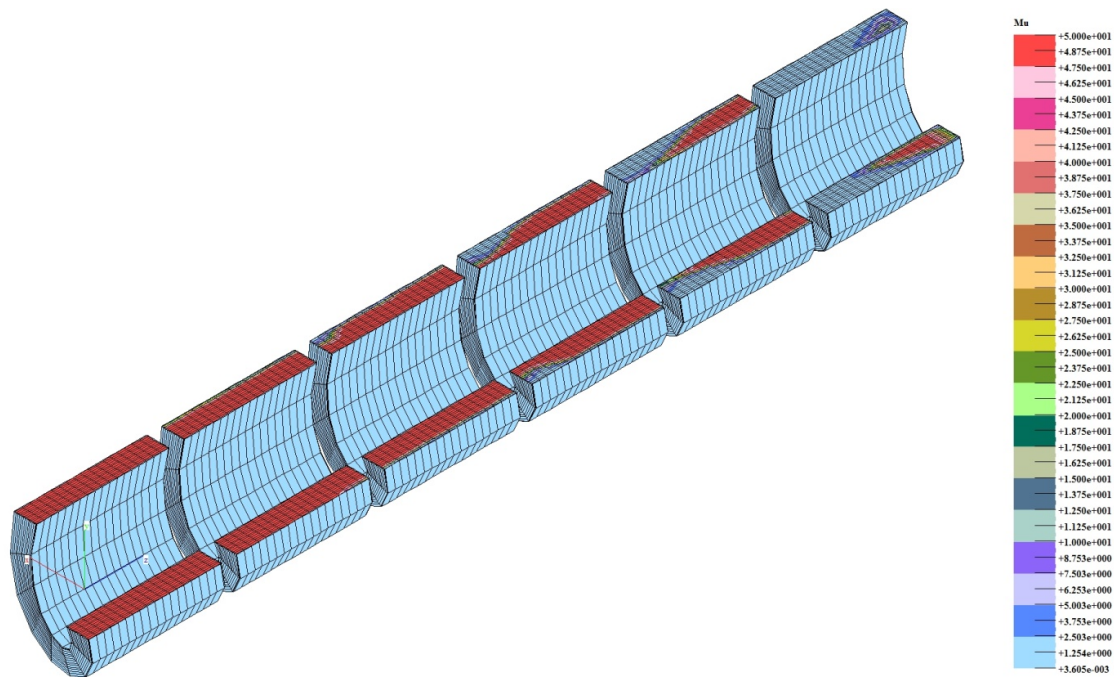
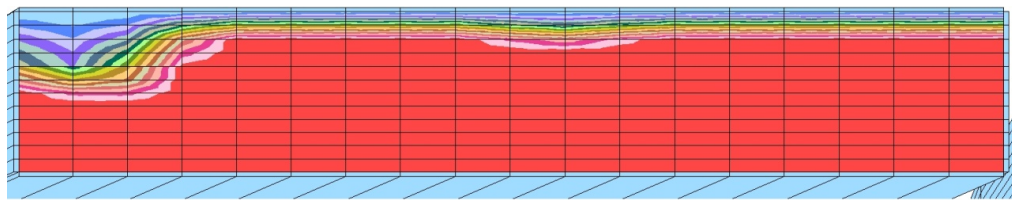
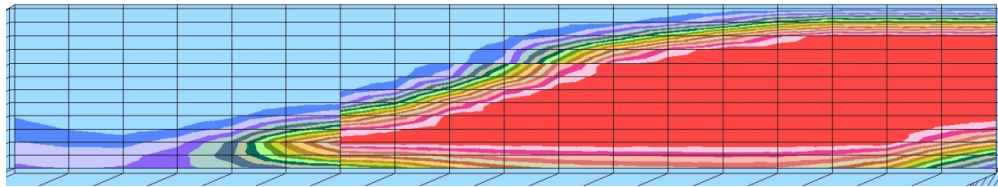


Рисунок 3.33 – Загальний вигляд розподілу в'язкості матеріалу в каналі екструдера в зоні плавлення

На початку зони плавлення, коли температура пробки ще не досягла температури текучості, величина в'язкості по всьому перерізу відповідає твердій фракції. Із зростанням температури по довжині каналу відповідно до експериментальних даних шари полімеру біля поверхні корпусу починають плавитись (рис. 3.34,аб). Далі пробка полімеру в області штовхальної стінки черв'яка швидко розм'якшується по товщині каналу, руйнується і відповідно до значень в'язкості переходить до шару рідинної суміші залишків гранул та розплаву. За досягнення поверхні осердя черв'яка процес фазових перетворень в наступних перерізах зміщується в бік пасивної стінки черв'яка, тверда частина пробки при цьому набуває перерізу клиноподібної форми, на відміну від класичної гіпотези (див. рис. 3.34,а10). За шаром суміші з розплаву і твердих частинок розташовується повністю розплавлений полімер, так що товщина шару суміші майже не змінюється.



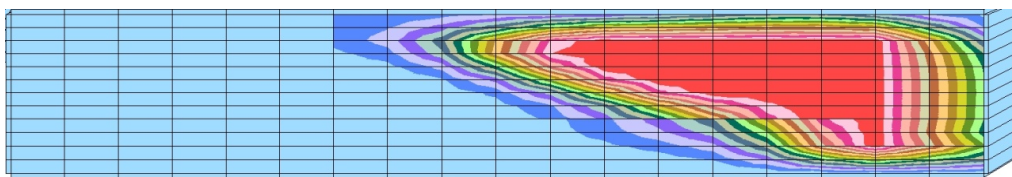
a6



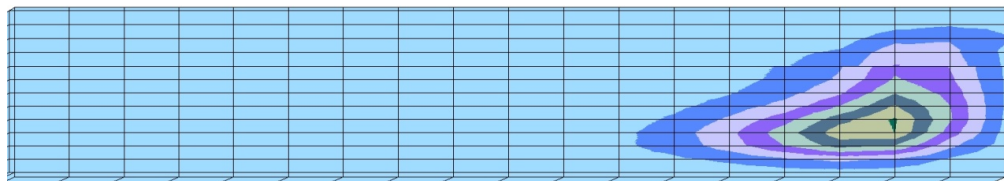
a10

Рисунок 3.34 – Розподіл в'язкості в процесі руйнування і плавлення полімерної пробки в каналі екструдера

На завершальному етапі (рис. 3.35,a11, a12) залишки твердої фази полімеру огортаються з усіх боків розплавом, руйнуються і перетворюються на текучу суміш, яка переміщується через перехідну зону в зону гомогенізації екструдера.



a11



a12

Рисунок 3.35 – Розподіл в'язкості в перерізах каналу в завершальній стадії плавлення пробки

Отримані методом оцінки в'язкостей конфігурації форми пробки подібні тим, які отримані методом оцінки меж температур.

Аналогічні дослідження було виконано в програмному комплексі Ansys Fluent.

Для завдання коефіцієнту тертя на поверхнях між полімером та твердими стінками змодельовано граничний шар рідини з в'язкістю, меншою в'язкості основної маси. Система координат зв'язана з черв'яком, і відносно неї обертається корпус зі швидкістю $n = 60$ об/хв. На вході в канал задані вимушені швидкості, величина яких визначається з витрати $V = 0,3 \text{ м}^3/\text{год}$.

Розрахункову схему ділянки плавлення черв'ячної машини показано на рис. 3.36.

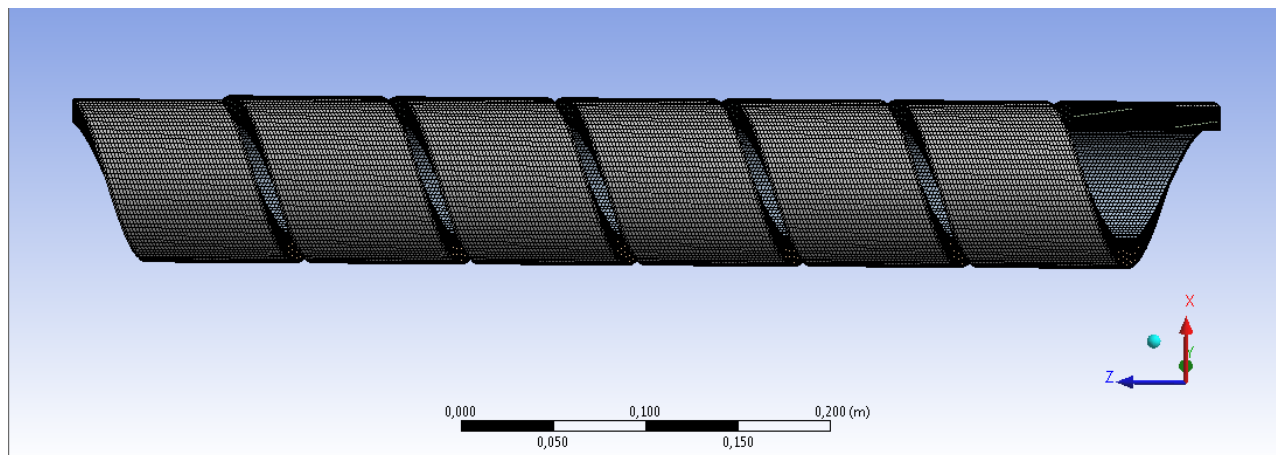


Рисунок 3.36 – Скінченноелементна модель каналу в зоні плавлення

Температура матеріалу на вході канал зон плавлення сягає $90 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Температуру черв'яка задано на рівні $95 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Температура поверхні корпусу змінюється по лінійному закону вздовж осі z від $90 \text{ }^{\circ}\text{C}$ до $200 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Оскільки пакет Ansys Fluent призначений для моделювання лише рідких середовищ, нерозплавлена маса полімеру імітувалась рідиною з в'язкістю, більшою на два порядки від в'язкості розплаву. Теплопровідність полімеру в пробці вважалась сталою, а теплоємність інтерполювалась за температурою між її значеннями для розплаву і для твердої фази. Залежність в'язкості розплаву та суміші розплаву з гранулами вважалась функцією температури та інтенсивності швидкості деформацій зсуву. При цьому для суміші використовувались приведені теплофізичні та фізико-механічні характеристики, що визначаються як функції концентрації твердої фази. Оскільки концентрація в свою чергу є функцією температури суміші, характеристики приводились відносно останньої.

Співвідношення між розплавленою та нерозплавленою частинами полімеру в зоні плавлення та їх конфігурацію можна прослідкувати по розподілу в'язкості полімеру в перерізах черв'ячного каналу (рис. 3.37, 3.38).

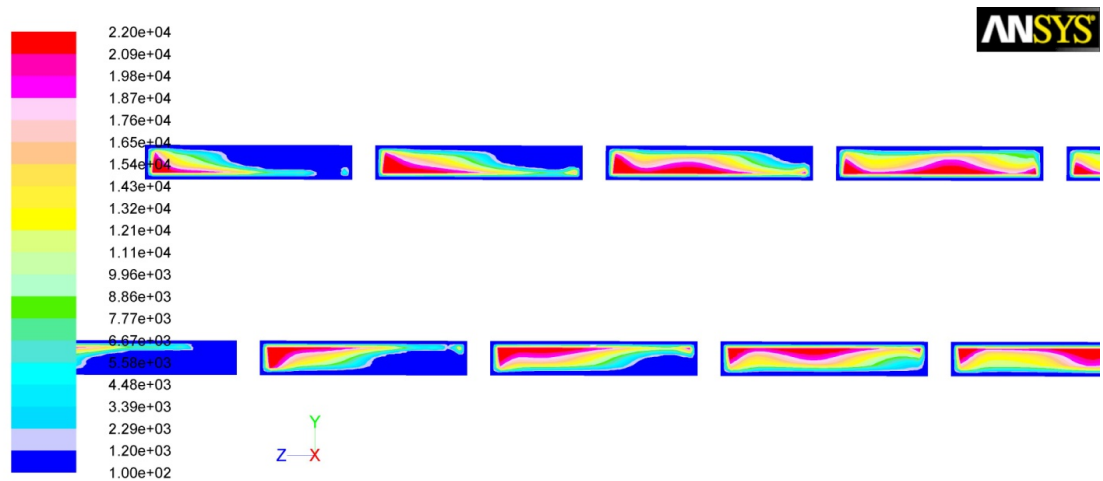


Рисунок 3.37 – Розподіл в'язкостей в каналі екструдера

Помітною з рис. 3.37 є наявність перехідної зони між пробкою та розплавом у вигляді суміші непропавлених часток з розплавом, що характеризується приведеною в'язкістю.

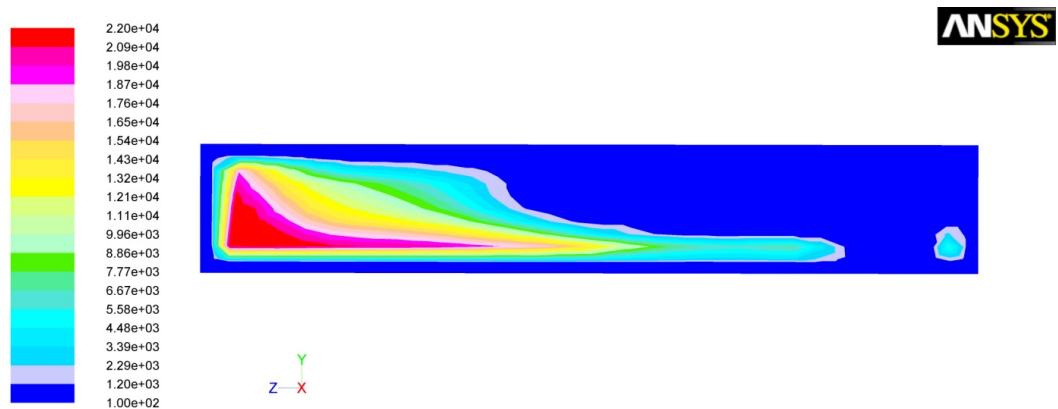
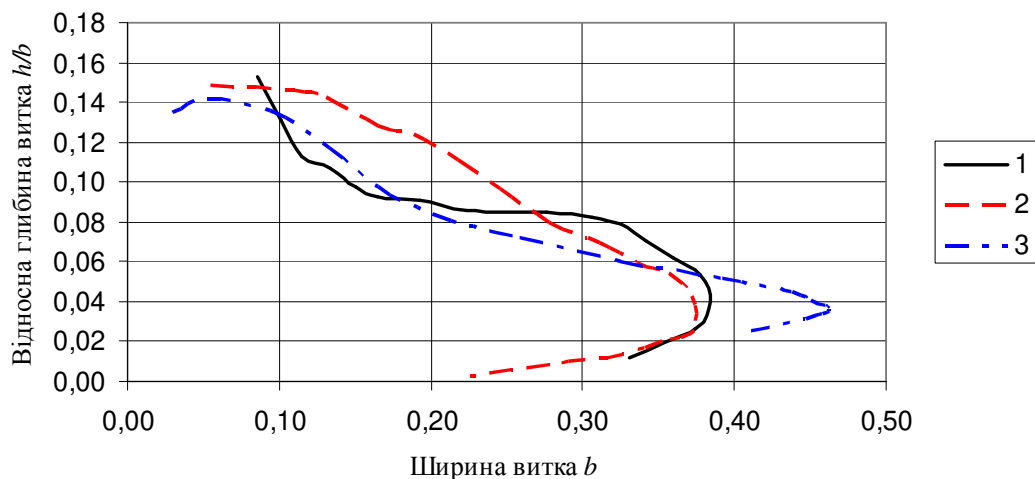


Рисунок 3.38 – Розподіл в'язкостей в перерізі останнього витка

З епюр на рис. 3.37, 3.38 видно, що конфігурація твердої пробки в перерізі відрізняється від прямокутної, як і на рис. 3.30 та 3.35, на відміну від традиційних моделей. При цьому поверхня розділу між пробкою та сумішшю розплаву з твердими частками полімеру в наведених розрахунках більша. Окрім цього, оскільки пробка представляє собою пористу структуру, що просочується розплавом у міру просування температурного фронту, процес її руйнування відбувається швидше.

В останньому витку зони плавлення (рис. 3.38) знаходиться майже розплавлена маса полімеру, а біля пасивного гребня залишилось 5–10 % твердої маси. Це вказує на те, що для руйнування твердої фази в розглянутих умовах достатньо зони плавлення довжиною 6–8 витків.

Порівняння форми перерізу пробки наприкінці 6-го витка, отриманого за запропонованою методологією, показує подібність результатів за результатами аналізу температур і в'язкостей в різних програмних середовищах (рис. 3.39).



1 – за результатами аналізу температур у середовищі VESNA;

2 – за результатами аналізу в'язкостей у середовищі VESNA;

3 – за результатами аналізу в'язкостей у середовищі Ansys Fluent

Рисунок 3.39 – Порівняння форми перерізу пробки за результатами аналізу температур і в'язкостей в різних програмних середовищах

Аналіз швидкостей полімеру в черв'ячному каналі показує практичну відсутність циркуляції по його висоті. Водночас, наявна суттєва різниця швидкостей руху між твердою та розплавленою фазами.

Швидкість розплаву полімеру в кінці третього витка перевищує швидкість руху суміші, а швидкість суміші – швидкість руху пробки приблизно в 4 рази, тобто між твердою та розплавленою фазами відбувається циркуляція вздовж черв'ячного каналу, яка сприяє конвективному теплообміну між ними, а також пришвидшує процес руйнування пробки шляхом відриву від її поверхні непропалених часток, оточених плівкою розплаву.

Реалізація розробленої фізичної моделі на базі систем моделювання VESNA та Ansys Fluent показала можливість коректного завдання розрахункової схеми та інтерпретації результатів розрахунків засобами цих систем і дозволила отримати науково обґрунтовані показники процесу плавлення полімеру в черв'ячному каналі. Проведені числові дослідження показали якісну збіжність результатів, отриманих на вказаних системах. При цьому отримано пояснення відомих на практиці ефектів, які не вкладаються в межі раніш створених моделей.

3.2.1.4 Моделювання процесу плавлення полімеру в черв'ячному каналі конічної геометрії

Розглянемо процес плавлення полімеру в черв'ячному каналі екструдера на прикладі числового моделювання плавлення поліетилену. Матеріал завантажується у вигляді гранул, з яких в зоні живлення екструдера формується пориста пробка за умови, що в стисненому вигляді на початку зони плавлення тверда фракція займає 80 % об'єму пробки.

Зовнішній діаметр черв'яка екструдера в зоні плавлення приймаємо рівним 63 мм, діаметр осердя – 49 мм, крок гвинтової нарізки – 63 мм, товщину гребеня черв'яка – 6 мм, кут конусності осердя черв'яка $\varphi = 15^\circ$.

Залежність в'язкості розплаву та суміші розплаву з непроплавленими частками полімеру вважаємо функцією температури та швидкості деформацій зсуву. Вважаємо, що теплопровідність матеріалу змінюється залежно від температури, а його теплоємність в інтервалах температур діапазону плавлення 110°C – $114,9^\circ\text{C}$ та $115,1^\circ\text{C}$ – 120°C визначається інтерполяцією, за графічною залежністю для того ж поліетилену, що й у попередніх пунктах з рис. 3.17 та [157]. Для температури 115°C значення теплоємності беруть рівним $C_p = 5500 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$.

Числові дослідження проводились на програмному комплексі ANSYS Academic Teaching за допомогою програмного продукту ANSYS FLUENT.

Загальний вигляд скінченноелементної моделі каналу екструдера в зоні плавлення приведено на рис. 3.40.

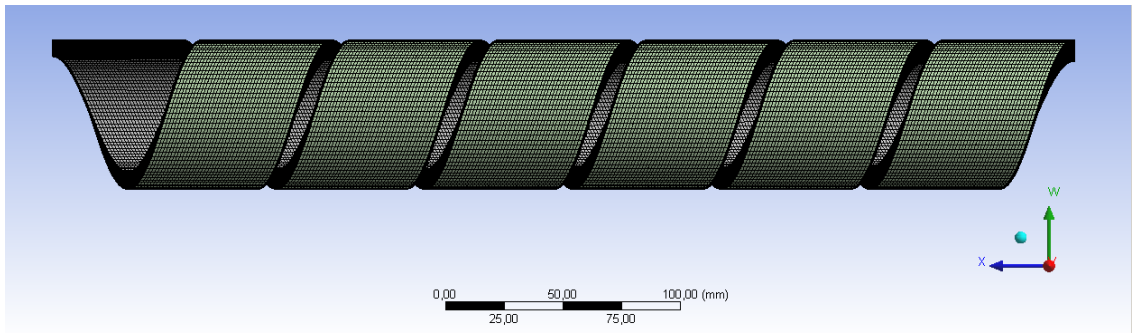
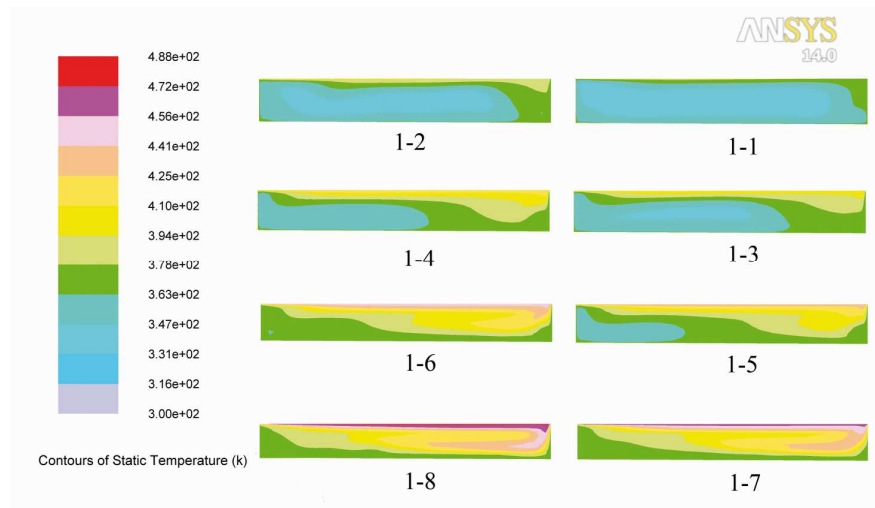


Рисунок 3.40 – Скінченноелементна модель каналу зони плавлення екструдера

При створенні скінченно-елементної моделі каналу біля поверхонь контакту матеріалу з циліндром екструдера і черв'яком розташовували приграничні скінчені елементи з властивостями низьков'язкої рідини, які призначені для врахування сил тертя. Система координат зв'язана з черв'яком. Відносно черв'яка обертається циліндричний корпус з швидкістю $n = 60$ об/хв. На вхідному перерізі каналу задавали відповідні вимушені швидкості матеріалу. Температура матеріалу на початку каналу зони плавлення приймалась рівною $90\text{ }^{\circ}\text{C}$. Температура на внутрішній поверхні циліндру в зоні плавлення змінюється за лінійним законом вздовж осі обертання Z від $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $180\text{ }^{\circ}\text{C}$. Температура поверхні черв'яка завдавалась постійною – $90\text{ }^{\circ}\text{C}$.

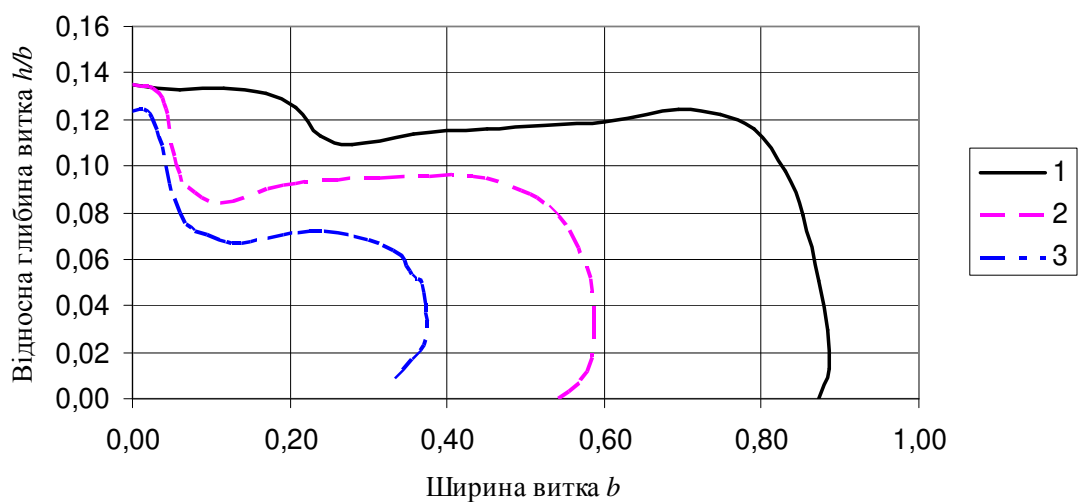
Змінення розподілу температур полімеру у вигляді ізополів в поздовжніх перерізах каналу зони плавлення екструдера наведено на рис. 3.41. На початку зони плавлення температура змінюється досить повільно і лише поблизу циліндричної поверхні циліндру і штовхальної стінки гребеня черв'яка починає стрімко зростати. Це зумовлено тепловиділенням дисипативного тепла від тертя полімерної пробки по металевим поверхням. При наближенні шарів пробки до температури плавлення вони розм'якшуються і частково перетворюються в розплав, завдяки чому виділяється дисипативне тепло і температура полімеру зростає. Через зрізання плівки розплаву штовхальним гребенем, особливо в зоні його штовхальної поверхні, градієнти температури є найбільшими. У кінці зони плавлення, коли пробка майже повністю розплавлена, дисипативне тепло виділяється більш рівномірно по всьому перерізу каналу. Внаслідок цього градієнти температури зменшуються, а температура підвищується до $T = 430\text{ K} - 435\text{ K}$. Температура текучості полімеру відповідає діапазону $378-394\text{ K}$.



1-1 – 1-8 – перерізи каналу по довжині зони плавлення

Рисунок 3.41 – Загальний вигляд розподілу температур у черв'ячному каналі в зоні плавлення

Форми пробки на різних дистанціях від початку зони плавлення, проведені по межах ізоліній температури текучості полімеру, показані на рис. 3.42. Після 6-го витка пробка як єдине ціле вже не існує, а розбивається на окремі тверді рештки, оточені розплавом.



1 – в перерізі 1-2 (кінець 2-го витка); 2 – в перерізі 1-4 (кінець 4-го витка);
3 – в перерізі 1-5 (кінець 5-го витка)

Рисунок 3.42 – Форма перерізу пробки на різних відстанях від початку зони плавлення

Окрім досліджень змінення розподілу температури по довжині зони плавлення, моделювали поведінку полімеру по зміненню в'язкості (рис. 3.43), з цією метою значення в'язкості полімеру в твердому стані приймалися більшими від в'язкості його розплаву в 10 разів. Це дозволяє дослідити процес фазового перетворення за розподілом значень в'язкості полімеру в перерізах каналу екструдера.

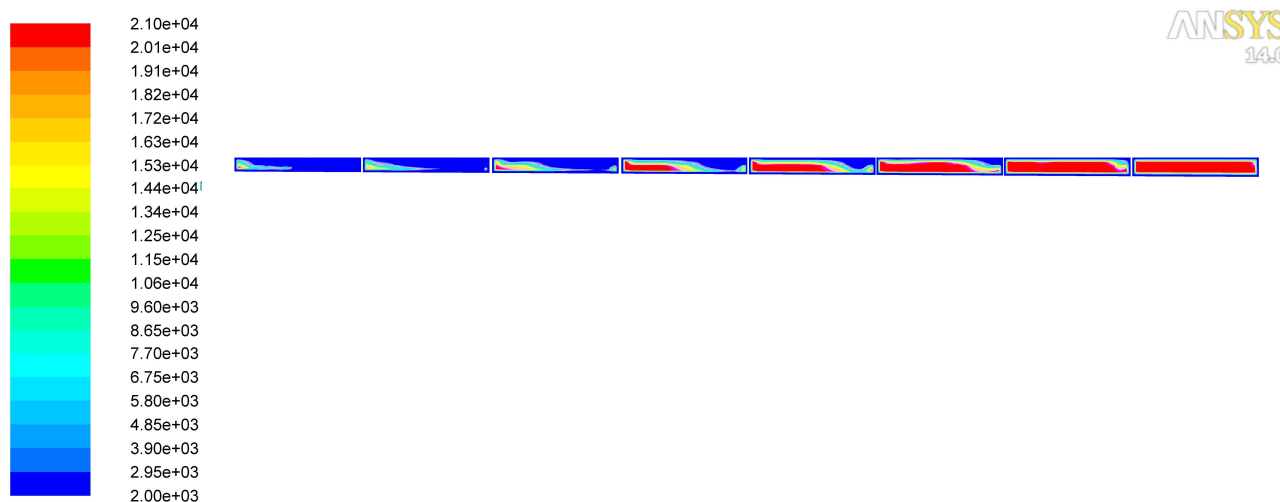


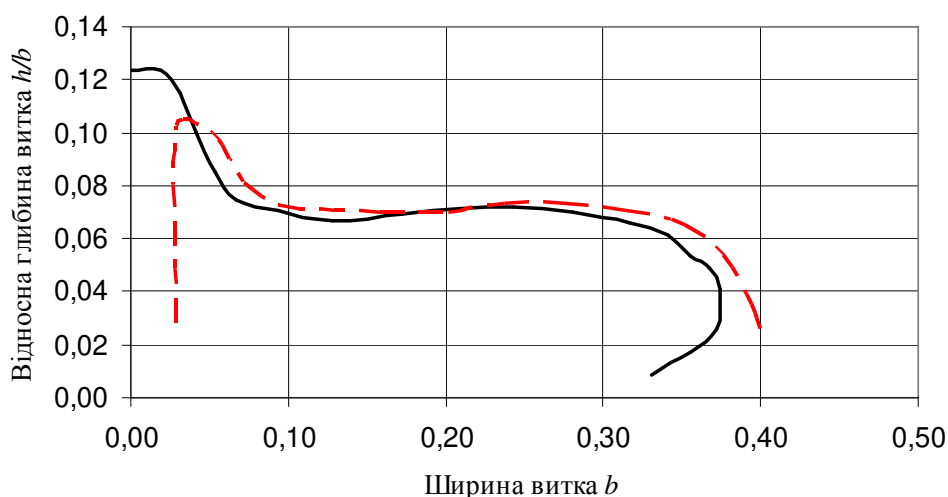
Рисунок 3.43 – Загальний вигляд розподілу в'язкостей в черв'ячному каналі в зоні плавлення

На початку зони плавлення, коли температура пробки в черв'ячному каналі ще не досягла інтервалу плавлення, величина в'язкості по всьому перерізу відповідає твердій фракції. Із зростанням температури по довжині каналу відповідно до експериментальних даних в'язкість полімеру суттєво зменшується біля поверхні циліндра, тобто шар полімеру біля нього починає плавитись.

У міру руху полімеру по гвинтовому каналу в області штовхальної стінки черв'яка зона розплаву розширюється, і виходячи з розрахованих значень в'язкості, переходить в шар рідинної суміші залишків гранул та розплаву. Процес переходу полімеру в текучий стан в наступних перерізах зміщується в бік пасивної стінки черв'яка, тверда частина пробки набуває клиноподібного виду, суттєво відрізняючись від прямокутного перерізу на відміну від класичної гіпотези, як і в експериментальних дослідженнях Тадмора [45]. За шаром суміші розплаву і твердих частинок перебуває повністю розплавлений полімер.

На завершальному етапі залишки твердої фази полімеру оточуються з усіх боків розплавом, руйнуються і перетворюються в текучу суміш, яка переміщується в зону гомогенізації екструдера.

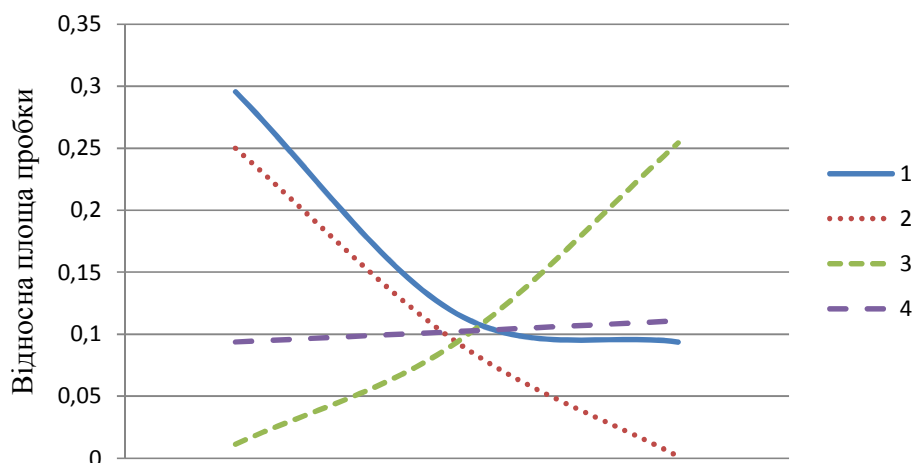
Порівняння форми перерізу пробки наприкінці 5-го витка, отриманого за запропонованою методологією, показує подібність результатів за результатами аналізу температур і в'язкостей (рис. 3.44).



1 – за результатами аналізу температур; 2 – за результатами аналізу в'язкостей

Рисунок 3.44 – Порівняння форми перерізу пробки за результатами аналізу температур і в'язкостей

На рис. 3.45 наведено результати моделювання впливу різних технологічних факторів на відносну площу пробки наприкінці 8-го витка зони плавлення. Головною мірою на процес плавлення впливає інтенсифікація дисипації енергії за рахунок підвищення швидкості обертання черв'яка. Натомість попередній підігрів твердої пробки до температур $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ – $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ не призводить відчутною мірою до більш інтенсивного плавлення. Збільшення температури корпусу сприяє плавленню до певної межі, після якої підвищення температури розплаву на межі з корпусом компенсується зниженням в'язкості та відповідним зниженням дисипативного тепла.



1 – від температури корпусу по довжині зони плавлення
(60–180 °C – 90–215 °C);

2 – від швидкості обертання черв'яка (60 об/хв–90 об/хв);

3 – від швидкості матеріалу на вході в канал (0,08 м/с–0,22 м/с);

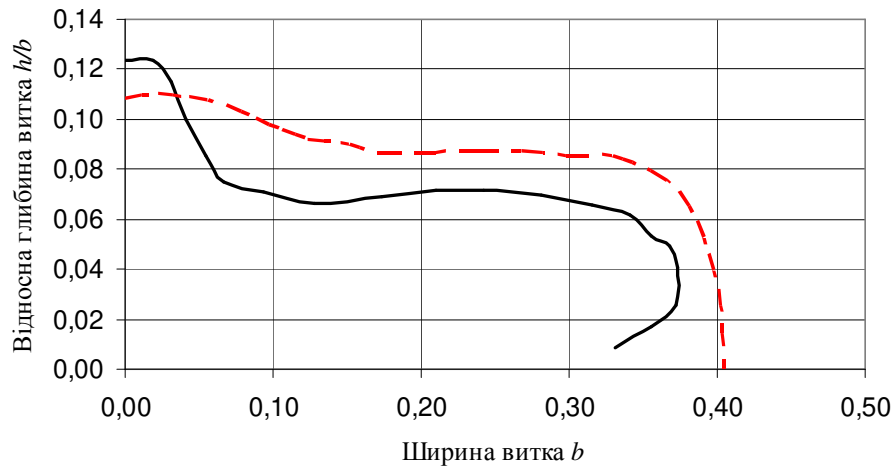
4 – від вхідної температури (60 °C–90 °C)

Рисунок 3.45 – Залежність розподілу відносної площі пробки наприкінці зони плавлення від дії різних факторів

З рис. 3.45 видно, що в разі зменшення вхідної швидкості швидкість плавлення також збільшується, проте цей ефект спричиняється більшим часом перебування полімеру в каналі черв'яка, що не завжди може задовольнити вимоги до продуктивності екструдера.

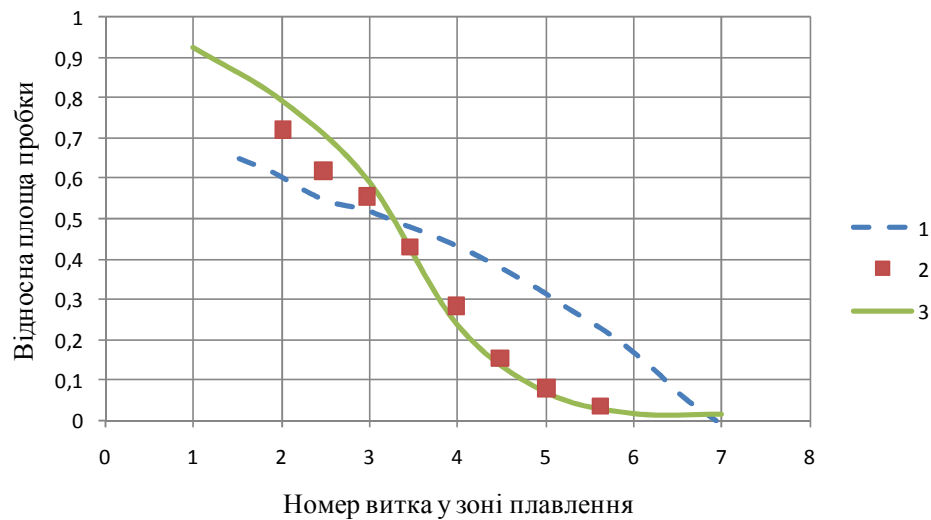
З метою порівняння результатів, отриманих за розробленою моделлю, з даними аналогічних досліджень інших авторів було проведено моделювання за умов, відповідних наведеним в працях [54, 55]. Результати порівняння результатів показано на рис. 3.46 і 3.47.

Результати моделювання показали суттєве наближення отриманих результатів до експериментальних порівняно з попередніми числовими дослідженнями.



1 – за даними даної роботи; 2 – за моделлю Труфанової [54, 55]

Рисунок 3.46 – Порівняння форми перерізу пробки наприкінці 5-го витка



1 – за моделлю Труфанової [54, 55]; 2 – за експериментальними даними [54, 55];

3 – за даними даної роботи

Рисунок 3.47 – Розподіл відносної площі пробки вздовж каналу екструдера

У результаті числових досліджень отримані дані розподілу параметрів розплаву та пробки полімеру в перерізах черв'ячного каналу екструдера. Досліджена еволюція процесу плавлення по довжині та перерізу каналу і виявлені основні фактори, які впливають на нього.

Результати моделювання показали, що внаслідок розмивання розплавом поверхневих шарів гранул пробки та її остаточного руйнування в кінці зони плавлення утворюється суміш непроплавлених часток полімеру, оточених

розплавом. Для запобігання потраплянню подібних часток в готовий виріб необхідно здійснювати змішування з певною інтенсивністю, температурну гомогенізацію та створювати бар'єр проникнення твердих часток до каналів головки. Для цього використовуються змішувачі різних типів, але для їхньої ефективної дії необхідно обґрунтування доцільних геометричних та технологічних параметрів.

3.3 Результати моделювання процесу температурної гомогенізації у бар'єрному змішувачі

Метою математичного моделювання процесів змішування та гомогенізації в змішувальних пристроях, що використовуються для підготовки термопластичних матеріалів у процесах їхньої екструзійної переробки у виробі, є визначення залежності витратонапорних характеристик змішувальних елементів і показників якості підготовки розплаву від конструктивних параметрів робочих органів та вихідних технологічних і фізичних параметрів.

Для виконання цієї задачі необхідно спочатку визначити поля швидкостей потоків розплаву в змішувальних каналах. По визначених полях швидкостей розрахувати витрати розплаву в кожному каналі і діючий градієнт тиску, склавши, тим самим, витратонапорні характеристики змішувальних каналів. По відомих полях швидкостей і вхідному розподілу компонентів суміші визначити показники якості суміші на виході із зони змішування. Зокрема розрахувати концентрації дисперсної фази суміші.

Основним призначенням змішувальних пристроїв екструзійного устаткування є забезпечення однорідності розподілу компонентів суміші. У більшості випадків кожний з розподілених у матриці компонентів можна уявити як множину умовних частинок певного розміру.

Рух суміші та її складових розглядається в даній роботі в рамках механіки суцільних середовищ з такими припущеннями:

- 1 Суміш складається з окремих взаємно проникливих компонент, що заповнюють один і той самий об'єм. Кожна компонента є неперервним

однорідним середовищем (континуумом), стан якого визначається певними параметрами стану.

2 Для кожної компоненти середовища задовольняються закони збереження маси, імпульсу та енергії. Маса, імпульс та енергія суміші дорівнює сумі мас, імпульсів та енергій її компонент.

3 Взаємодія між компонентами суміші відбувається в межах локальних об'ємів суміші дією поверхневих та масових сил або зв'язків між швидкостями компонент суміші. При цьому приймається, що величина площі контактної поверхні окремої компоненти, яка міститься в локальному об'ємі суміші, визначається як частка загальної площі поверхні об'єму суміші, і ця частка дорівнює об'ємній концентрації компоненти.

4 У процесі моделювання розглядалися два варіанти взаємодії:

а) умови прилипання – швидкості на стінках дорівнюють швидкостям стінок;

б) умови проковзування – швидкість на стінках є функцією сили тертя.

5 Граничні умови:

- на вихідному перерізі потоку рідини, як правило, задаються його нормальна швидкість (або витрата) і температура;
- на перерізі витоку рідини задаються нульові значення градієнтів тиску і температури.

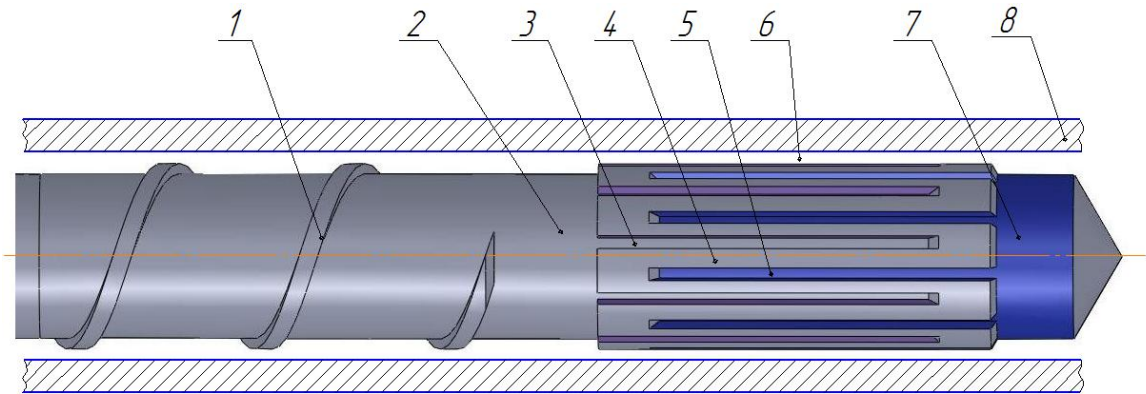
6 У зв'язку з великою в'язкістю полімерів $Re \ll 1$ і рух вважається ламінарним.

Для розв'язання задач змішування і гомогенізації спочатку розв'язується задача розподілу швидкостей та стану рідини, а потім на її основі – задачі тепло- та масообміну шляхами конвекції та дифузії.

Кінематика руху багатофазного середовища досліджується з позиції Ейлера, тобто висновки базуються на розгляді процесу в даній точці простору з координатами x^1, x^2, x^3 . Швидкість руху окремої фази визначається по її витраті за одиницю часу крізь одиницю площі перерізу каналів, де рухається фаза.

Одним із розповсюджених варіантів конструкцій змішувачів є бар'єрний змішувач петлевого типу (рис. 3.48). Було проведено числове моделювання

процесів змішування та температурної гомогенізації в ньому. Змішувач включає в себе вхідний кільцевий канал 2, вхідне 3 та вихідне 5 поглиблення, розділені між собою бар'єрним гребенем 4. При протіканні матеріалу із вхідного поглиблення в вихідне поглиблення через бар'єрний гребень і зазор 6 розплав піддається зсувним деформаціям, за рахунок чого відбувається диспергувальне змішування. З вихідного поглиблення розплав потрапляє в вихідний циліндричний кільцевий канал 7.



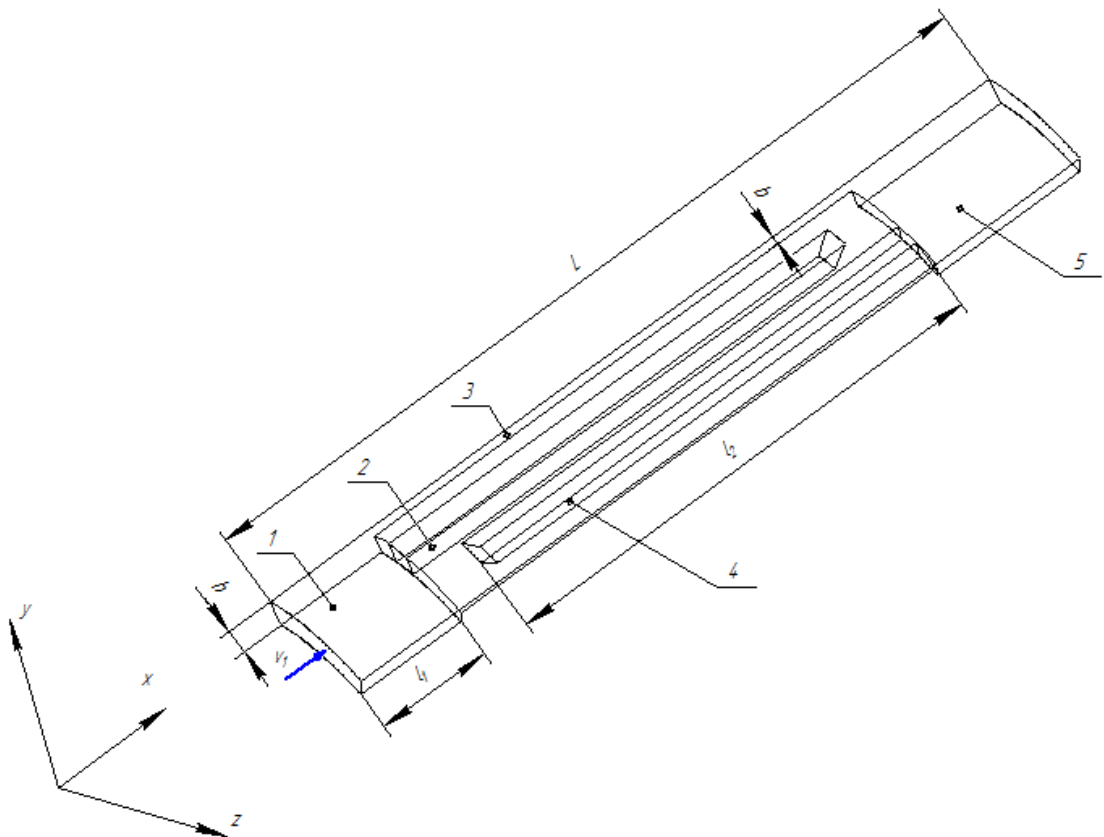
- 1 – шнекова нарізка; 2 – вхідний кільцевий канал; 3 – вхідне поглиблення;
 4 – бар'єрний гребень; 5 – вихідне поглиблення; 6 – зазор між бар'єрним
 гребенем і корпусом екструдера; 7 – вихідний кільцевий канал;
 8 – корпус екструдера

Рисунок 3.48 – Змішувач бар'єрного типу

Бар'єрний змішувач призначений для здійснення якісного змішування та гомогенізації, тобто усереднення значень концентрацій компонентів, в'язкості і температури по об'єму полімеру.

Як об'єкт моделювання розглядався сегмент змішувача, розрахункова схема якого відображена на рис. 3.49. Сегмент містить два поглиблення, зміщених одне відносно одного та розділених бар'єром, який утворює з корпусом кільцевий щілинний зазор для перетікання розплаву полімеру з вхідного поглиблення у вихідне. Вихідні дані: $L = 90$ мм, $h = 2,5$ мм, $b = 1$ мм, $V_I = 20$ мм/с, $l_1 = 15$ мм, $l_2 = 55$ мм.

Схему розбивки сегменту бар'єрного змішувача на скінченні елементи наведено на рис. 3.50.



1 – вхідний кільцевий канал; 2 – вхідне поглиблення; 3 – зазор між бар’єрним гребенем та корпусом; 4 – вихідне поглиблення; 5 – вихідний кільцевий канал

Рисунок 3.49 – Розрахункова схема сегменту змішувача

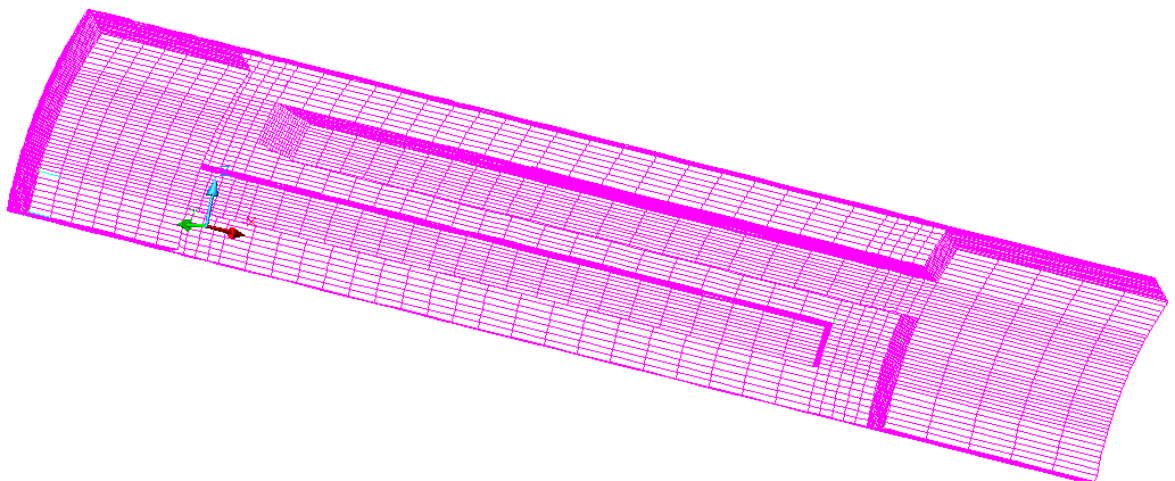


Рисунок 3.50 – Розрахункова схема сегменту бар’єрного змішувача

Дослідження течії в змішувачі проведені на прикладі поліетилену високого тиску ПЕ2040-ЕК.

Для виконання числових експериментів з моделювання процесу течії полімеру в бар'єрному змішувачі прийняті такі граничні умови. На всіх зовнішніх поверхнях змішувача, окрім вихідної та бокових, задавались закріплення в 3-х напрямках, а на бокових тільки в 2-х для можливості руху розплаву вздовж осі обертання. На бокових гранях сегменту задаються обертові швидкості, значення яких по радіусу розподіляється за лінійним законом. На вхідному кільцевому каналі задавались витрати, що складають $Q = 45$ кг/год.

На граничних шарах швидкості дорівнюють нулю, тобто виконується умова прилипання: $V_{cp} = 0$. Обертовий рух завдавався на зовнішній грані модельованого сегменту змішувача.

Розплав полімеру, який надходить до змішувача, набуває заданого значення температури. Тому в числовому моделюванні на вхідній грані задавалось значення температури у зоні дозування, яка в даному дослідженні приймалась рівною $T = 180$ °С. Дослідження розподілу температур проводили при двох умовах: адіабатичній та термостатування стінок, коли температура стінок постійна і дорівнює $T_{zg} = 200$ °С.

Дослідження проводились за різних умов термостатування стінок:

- 1) температура постійна тільки на зовнішній поверхні змішувача;
- 2) температура постійна і на зовнішній, і внутрішній поверхнях.

Розглянемо розподіл температур в кільцевому зазорі b змішувача в адіабатичних умовах (рис. 3.51). Температура розплаву полімеру в середньому шарі кільцевого зазору висотою $b = 1$ мм на довжині 70 мм зростає з 180 °С до 212 °С. Вказане підвищення температури пояснюється виділенням дисипативного тепла, тому в змішувальній зоні обладнані потрібно відводити тепло для запобігання перегріву й деструкції полімеру.

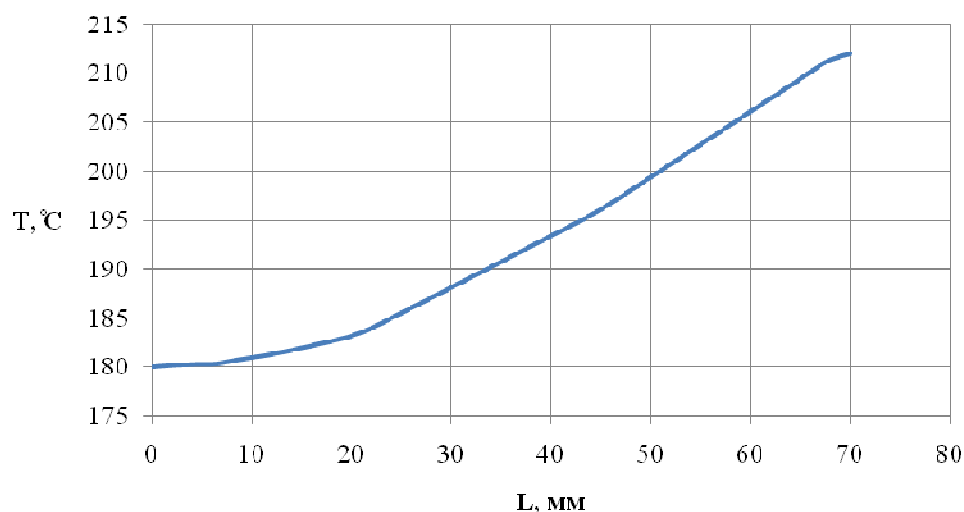


Рисунок 3.51 – Розподіл температури в розплаві полімеру по довжині циліндричного зазору

Результати числових досліджень впливу середньої швидкості течії полімеру в зазорі b змішувача на інтенсивність зміни його температури наведено на рис. 3.52. Зі збільшенням поздовжньої швидкості течії полімеру вздовж осі відбувається інтенсивніше підвищення температури: на довжині 70 мм за швидкості 20 мм/с воно становить 31 °С, а за швидкості 40 мм/с – 62 °С.

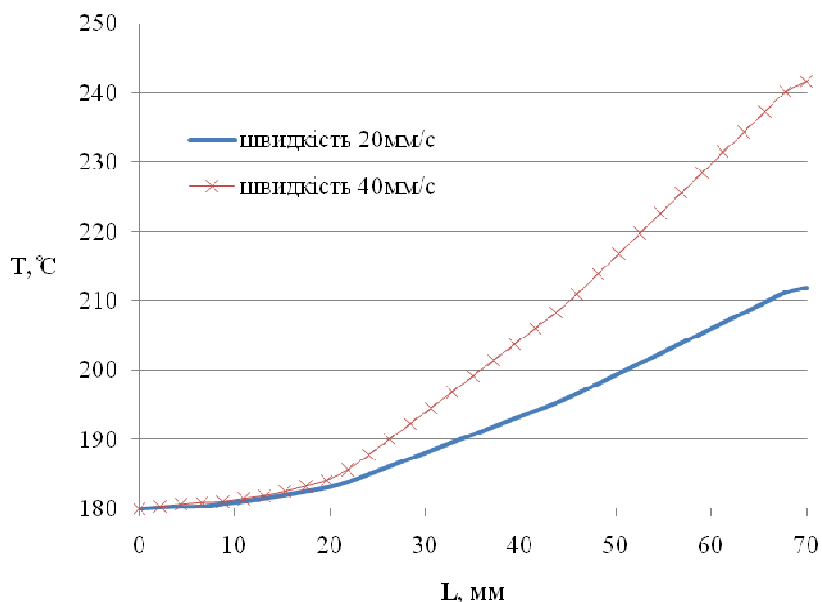


Рисунок 3.52 – Залежність температури розплаву від середньої поздовжньої швидкості течії полімеру в коаксіальному зазорі за адіабатичних умов

Проведені числові дослідження показали, що в діапазоні швидкостей 0–40 мм/с підвищення температури відбувається прямо пропорційно збільшенню швидкості.

У процесі течії полімеру в зазорі b температура зростає інтенсивніше за його більшої швидкості, що вказує на підвищення інтенсивності дисипативної енергії. У зазорі висотою $h = 1$ мм зростання температури відбувається інтенсивніше, ніж у зазорі висотою $b = 2,5$ мм, що пояснюється зростанням швидкості зсувних деформацій, які спричиняють зростання температури.

На наступному кроці дослідження розплаву полімеру в зазорі було надано обертового руху внаслідок обертання зовнішньої поверхні змішувача за термостатичних умов на всіх зовнішніх гранях зазору, окрім бокових, вхідної та вихідної граней досліджуваного сегмента. Значення обертової швидкості зовнішнього циліндра становило $\omega = 5$ рад/с, що в 5 разів перевищує значення поздовжньої швидкості течії полімеру.

На рис. 3.53 наведено результати числових досліджень розподілу температури в зазорах h і b з урахуванням термостатичних умов.

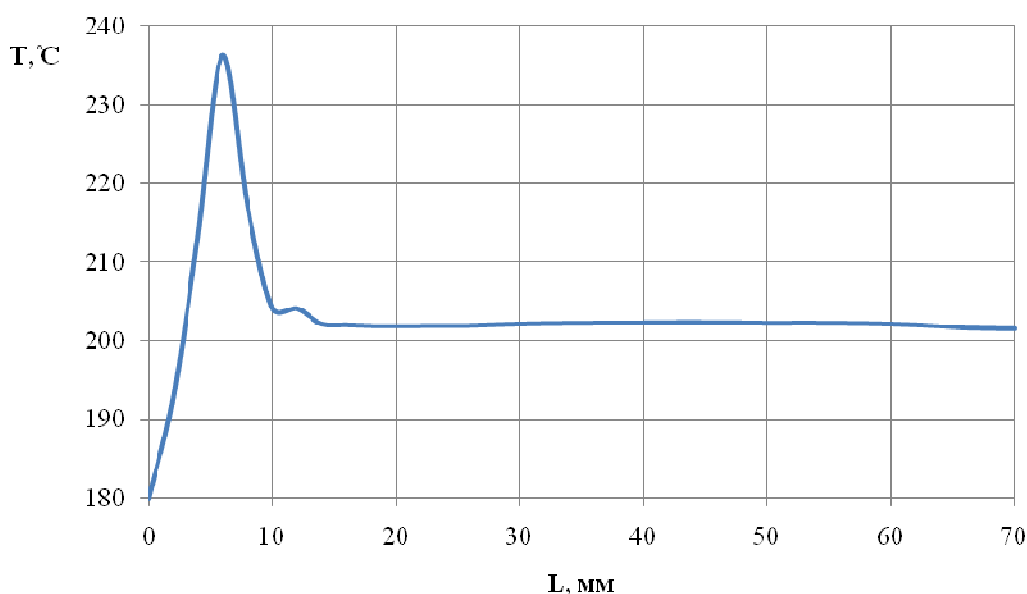


Рисунок 3.53 – Розподіл температур в зазорі в умовах термостатування стінок

Температура на відстані 8 мм від входу перед зниженням висоти каналу з $h = 2,5$ мм до $b = 1$ мм різко підвищилась з 180 °C до 238 °C. Це свідчить про те,

що перед входом в зазор b утворюється застійна зона, де відбувається накопичення зсувних напружень, яке у свою чергу призводить до підвищення температури.

Розподіл температур полімеру по висоті вихідного поглиблення h представлений на рис. 3.54.

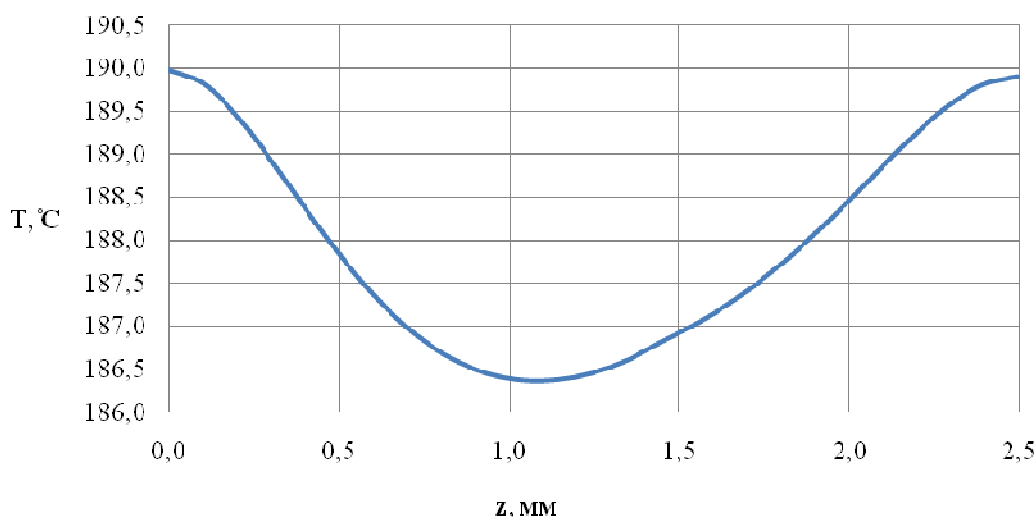


Рисунок 3.54 – Розподіл температур в розплаві полімеру по висоті вихідного поглиблення h

Найбільших значень температура розплаву сягає біля стінок, оскільки там вона задана граничними умовами 1-го роду.

В ядрі потоку температура розплаву збільшується з $T = 180\text{ }^\circ\text{C}$ до $T = 186,5\text{ }^\circ\text{C}$, що пояснюється дисипативним перетворенням механічної енергії в теплову й переносом тепла від стінок за рахунок конвекції й теплопровідності.

На рис. 3.55 наведено порівняння розподілів температур по довжині змішувача в середині зазору b за термостатичних і адіабатичних умов при поздовжньому русі полімеру. По довжині змішувача температура збільшується за рахунок виділення енергії дисипації і теплопередачі від зовнішньої поверхні. У зоні зменшення каналу з h на b температура починає інтенсивніше зростати, за рахунок збільшення деформації зсуву.

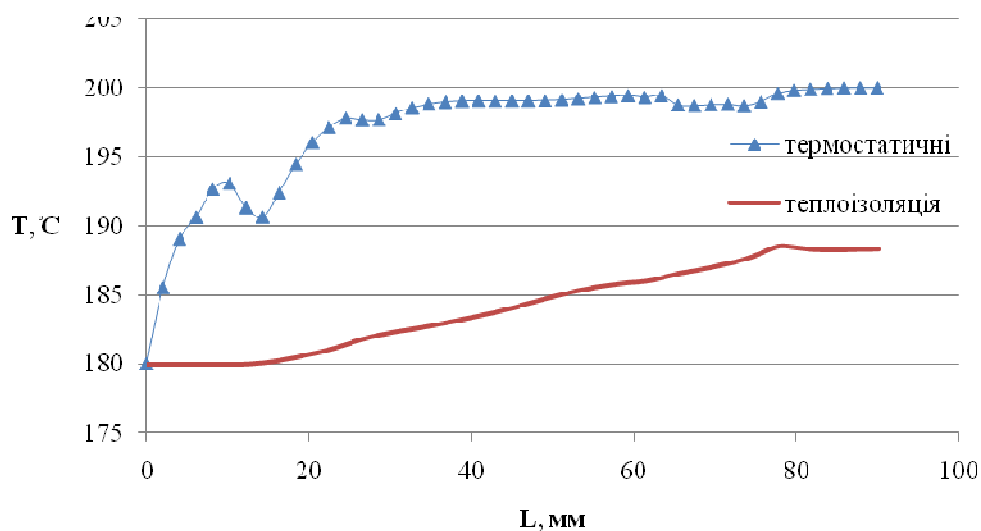


Рисунок 3.55 – Розподіл температури розплаву полімеру в змішувачі за термостатичних і адіабатичних умов при поздовжньому русі

У вхідному кільцевому каналі на ділянці l_1 температура розплаву починає збільшуватись, і на ділянці $(L-l_1) = 20$ мм зазору b значення температури підвищується за рахунок збільшення швидкості руху в зазорі і зменшення його висоти з 2,5 мм до 1 мм. У зоні розташування вхідних та вихідних поглиблень бар'єра, температура за термостатичних умов починає зростати інтенсивніше: на довжині 70 мм зі $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $186,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ за рахунок збільшення швидкостей зсуву, теплопередачі розплаву та конвекції.

На відміну від умов термостатування температура за адіабатичних умов на вхідному кільцевому зазорі змінюється більш інтенсивно: на довжині 20 мм – з $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $195\text{ }^{\circ}\text{C}$, а на ділянці 70 мм зазору b значення температури близьке до $200\text{ }^{\circ}\text{C}$. Це пояснюється тим, що в малих зазорах тепло розподіляється майже цілком за рахунок теплопровідності, і температура розплаву стає майже рівною температурі стінок.

За допомогою числового моделювання досліджено розподіл швидкостей в змішувачі. У вхідний кільцевий канал сегмента змішувача подається розплав полімеру зі швидкістю $V_1 = 20\text{ мм/с}$, що відповідає заданим витратам $Q = 45\text{ мм/с}$. Обертний рух навколо подовжньої осі надавався зовнішній грані, обертова швидкість складала $\omega = 5\text{ рад/с}$. Реологічні та теплофізичні властивос-

ті аналогічні попереднім дослідженням. На рис. 3.56 зображено розподіл поздовжніх швидкостей V_1 в спектральному вигляді.

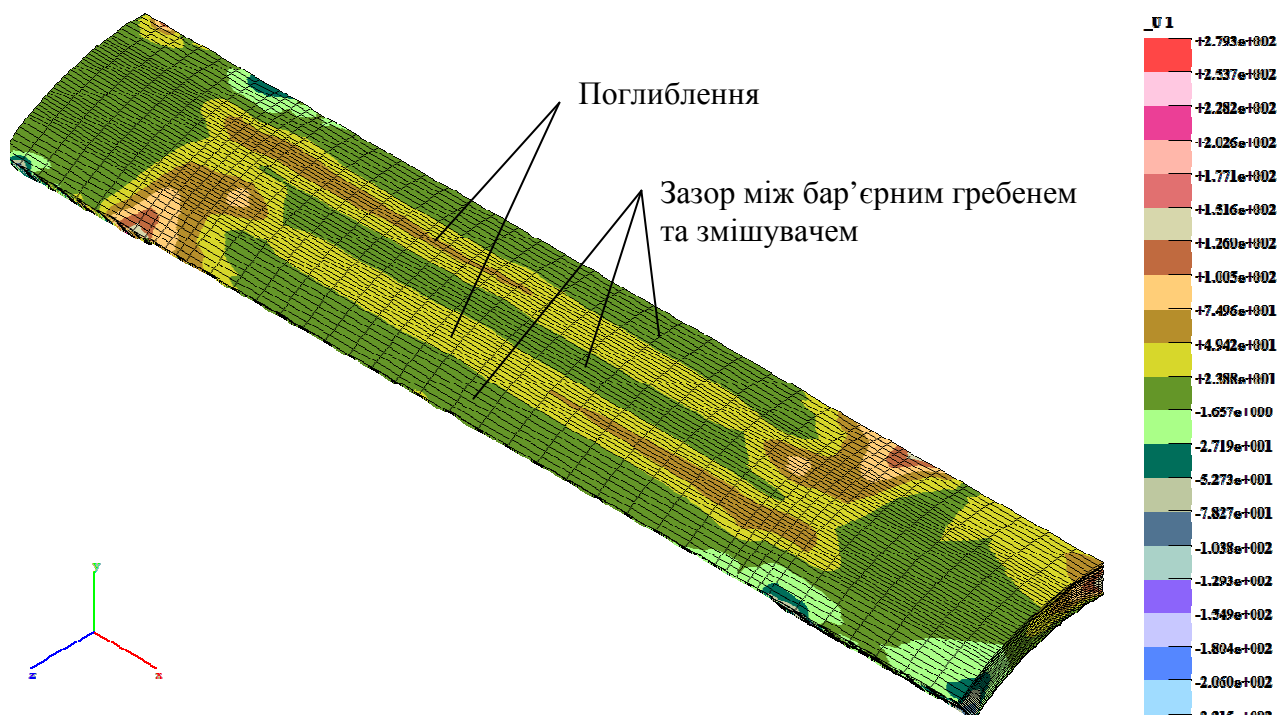


Рисунок 3.56 – Епюра розподілу поздовжніх швидкостей руху полімеру V_1 у сегменті змішувача

З епюри на рис. 3.56 видно, що в поглибленнях полімер рухається швидше, ніж в зазорі між бар'єрним гребенем та циліндром. Значення максимальної швидкості в поглибленні складає $V_1 = 83$ мм/с, а в зазорі $V_1 = 15$ мм/с. тобто розплав рухається переважно в зазорах, які становлять менший гідравлічний опір.

На виході з поглиблення у вихідний кільцевий зазор швидкості усереднюються за рахунок наявності колової швидкості та створення потоків у радіальному напрямі. На рис. 3.57 представлена епюра розподілу колових швидкостей V_3 .

З епюри видно, що крізь бар'єрний гребень відбувається перетікання полімеру. Порівнюючи розрахункові швидкості V_3 над бар'єром та поглибленнями, встановлено, що різниця між ними сягає до 40 мм/с, що свідчить про виникнення значних деформацій зсуву в зазорі між бар'єрним гребенем та корпусом.

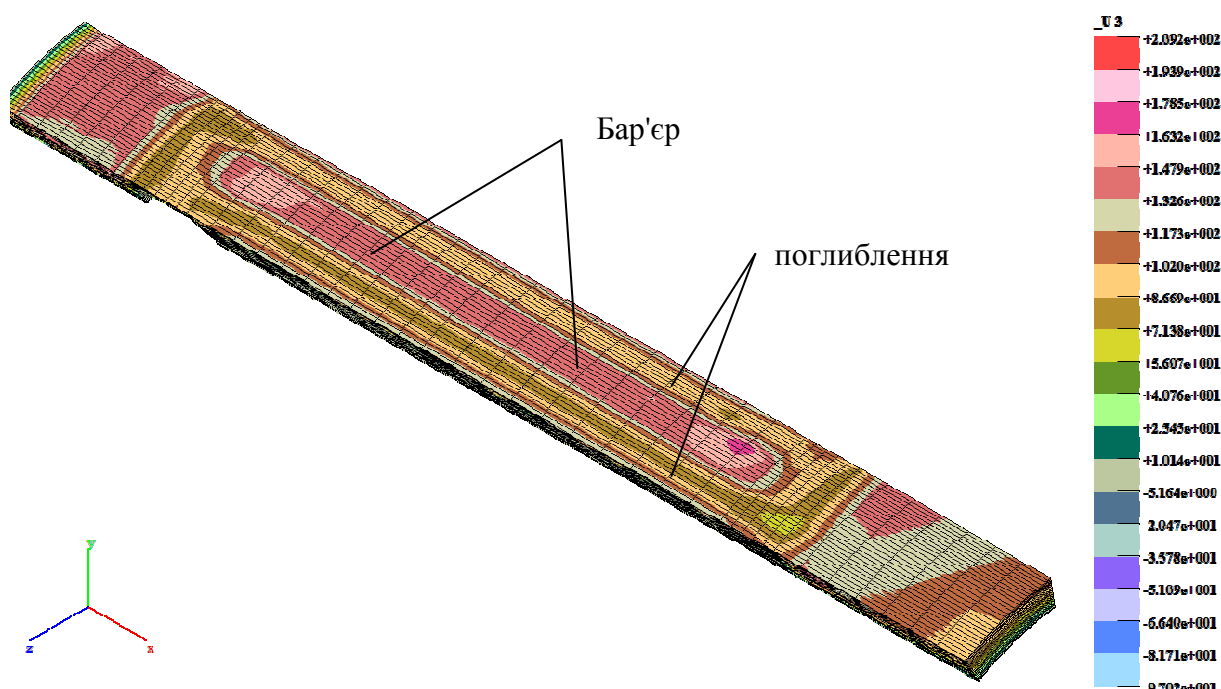


Рисунок 3.57 – Епюра розподілу колових швидкостей V_3

Аналіз розподілу швидкостей в змішувачі підтверджує, що основний потік полімеру почергово ділиться на декілька підпотоків з послідуочим злиттям, що свідчить про наявність розподільчого змішування. Збільшення колової швидкості над бар'єром свідчить також про виникнення додаткових деформацій зсуву в розплаві полімеру, які спричиняють дотичні напруження, що в свою чергу сприяє диспергувальному змішуванню та процесу гомогенізації.

Водночас збільшення швидкості деформацій зсуву русі розплаву полімеру в змішувачі спричиняє зростання значення енергії дисипації. Оскільки течія полімеру моделюється за адіабатичних умов, то тепло, що накопичується у полімері в змішувачі, не буде відводитися крізь поверхні, а лише виходити з основним потоком. Отримані результати моделювання показують, що зі збільшенням довжини змішувача температура зростає, викликає значення За колових швидкостей, що дорівнюють $V_{\text{кол}} = 110$ об/с, відбувається зростання температури від 180°C до значення 300°C , що неприпустимо для реального полімеру. Тому в процесах переробки полімерів обов'язково необхідно контролювати температуру розплаву в зоні змішування та коригувати температуру стінок обладнання з можливістю їхнього охолодження.

Виконано також дослідження розподілу температур в розплаві полімеру за умов термостатування стінок. На зовнішній грані задавались теплові граничні умови першого роду, за якими температура дорівнює $T = 200\text{ }^{\circ}\text{C}$. Розподіл температури на виході зі змішувача по висоті зазору h показано на рис. 3.58.

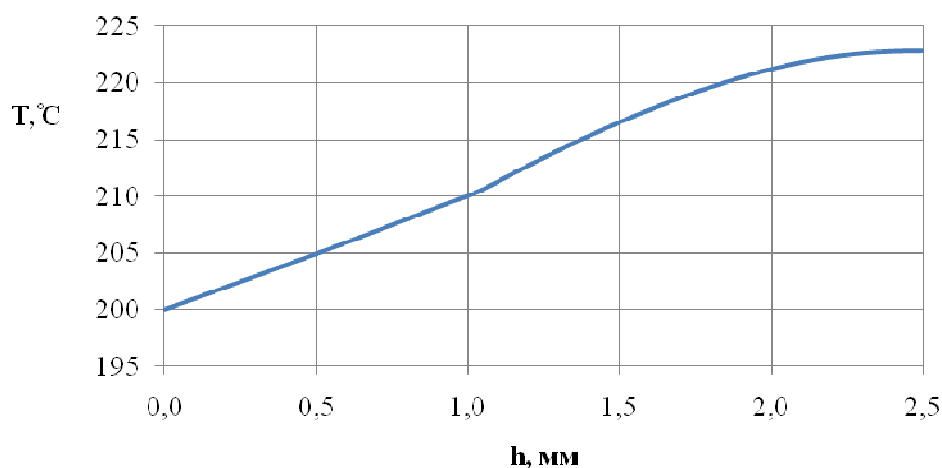


Рисунок 3.58 – Розподіл температури по товщині зазору h на виході зі змішувача

З рис. 3.58 видно, що температура в розплаві за умови термостатування ззовні зросла на $43\text{ }^{\circ}\text{C}$ по відношенню до початкового значення. Розподіл температури в розплаві відбувається за рахунок конвективного теплообміну і теплопровідності полімеру.

Це твердження доводиться за результатами досліджень розподілу температур по висоті зазору h зі змінною коефіцієнту теплопровідності розплаву λ . Це дає змогу встановити, в якій мірі залежить розподіл температури від дії конвекції та теплопровідності. Розподіл для різних значень коефіцієнту теплопровідності наведено на рис. 3.59. З графіка видно, що коефіцієнт теплопровідності впливає на розподіл температури: чим більше його значення, тим краще відбувається процес теплообміну по товщині зазору. Наприклад, для двох значень теплопровідності одного матеріалу $\lambda = 2,5\text{ Дж/мм}^2\cdot\text{К}$ та $\lambda = 5\text{ Дж/мм}^2\cdot\text{К}$ температура на внутрішній поверхні змішувача відрізняється на $10\text{ }^{\circ}\text{C}$.

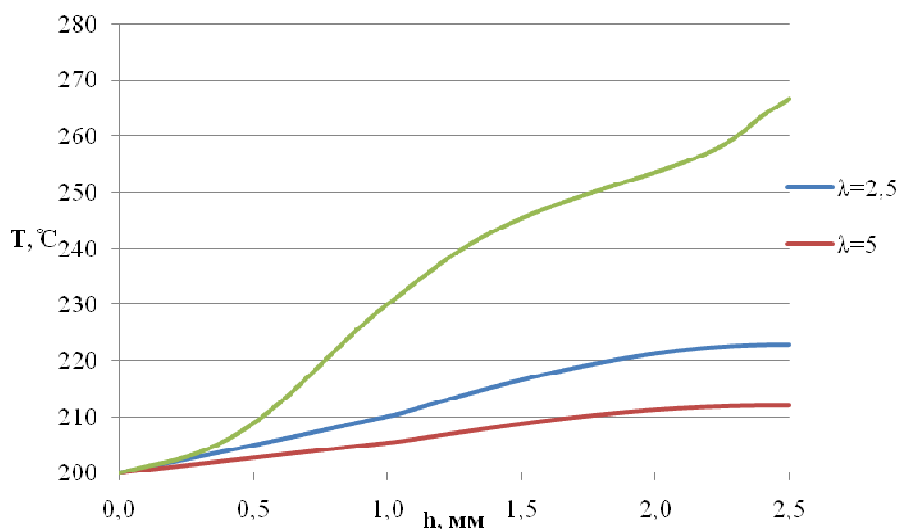


Рисунок 3.59 – Розподіл температури розплаву по товщині зазору h для різних значень коефіцієнту теплопровідності λ

Дослідження за умов термостатування ззовні показали, що в процесі течії розплаву в бар'єрному змішувачі з боку змішувача відбувається зростання температури до тих значень, які недопустимі для даного полімеру. Тому необхідно також термостатувати змішувач з боку шнека. На рис. 3.60 зображено розподіл температури на виході з змішувача за умов термостатування на зовнішній та внутрішній поверхнях.

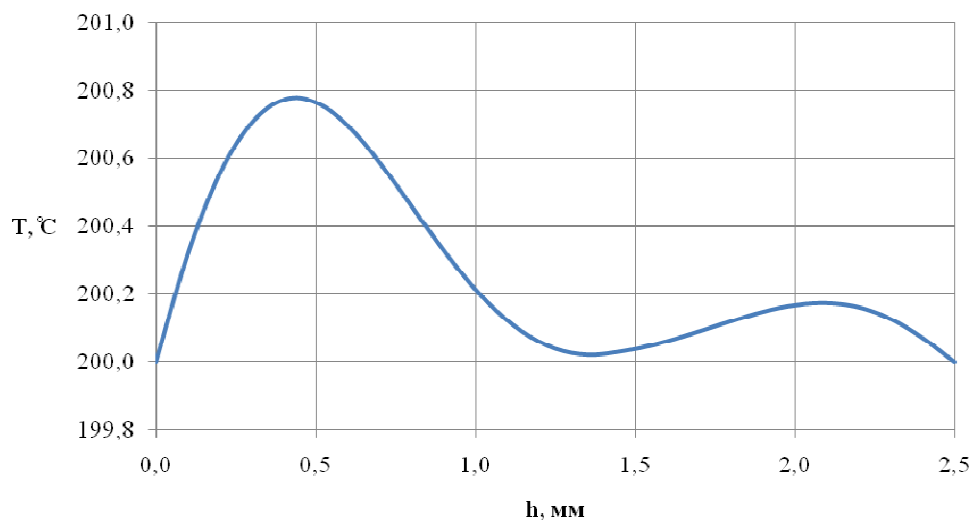


Рисунок 3.60 – Розподіл температури в розплаві полімеру по товщині зазору h на виході зі змішувача за умов термостатування на зовнішній та внутрішній поверхнях

З графіка видно, що за умов термостатування змішувача ззовні та середини різниця температур по товщині зазору невелика і сягає менш 1°C , тобто досягається майже повна рівномірність температур по товщині на виході зі змішувача. Максимум температури проявляється біля внутрішньої поверхні, тому що розплав полімеру там рухається менш інтенсивно, ніж біля зовнішньої, і за рахунок накопичення в ньому зсувних деформацій, малого коефіцієнта теплопровідності та менш інтенсивного контакту зі стінкою відбувається зростання температури.

З метою дослідження ефективності використання динамічних змішувачів бар'єрного типу числове моделювання проводиться за умов введення диспергованого матеріалу у вхідний кільцевий зазор змішувача за схемою, наведеною на рис. 3.61.



Рисунок 3.61 – Схема введення у вхідний кільцевий зазор змішувача диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище

Схему змішувача з модельованими розмірами показано на рис. 3.62.

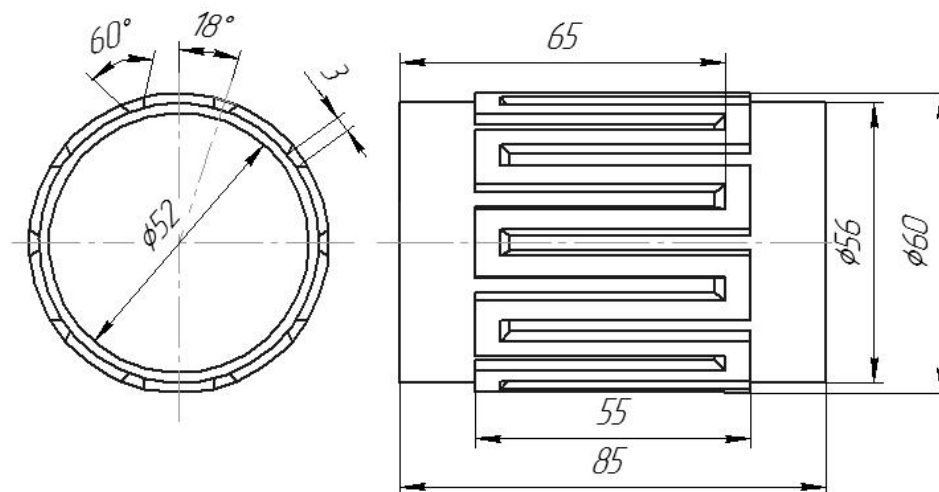


Рисунок 3.62 – Схема динамічного змішувача бар'єрного типу

Для дослідження задачі розподілу швидкостей течії та температури в каналах бар'єрного змішувача в цілому проводилися серії числових експериментів. Для створення проєкту було підібрано раціональну густоту сітки скінченних елементів з умов збіжності, задано механічні та теплові граничні умови.

Схема розбивки бар'єрного змішувача петльового типу на скінченні елементи представлена на рис. 3.63. Кількість елементів 100953, вузлів – 7863.

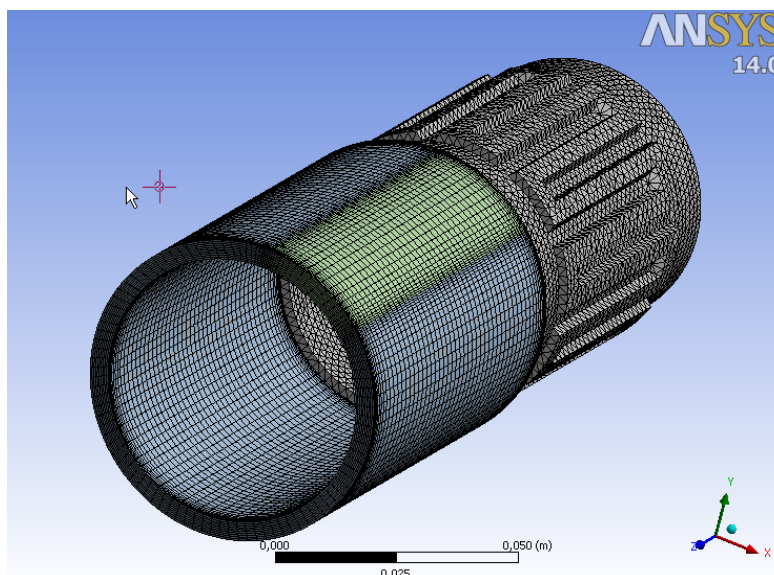


Рисунок 3.63 – Розрахункова схема бар'єрного змішувача

Моделювання проводиться з наданням швидкості обертання саме внутрішньому циліндру, а корпус вважається нерухомим. Граничними умовами враховувалось прилипання матеріалу на стінках (швидкість матеріалу дорівнює швидкості стінок) та його проковзування при різних швидкостях обертання.

Розрахунки проведені для одного типу матеріалу ПЕВГ 15803-020. Реологічні і теплофізичні властивості матеріалу взяті при температурі $463K$ і відповідають таким значенням: густина $\rho = 975 \text{ кг/м}^3$, теплоємність $c_p = 2,0 \text{ кДж/(кг} \cdot K)$, коефіцієнт теплопровідності $\lambda_T = 0,7 \text{ Вт/м} \cdot K$. В'язкість задавалась за законом Carreau–Yasuda.

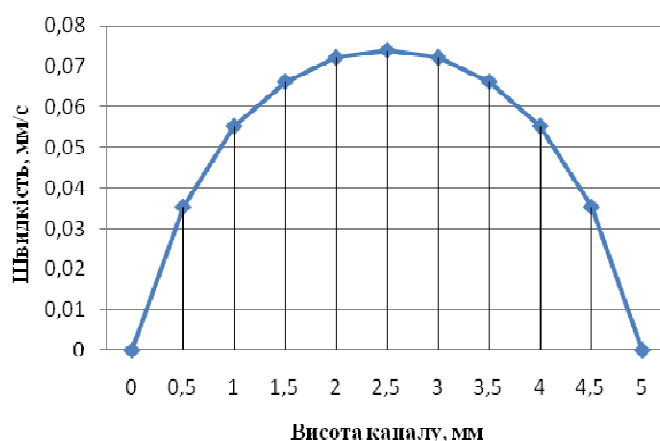
Закон змінення в'язкості від швидкості зсуву для даного матеріалу має вигляд

$$\mu = 0 + (0,1130877 \cdot 10^6 - 0) \cdot \left[1 + \left(3,108567 \cdot \dot{\gamma} \right)^{0,2620345} \right]^{((0,3624159-1)/0,2620345)}$$

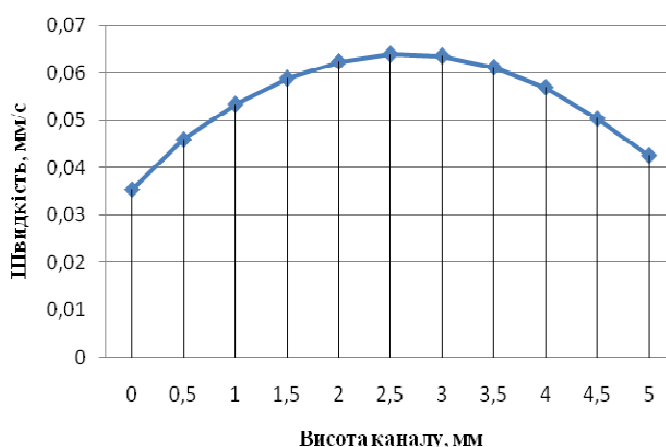
За умов прилипання на граничних шарах швидкості дорівнюють нулю, виконується умова $V_{\text{гр}} = 0$. Довжину вхідної кільцевої ділянки вибрано такою, щоб на вході в зону бар'єрного змішувача виконувалась умова параболічного розподілу швидкостей. Було проведено числові дослідження для течії матеріалу в циліндричному зазорі товщиною 5 мм і швидкістю $V = 60$ мм/с.

Також було проведено низку числових досліджень для встановлення розподілу швидкостей з врахуванням коефіцієнта проковзування на стінці, що базувались на дослідженнях, проведених в працях [110, 158–160], де експериментальним та розрахунковим шляхом визначався коефіцієнт пристінного тертя.

Порівняння розподілу швидкостей для обох граничних умов показано на рис. 3.64.



а



б

а – за умов прилипання; *б* – за умов проковзування

Рисунок 3.64 – Епюри швидкості в кільцевому зазорі

Температурні умови задавались як показано на рис. 3.65.

Температура диспергованого матеріалу: $t_1 = 363^\circ\text{K}$; температура дисперсійного середовища: $t_2 = 463^\circ\text{K}$; температура змішувача: $t_{3M} = 463^\circ\text{K}$; температура корпусу: $t_K = 463^\circ\text{K}$.

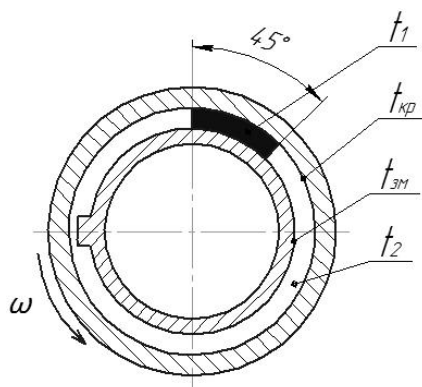
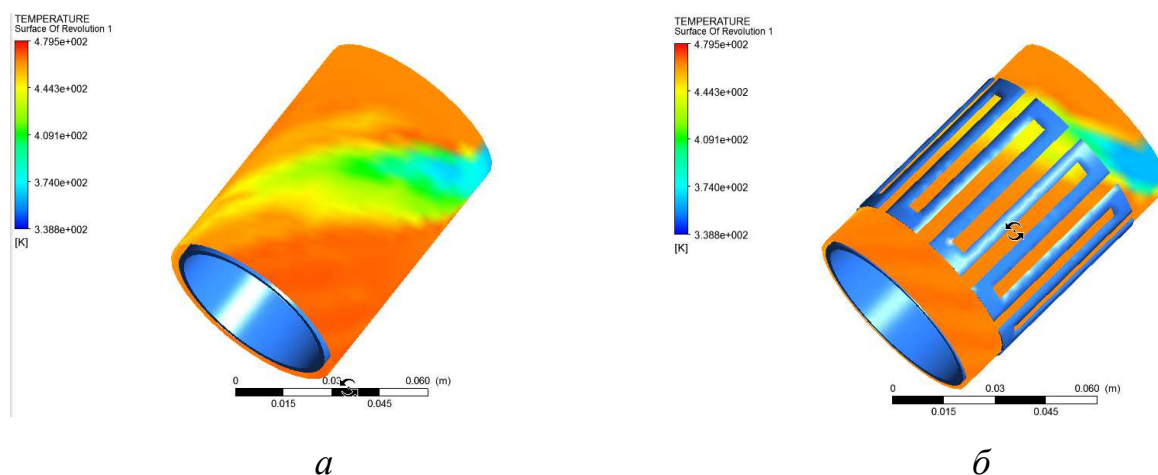


Рисунок 3.65 – Схема температурних граничних умов

Для оцінки розподілу температурного поля в робочих зазорах бар'єрного змішувача за умови прилипання дослідження проводили в різних площинах по висоті зазору між корпусом та гребенем і корпусом та ротором. На рис. 3.66 наведено результати досліджень розподілу температур суміші в площинах на відстанях 0,5мм (рис. 3.66,а) та 2,5мм (рис. 3.66,б) мм від внутрішньої поверхні корпусу та розподіл температур компонентів у перерізі робочого зазору в місті набігання на бар'єр диспергованого матеріалу (рис. 3.67) за швидкості обертання 60 об/хв.



а

б

а – на висоті 0,5 мм від внутрішньої поверхні корпусу;

б – на висоті 2,5 мм від внутрішньої поверхні корпусу

Рисунок 3.66 – Розподіл температур суміші в поздовжніх циліндричних перерізах робочого каналу бар'єрного змішувача

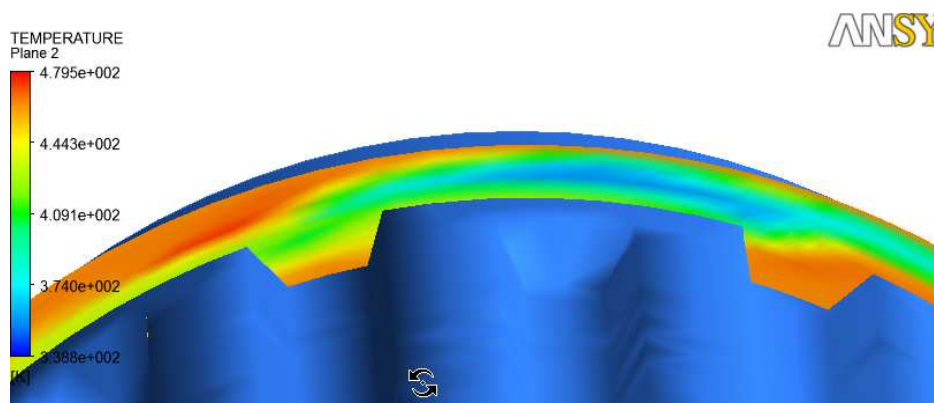
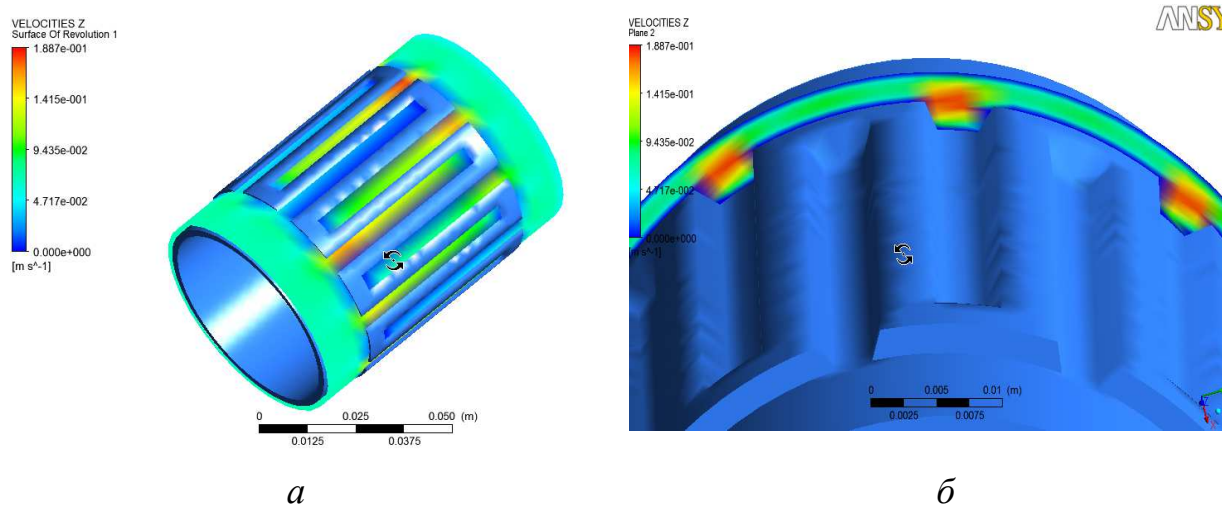


Рисунок 3.67 – Розподіл температур суміші в поперечних перерізах робочого каналу бар'єрного змішувача

Представлені результати числових досліджень свідчать про те, що при набіганні на бар'єри та в каналах, які вони утворюють, спостерігається інтенсивний перерозподіл температури диспергованого матеріалу. Це вочевидь спричинено зміною режиму течії матеріалу в каналах, утворених бар'єрними петлями (рис. 3.68,*а*), в зазорах над ними та за ними (рис. 3.68,*б*).



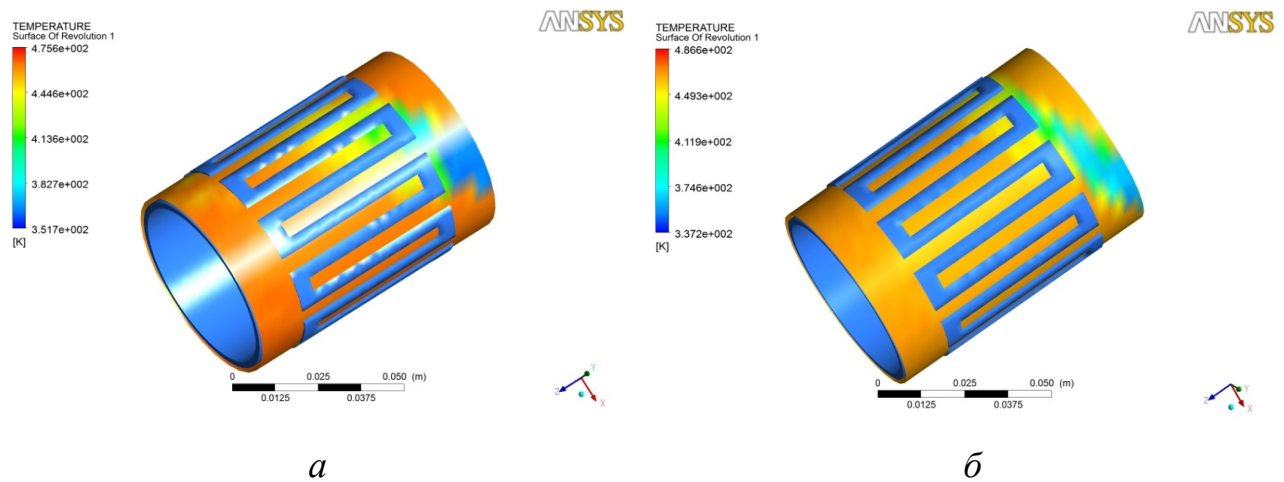
а – в площині на відстані 2,5мм від внутрішньої поверхні корпусу;

б – в поперечному перерізі

Рисунок 3.68 – Розподіл повздовжніх швидкостей суміші в поздовжньому циліндричному та поперечному перерізах робочого каналу бар'єрного змішувача

На рис. 3.69 наведено також результати досліджень розподілу температур суміші в площинах на відстанях 2,5 мм від внутрішньої поверхні корпусу та розподіл температур компонентів у вихідному перерізі робочого зазору змішувача за швидкості обертання 30 об/хв (рис. 3.69,*а*) і 90 об/хв (рис. 3.69,*б*). Мож-

на помітити, що зі збільшенням швидкості обертання диспергований матеріал потрапляє в більшу кількість каналів та зазорів і якісний розподіл температур на виході відповідно змінюється.



a – $\omega = 30$ об/хв; *б* – $\omega = 90$ об/хв

Рисунок 3.69 – Розподіл температур суміші в поздовжніх циліндричних перерізах робочого каналу за різних швидкостей обертання

Результати числових досліджень бар'єрного змішувача за умов прилипання приведені в табл. 3.2. Середня температура в цьому разі змінюється рівномірно, тобто зі збільшенням частоти обертання її значення у вихідному перерізі змішувача збільшується приблизно на 1 К.

Таблиця 3.2 – Значення середньої і різниці температур в змішувачі бар'єрного типу за умов прилипання

Розміщення поперечного перерізу по довжині змішувача	Максимальна різниця температур у вузлових точках перерізу ΔT , К			Середня температура суміші $T_{сер}$, К		
	Швидкість обертання					
L , м	30 об/хв	60 об/хв	90 об/хв	30 об/хв	60 об/хв	90 об/хв
0	100	100	100	444,1	444,1	444,1
0,017	115,68	115,68	118,27	453,8	456,06	457,67
0,034	87,46	76,57	77,48	459,05	461,24	462,31
0,051	59,19	46,03	43,91	462,34	463,09	464,01
0,068	41,73	30,01	22,37	463,28	464,01	465,01
0,085	25,08	21,31	15,36	463,81	464,9	466,46

Графіки розподілу середньої температури в поперечних перерізах по довжині бар'єрного змішувача за різних швидкостей обертання показано на рис. 3.70.

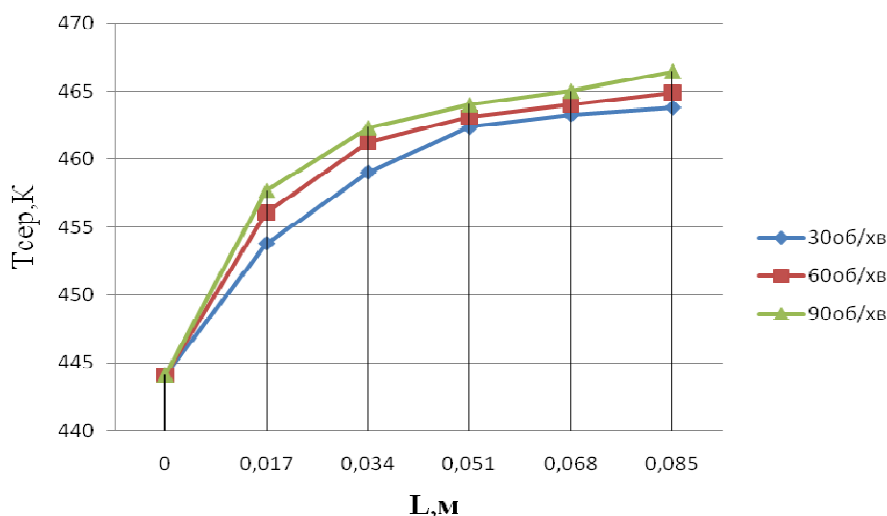


Рисунок 3.70 – Графік розподілу середньої температури в поперечних перерізах по довжині бар'єрного змішувача за умов прилипання

Як видно із рис. 3.70, змінення середньої температури по довжині петльового змішувача на ділянці від 0 м до 0,04 м відбувається досить швидко. Це пов'язано з входом в гребені змішувача холодних компонент і швидким їх розподілом в гарячих.

Результати досліджень ефективності використання бар'єрного змішувача за умов прилипання представлені на рис. 3.71. На вхідній зоні змішувача спостерігається підвищення різниці температур компонентів. Очевидно це зумовлено ефектом входу полімеру в бар'єрні зазори і розподільчі повздовжні канали, в яких швидкості зсуву відрізняються на декілька порядків. Це зумовлює дисипацію енергії в зазорах між гребенями і корпусом, в яких перебуває біля 88 % дисперсійного середовища з початковою температурою 463 К і 12 % диспергованого матеріалу з вхідною температурою 363 К. Очевидно все це зумовило підвищення максимальної різниці температур в суміші зі 100 К до 118 К. При подальшому проходженні суміші по каналах змішувача різниця температур в кожному з його послідовних перерізів зменшується. Мінімального зна-

чення різниці температур полімерної суміші у вихідному кільцевому перерізі змішувача досягає за швидкості обертання 90 об/хв і становить 15 К. Зменшення швидкості обертання змішувача з 90 об/хв до 30 об/хв призводить до підвищення різниці температур на виході з нього до 25 К. Якість отриманої суміші за оцінкою по співвідношенню початкової і кінцевої різниці температур її компонентів у вхідному та вихідному перерізах за зміни частоти обертання від 30 об/хв до 90 об/хв збільшилась від 4 до 6,6 разів.

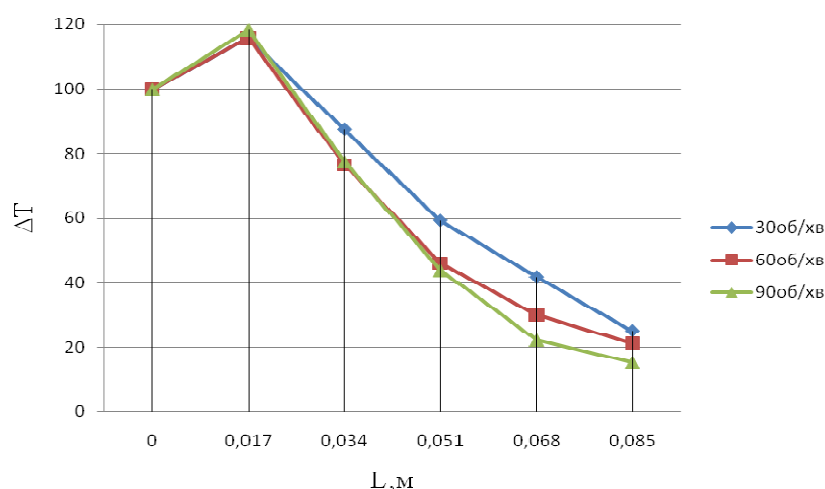
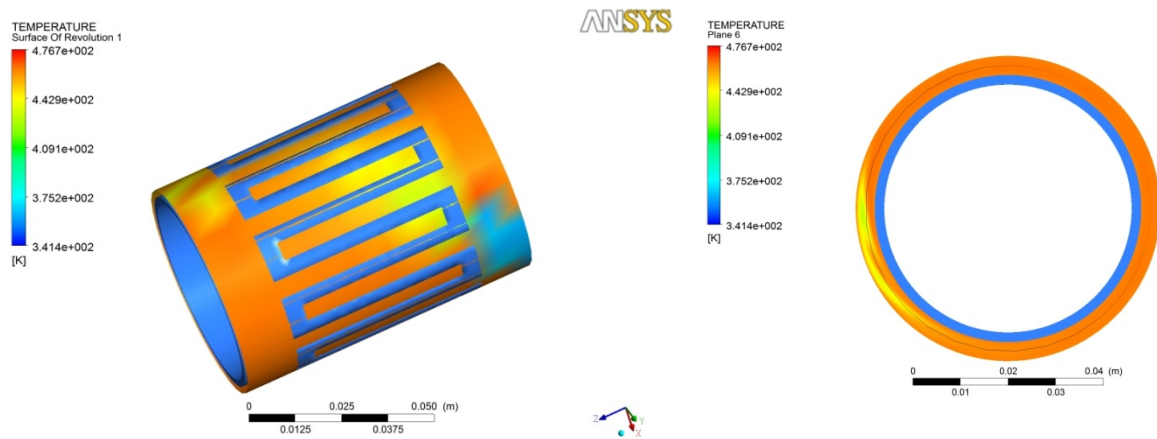


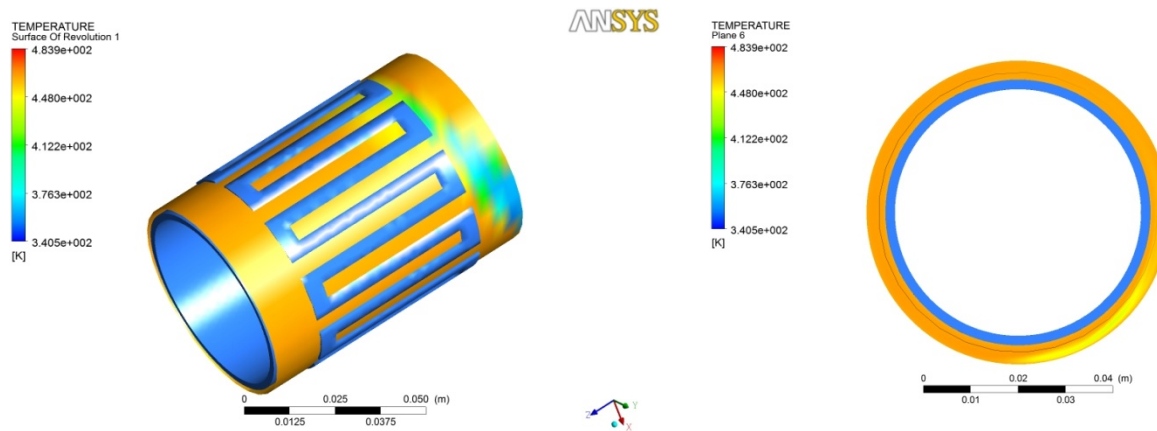
Рисунок 3.71 – Графік розподілу різниці температур в поперечних перерізах по довжині бар'єрного змішувача за умов прилипання

Для оцінки розподілу температурного поля в робочих зазорах бар'єрного змішувача за умов проковзування дослідження проводили в різних площинах по висоті зазору між корпусом та гребенем і корпусом та ротором. На рис. 3.72 наведено результати досліджень розподілу температур суміші в площинах на відстані 2,5 мм від внутрішньої поверхні корпусу та розподіл температур компонентів у вихідному перерізі зазору змішувача за різних швидкостей обертання.

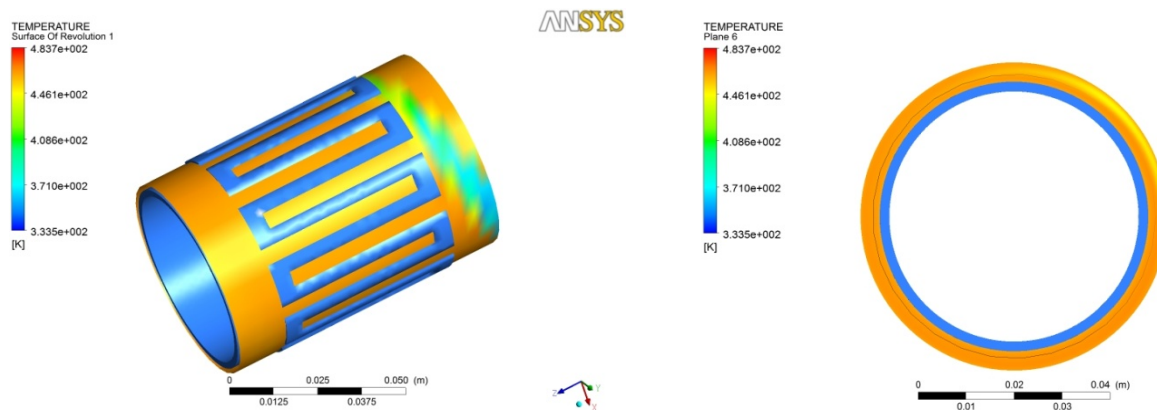
Результати чисельних досліджень для петльового змішувача за умов проковзування представлені в табл. 3.3. Змінення середньої температури суміші, на відміну від умов прилипання, відбувається не рівномірно. Зі збільшенням частоти обертання її значення у вихідному перерізі залишається практично незмінним і становить приблизно 462 К.



a



б



в

$a - \omega = 30$ об/хв; $б - \omega = 60$ об/хв; $в - \omega = 90$ об/хв

Рисунок 3.72 – Розподіл температур суміші в поздовжніх циліндричних перерізах та у вихідних поперечних перерізах за різних швидкостей обертання

Таблиця 3.3 – Значення середньої і різниці температур в змішувачі бар'єрного типу за умов проковзування

Розміщення поперечного перерізу по довжині змішувача	Максимальна різниця температур у вузлових точках перерізу ΔT , К			Середня температура суміші $T_{сер}$, К		
	Швидкість обертання					
L , м	30 об/хв	60 об/хв	90 об/хв	30 об/хв	60 об/хв	90 об/хв
0	100	100	100	444	444	444
0,017	113,37	113,19	110,13	454,88	457,38	458,92
0,034	82,47	91,74	72,25	459,51	460,75	461,01
0,051	60,02	63,06	44,36	461,46	461,8	462,18
0,068	44,56	36,65	26,75	462,34	462,63	463,75
0,085	35,04	24,99	18,89	462,26	462,73	462,86

Графіки розподілу середньої температури в поперечних перерізах по довжині бар'єрного змішувача за різних швидкостей обертання в умовах проковзування показано на рис. 3.73.

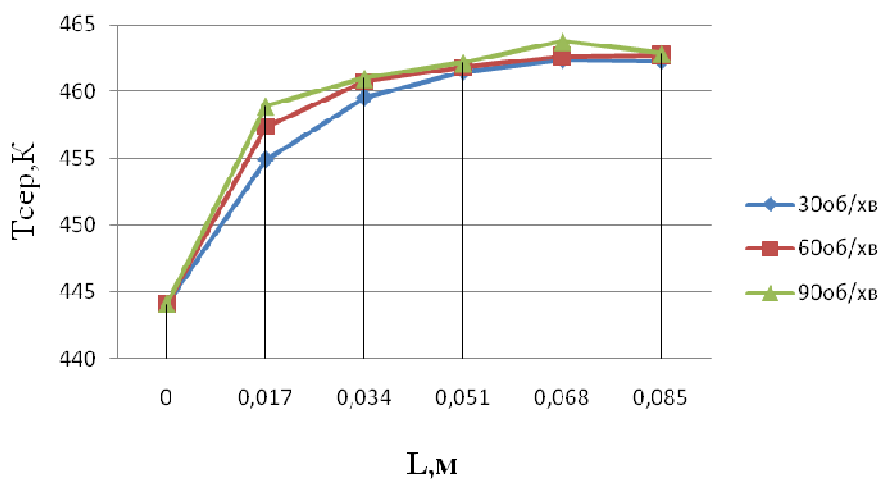


Рисунок 3.73 – Графік розподілу середньої температури в поперечних перерізах по довжині бар'єрного змішувача за умов проковзування

Результати досліджень ефективності використання бар'єрного змішувача за умов проковзування представлені на рис. 3.74. На вхідній зоні змішувача спостерігається підвищення різниці температур компонентів. Так як і за умов прилипання, це зумовлено ефектом входу полімеру в бар'єрні зазори і розподі-

льчі повздовжні канали в яких швидкості зсуву відрізняються на декілька порядків. Це зумовлює дисипацію енергії в зазорах між гребенями і корпусом. Все це зумовило підвищення максимальної різниці температур в суміші зі 100 К вже до 110 К. При подальшому проходженні суміші по каналах змішувача різниця температур в кожному з його послідовних перерізів зменшується. Мінімального значення різниці температур полімерної суміші у вихідному кільцевому перерізі змішувача досягає за швидкості обертання 90 об/хв і становить 18,9 К. Зменшення швидкості обертання змішувача з 90 об/хв до 30 об/хв призводить до підвищення різниці температур на виході з нього до 35 К. Якість отриманої суміші за оцінкою по співвідношенню початкової і кінцевої різниць температур її компонентів у вхідному та вихідному перерізах за зміни частоти обертання від 30 об/хв до 90 об/хв збільшилась від 2,86 до 5,29 рази.

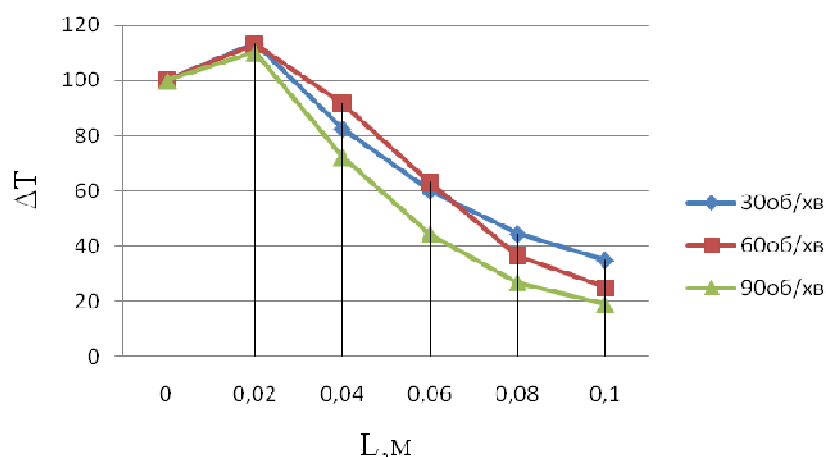


Рисунок 3.74 – Графік розподілу різниці температур в поперечних перерізах по довжині змішувача

Порівняльний аналіз результатів досліджень в бар'єрному змішувачі проводився по середній температурі та різниці температур суміші у вихідному перерізі змішувача за умов прилипання матеріалу до стінок та за умов його проковзування. Графік розподілу середньої температури у вихідному перерізі бар'єрного змішувача наведено на рис. 3.75.

З рис. 3.75 можна помітити, що характер змінення середньої температури за умов проковзування зі збільшенням швидкості обертання відрізняється від умов прилипання. За умов проковзування швидкість обертання має менший

вплив на розподіл температури. Це пов'язано як з енергією дисипації, так із теплообміном від поверхонь стінок. При проковзуванні матеріал менше прогрівається, оскільки його швидкість біля стінок не дорівнює нулю. Дисипація енергії також зменшується, так як проковзування присутнє як на стінках, так і на роторі змішувача.

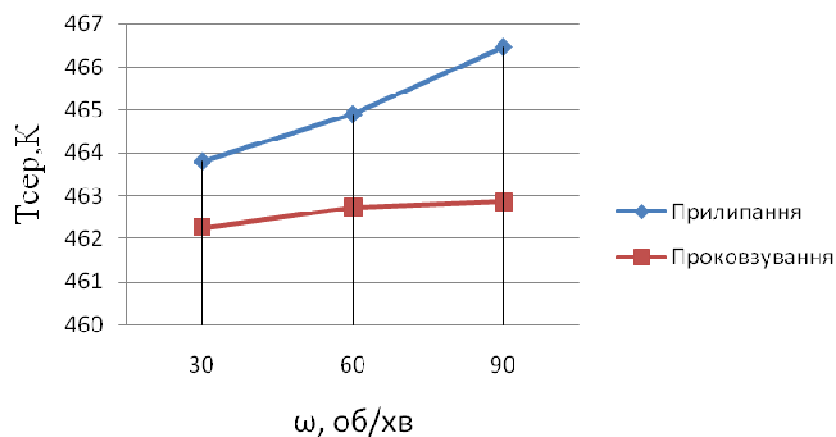


Рисунок 3.75 – Графік розподілу середньої температури у вихідному перерізі бар'єрного змішувача за умов проковзування і прилипання за різної швидкості обертання

Для визначення якості змішування за умов проковзування і за умов прилипання виконано порівняння змінення різниці температур у вихідному перерізі бар'єрного змішувача за різних швидкостей обертання (рис. 3.76).

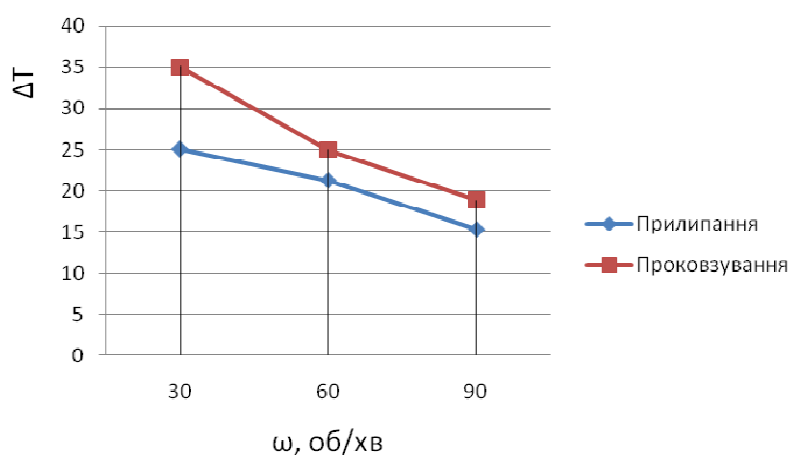


Рисунок 3.76 – Графік розподілу різниці температур у вихідному перерізі бар'єрного змішувача за умов проковзування і прилипання за різної швидкості обертання

З графіка спостерігається деяка закономірність змінення різниці температур, так за швидкості обертання 30 об/хв значення за умов проковзування зменшується майже на 10 K від умов прилипання, а за швидкості обертання 60 об/хв і 90 об/хв на 3,68 K і 2,53 K, відповідно. Таке змінення різниці температур пов'язане зі збільшенням швидкості.

3.4 Моделювання процесів змішування

3.4.1 Моделювання розподілу концентрації барвника в коаксіальному зазорі динамічних змішувачів

Динамічні змішувальні елементи з робочими зонами у вигляді коаксіального зазору мають місце у більшості екструзійного та змішувального обладнання.

Дослідження розподілу концентрації барвника в коаксіальному каналі проводилося на основі запропонованого нового підходу визначення якості суміші, який полягає у безпосередньому використанні рівнянь тепломасопереносу, де за невідомі величини приймається значення концентрації барвника, тобто відношення маси барвника до маси суміші в одиниці об'єму. На основі розв'язання рівнянь руху, збереження маси і рівнянь масопереносу, доповнених геометричними рівняннями Коші та рівняннями стану Нав'є–Стокса, визначається як розподіл швидкостей руху розплаву, так і розподіл концентрації барвника в процесі руху його в каналах.

Числове моделювання проводилося за допомогою інтегрованого комплексу VESNA на основі методу скінченних елементів.

На рис. 3.77 і 3.78 зображено результати числового моделювання розподілу концентрації барвника в різних по висоті коаксіального зазору шарах полімерного матеріалу при обертовому русі внутрішнього циліндра. Потоки незабарвленого та забарвленого полімерів рухаються вздовж коаксіального зазору з однаковою швидкістю. При цьому концентрація барвника в забарвленому полімері, що подається в сегмент шириною $1/4$ кола, на вході в зазор приймається рівною одиниці, а в незабарвленому полімері – рівною нулю.

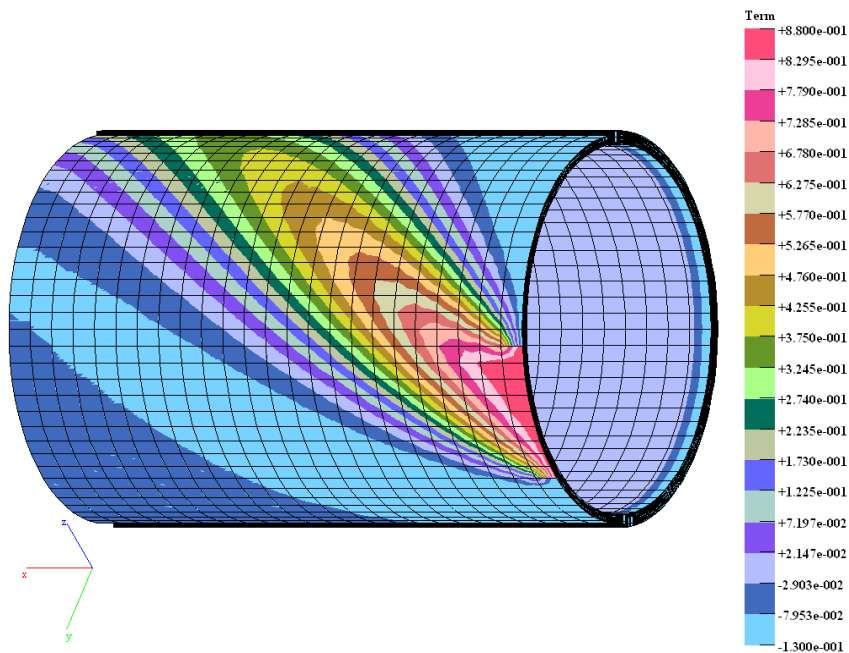


Рисунок 3.77 – Розподіл концентрації барвника в середніх шарах полімерного матеріалу, яким заповнений коаксіальний зазор

На рис. 3.78 зображено розподіл концентрації барвника в полімерному матеріалі поблизу внутрішнього циліндра, що обертається.

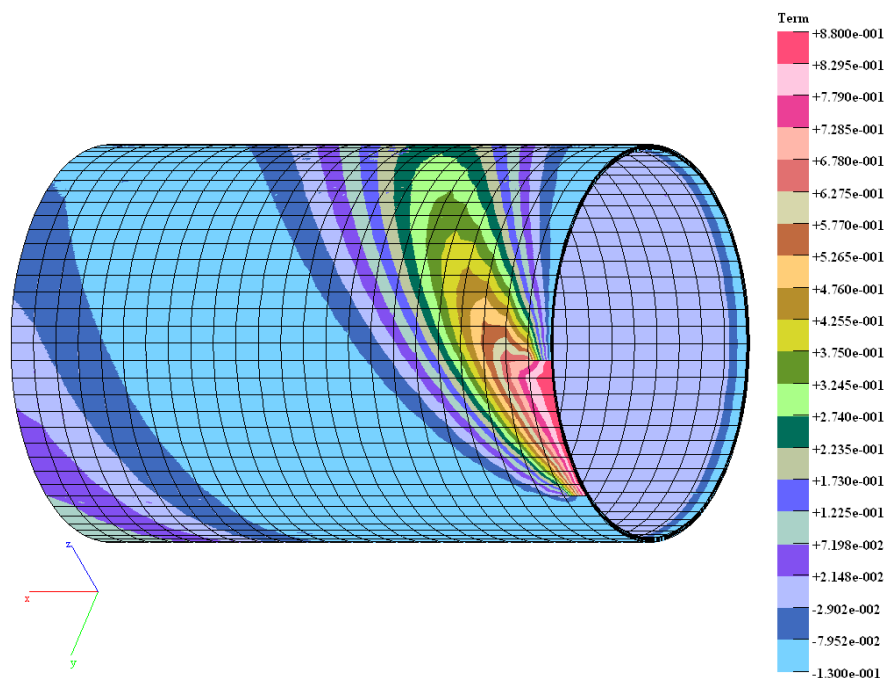
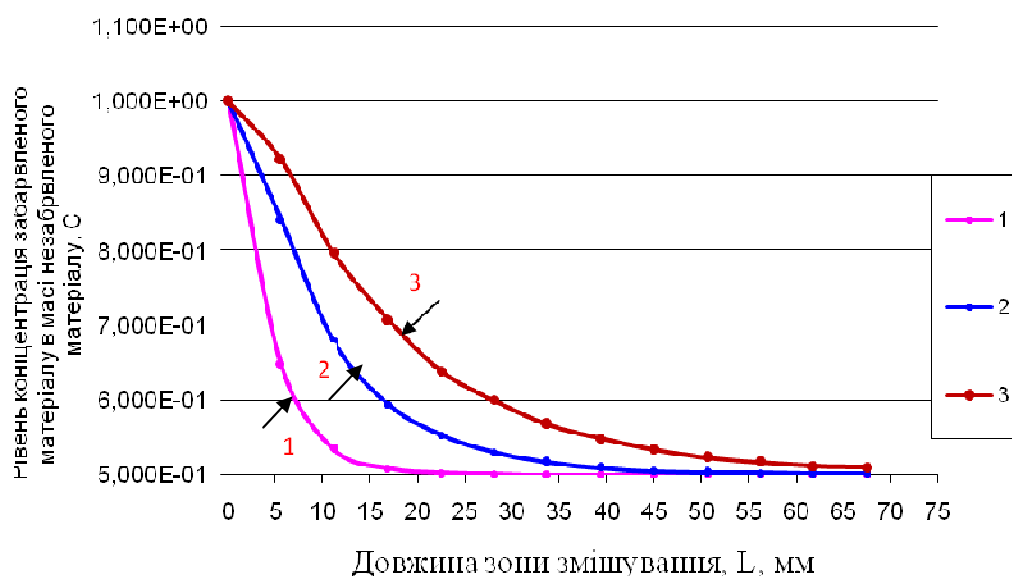


Рисунок 3.78 – Розподіл концентрації барвника в полімерному матеріалі поблизу внутрішнього циліндра

З порівняння якісних картин розподілу барвника, представлених на рис. 3.77 та рис. 3.78, витікає, що процес змішування відбувається інтенсивніше

у внутрішніх шарах полімеру поблизу внутрішнього обертового циліндра, оскільки градієнт швидкості біля рухомого циліндра більший і, відповідно, деформація зсуву в цих шарах полімеру також більша, що узгоджується з теоретичними та експериментальними даними.

Для кількісного аналізу процесу розподілу барвника в полімері досліджено залежність рівня концентрації останнього від довжини циліндра та шару полімерного матеріалу по товщині зазору (рис. 3.79).

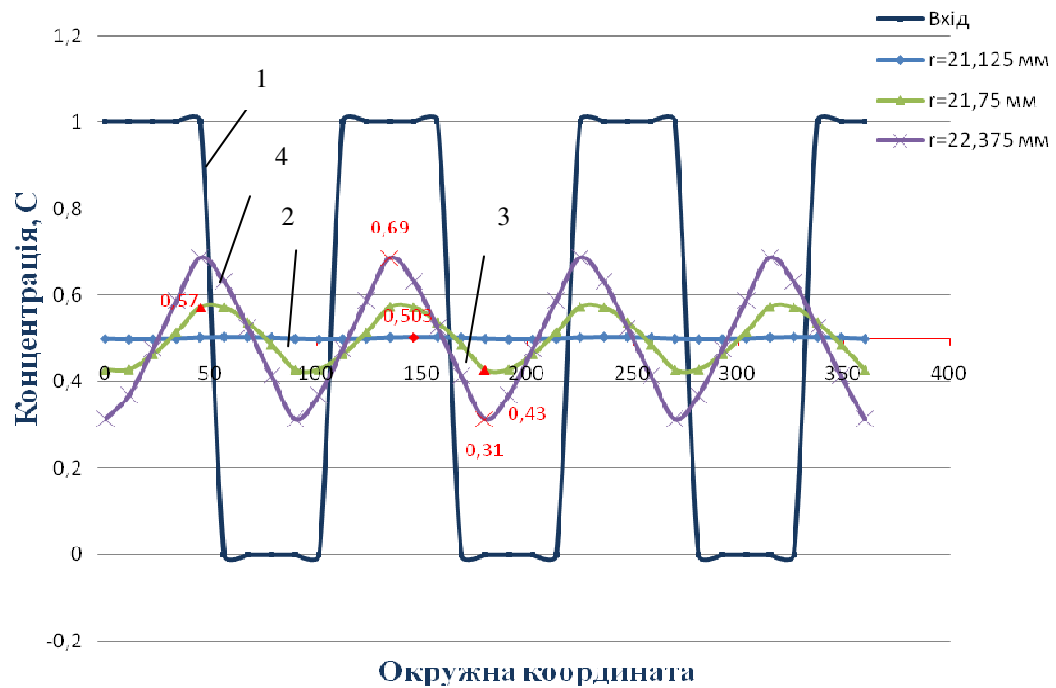


1 – розподіл барвника в шарах полімеру поблизу рухомого циліндра; 2 – розподіл барвника в середніх шарах полімеру в радіальному зазорі; 3 – розподіл барвника в шарах полімеру поблизу нерухомого циліндра

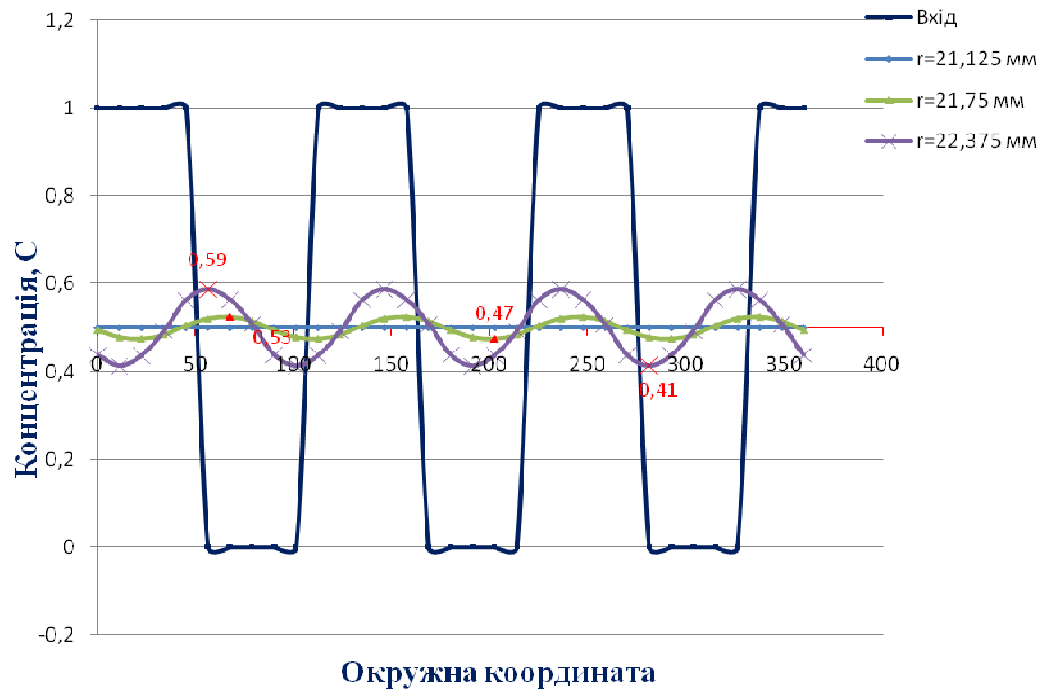
Рисунок 3.79 – Залежність розподілу концентрації пігменту від довжини циліндра та шару полімерного матеріалу в кільцевому зазорі

У нижніх шарах полімерного матеріалу концентрація досягає усередненого значення на довжині $L = 22,5$ мм, у середніх шарах полімерного матеріалу концентрація досягає усередненого значення на довжині $L = 45$ мм, у верхніх шарах полімерного матеріалу концентрація досягає усередненого значення на довжині $L = 63$ мм. Тобто перерозподіл компонентів суміші відбувається більш інтенсивно в тих шарах полімеру, де спостерігається більша деформація зсуву.

На рис. 3.80 зображено змінення розподілу барвника по коловій координаті вздовж зони змішування.

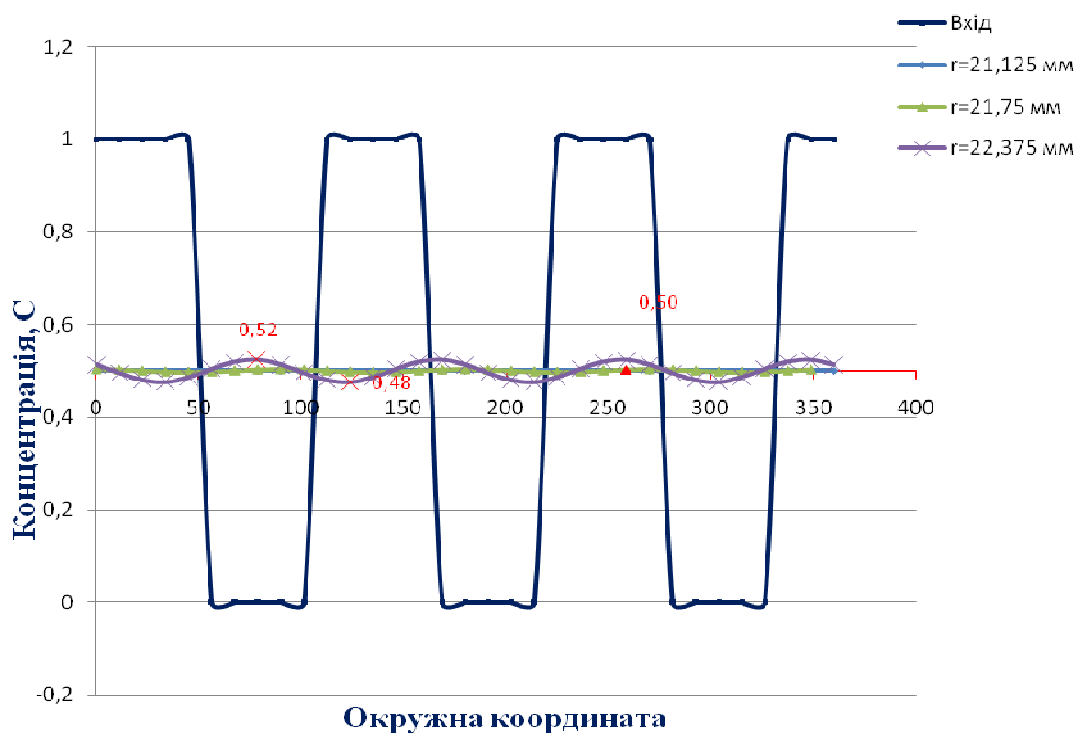


a



б

Рисунок 3.80 – Змінення розподілу барвника по коловій координаті вздовж зони змішування, аркуш 1



в

a – в перерізі на довжині $L = 22,5$ мм, *б* – в перерізі на довжині $L = 45$ мм; *в* – в перерізі на довжині $L = 67,5$ мм

1 – рівень концентрації барвника на вході в коаксіальний зазор; 2 – рівень концентрації барвника на $r = 21,125$ мм; 3 – рівень концентрації барвника на $r = 21,75$ мм; 4 – рівень концентрації барвника на $r = 22,375$ мм

Рисунок 3.80 , аркуш 2

Криві 1, 2, 3, 4 характеризують рівень концентрації по окружній координаті на різних радіусах та довжині змішування L .

З рис. 3.80,*a* видно, що при $L = 22,5$ мм і $r = 21,125$ мм відносне відхилення від середнього значення концентрації становить 0,6 %, тобто рівень неоднорідності суміші складає 0,6 %; на $r = 21,75$ мм – 14 %; на $r = 22,375$ мм – 38 %.

З рис. 3.80,*б* видно, що при $L = 45$ мм і $r = 21,125$ мм відносне відхилення від середнього значення концентрації відсутнє, що відповідає повному змішуванню; на $r = 21,75$ мм – 6%; на $r = 22,375$ мм – 18%.

З рис. 3.80,в видно, що при $L = 67,5$ мм і $r = 21,125$ мм відносне відхилення від середнього значення концентрації також відсутнє; на $r = 21,75$ мм – також 0 %; на $r = 22,375$ мм – 4 %.

Результати оцінки значення відносного відхилення якості змішування від середньої концентрації суміші зведені в табл. 3.4.

Таблиця 3.4 – Відносне відхилення якості змішування від середньої концентрації суміші по окружній координаті при різних радіусах і довжинах зони змішування

Довжина	$r = 21,125$ мм	$r = 21,75$ мм	$r = 22,375$ мм
$L = 11,25$ мм	10%	56%	72%
$L = 22,5$ мм	0,6%	14%	38%
$L = 45$ мм	0%	6%	18%
$L = 56,25$ мм	0%	2%	8%
$L = 67,5$ мм	0%	0%	4%

Отримані результати показують, що на вході в зону змішування є чітка межа між забарвленою і незабарвленою компонентами. У процесі руху полімерного розплаву вздовж коаксіального зазору спостерігається розмив границі між забарвленим і незабарвленим матеріалами, причому цей розмив відбувається неоднаково по товщині зазору. Вершини даних кривих – зони, де змінення концентрації матеріалу відбувається найповільніше. Коли розмиті границі доходять до центру, спостерігається розмивання вершин даних кривих, тобто якість суміші починає вирівнюватися і прямувати до усередненого значення концентрації. По довжині зони змішування амплітуда хвилеподібного змінення концентрації барвника зменшується, що свідчить про вирівнювання кількості пігменту по окружній координаті. Тобто, можна зробити висновок, що змішування відбувається нерівномірно по радіусу і краще змішуються шари полімеру, де градієнт швидкості більше, тобто біля рухомої поверхні зони змішування.

Отримані результати дослідження процесу змішування в коаксіальному зазорі в радіальному напрямку показують, що при ламінарній течії не спостерігається процес переносу матеріалу між шарами. У шарах, які розташовані в межах $r = 21 \text{ мм} - 21,75 \text{ мм}$, концентрація незабарвленого полімерного матеріалу лишається сталою при течії вздовж всієї довжини коаксіального зазору і її значення є рівним значенню концентрації незабарвленого полімерного матеріалу на вході, тобто дорівнює нулю. У шарах полімеру в межах $r = 21,75 \text{ мм} - 22,5 \text{ мм}$ концентрація забарвленого полімерного матеріалу змінюється, спостерігається поступове покращення якості змішування і усереднення концентрації до 0,5.

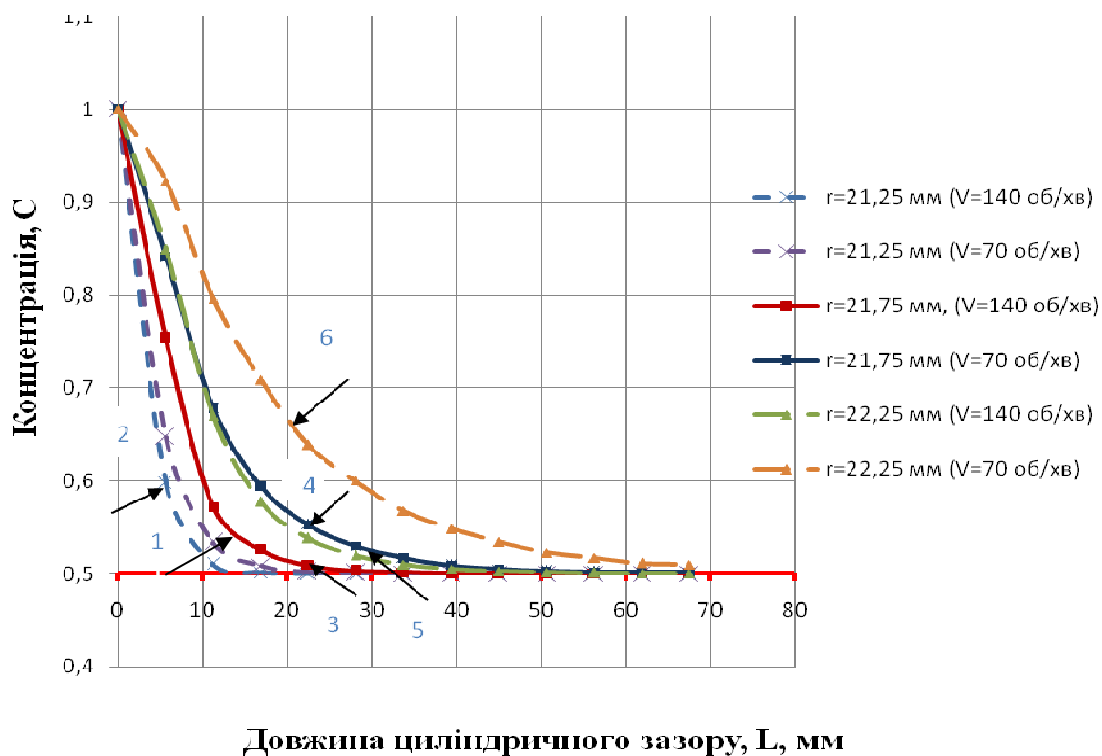
Результати досліджень змінення концентрації барвника на різних радіусах коаксіального зазору по його довжині наведено в табл. 3.5.

Таблиця 3.5 – Залежність концентрації барвника від радіуса в коаксіальному зазорі та його довжини

Радіус в зазорі, мм	Довжина шляху в зазорі, мм	Концентрація
22	22,5	0,204
22	45	0,228
22	67,5	0,232
22,125	22,5	0,422
22,125	45	0,437
22,125	67,5	0,441
22,25	22,5	0,452
22,25	45	0,467
22,25	67,5	0,497
22,375	22,5	0,465
22,375	45	0,463
22,375	67,5	0,504

Отже, зі збільшенням довжини зони змішування концентрація суміші на радіусах $r = 21,75$ мм – $22,5$ мм прямує до усередненого значення, яке, виходячи із співвідношення подачі забарвленого та незабарвленого полімеру на вході, повинно становити 0,5. Концентрація незабарвленого полімеру на менших радіусах лишається незмінною порівняно з концентрацією незабарвленого полімеру, тобто, очевидно, що при ламінарній течії полімерного матеріалу в розглянутому коаксіальному зазорі змішування між шарами не відбувається, оскільки в радіальному напрямку течія є прямолінійною і незбуреною.

На рис. 3.81 зображено змінення концентрації барвника по довжині зони змішування при різних швидкості обертання.



1, 2 – швидкість змішування на $r = 21,25$ мм з $n = 140$ об/хв і $n = 70$ об/хв відповідно; 3, 4 – швидкість змішування на $r = 21,75$ мм з $n = 140$ об/хв і $n = 70$ об/хв відповідно; 5, 6 – швидкість змішування на $r = 22,25$ мм з $n = 140$ об/хв і $n = 70$ об/хв відповідно

Рисунок 3.81 – Інтенсивність змішування по довжині коаксіального зазору при різних швидкості обертання внутрішнього циліндра

Отримані результати показують, що на $r = 21,25$ мм з $n = 140$ об/хв значення концентрації стає рівним 0,5 на довжині коаксіального зазору в 12 мм, а з $n = 70$ об/хв на довжині 22 мм. На $r = 21,75$ мм з $n = 140$ об/хв значення концентрації барвника стає рівним 0,5 на довжині коаксіального зазору 28 мм, а з $n = 70$ об/хв на довжині 48 мм. На $r = 22,25$ мм з $n = 140$ об/хв значення концентрації стає рівним 0,5 на довжині коаксіального зазору 43 мм, а при $n = 70$ об/хв на довжині 70 мм.

Результати показують, що при вдвічі більшій лінійній швидкості обертання, концентрація суміші вирівнюється на довжині зони змішування, яка не є вдвічі меншою від довжини зони змішування при лінійній швидкості обертання $n = 70$ об/хв. Тому під час проектування динамічних змішувачів доцільніше виконувати довшу зону змішування, ніж підвищувати швидкості обертання обертального руху ротора.

Отже, розроблена методика числового моделювання процесу змішування в коаксіальному зазорі полімерного обладнання дозволяє визначити обґрунтовані конструктивні параметри зони змішування.

3.4.2 Аналіз результатів числових експериментів процесів змішування розплавів полімерів з барвниками в коаксіальному зазорі з радіальними бар'єрами

У промисловості переробки полімерних матеріалів у виробі широко використовуються динамічні змішувальні елементи бар'єрного типу [161–166]. Для моделювання течії розплавів полімерів і динаміки змішування їх з барвниками в каналах таких змішувачів застосовували програмний комплекс VESNA.

3.4.2.1 Дослідження змішування барвника з полімером у коаксіальному зазорі з радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі

Змішувальна ефективність різних конструктивних зон полімерного обладнання визначається динамікою потоків в них.

На рис. 3.82 в спектральному вигляді зображено епюру розподілу поступальної швидкості полімерного матеріалу при проходженні радіального бар'єру на внутрішньому циліндрі коаксіального зазору.

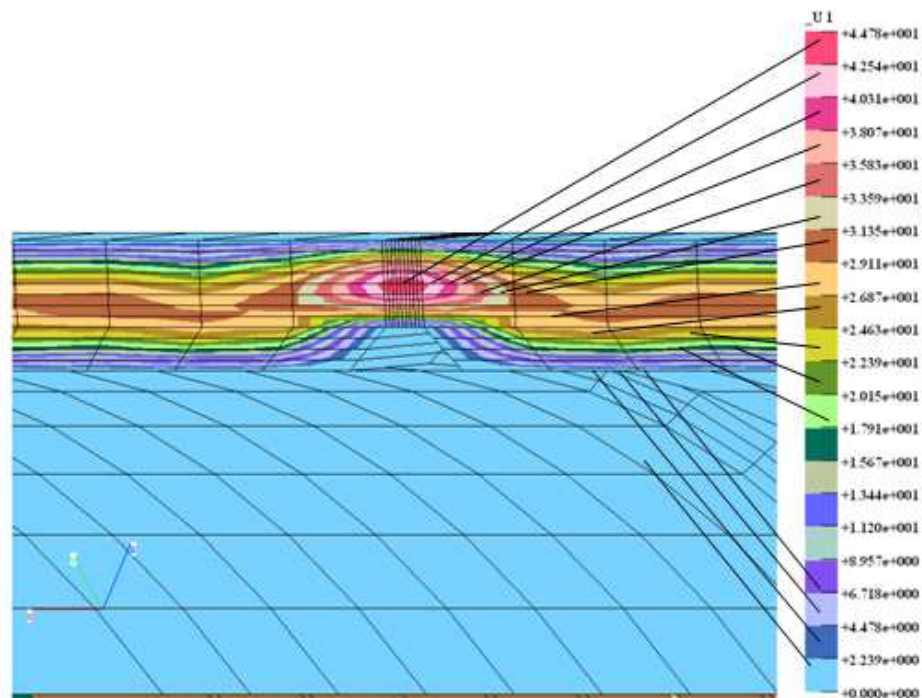


Рисунок 3.82 – Епюра розподілу поступальної швидкості в спектральному вигляді

У зоні розташування радіального бар'єру швидкість течії полімерного розплаву суттєво змінюється.

На рис. 3.83 показано графік поступальної швидкості полімерного матеріалу безпосередньо перед радіальним бар'єром.

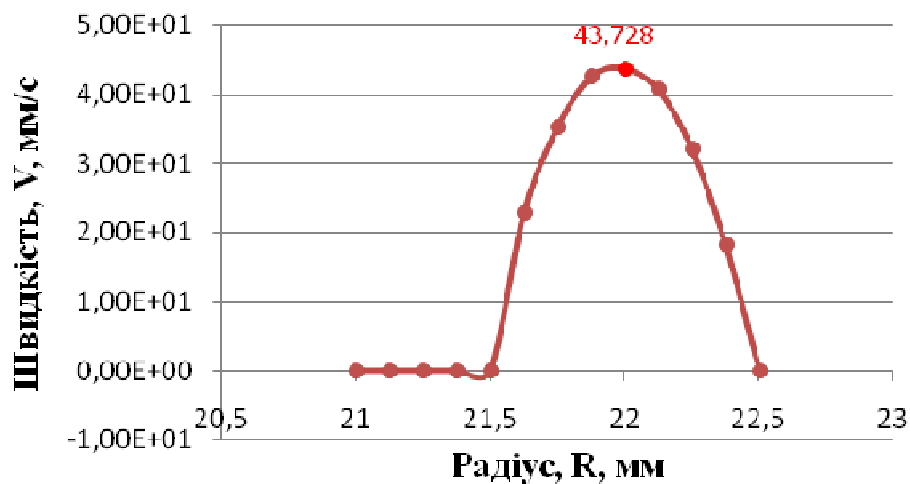
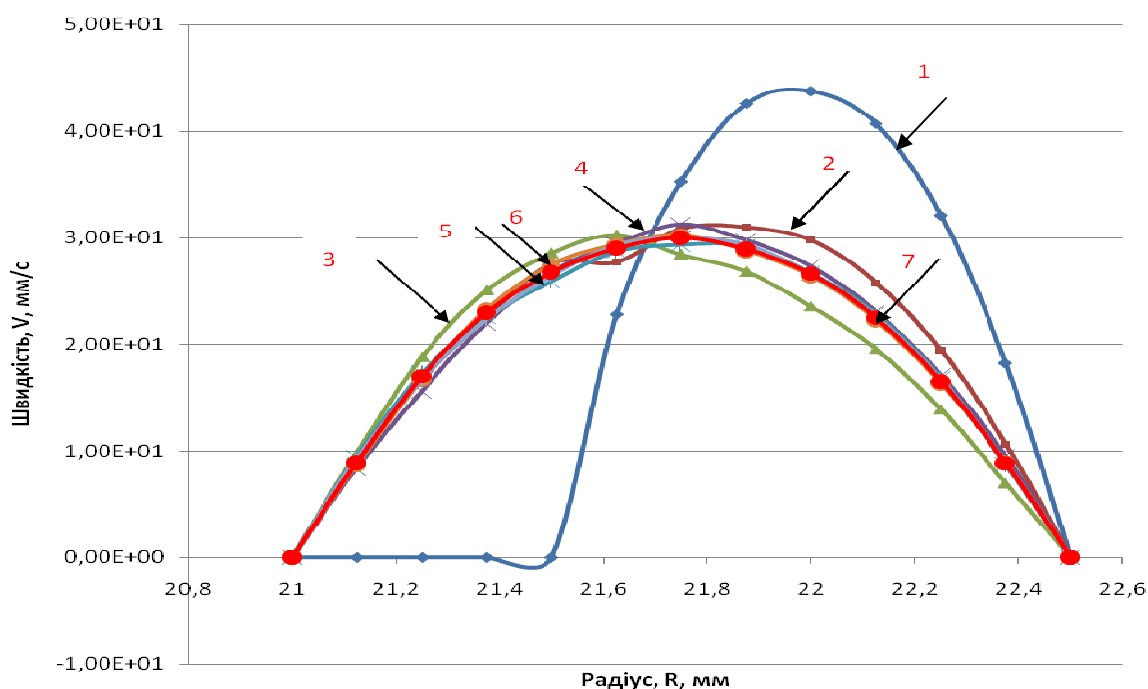


Рисунок 3.83 – Поступальна швидкість перед радіальним бар'єром

З графіка на рис. 3.83 видно, що при $R = 21 \text{ мм} - 21,5 \text{ мм}$ утворилася застійна зона і поступальна швидкість полімеру дорівнює 0, а при $R = 21,5 \text{ мм} - 22,5 \text{ мм}$ спостерігається розподіл швидкості по параболічному закону, причому максимальна швидкість становить $V = 43,7 \text{ мм/с}$.

На рис. 3.84 зображено розподіл поступальної швидкості матеріалу на виході із зазору.



1 – поступальна швидкість на виході із зазору $V_{\max} = 43,7 \text{ мм/с}$ ($L = 33 \text{ мм}$) ;

2 – поступальна швидкість $V_{\max} = 31 \text{ мм/с}$ на довжині $L = 34,17 \text{ мм}$;

3 – $V_{\max} = 30,3 \text{ мм/с}$ на $L = 35,34 \text{ мм}$; 4 – $V_{\max} = 31,3 \text{ мм/с}$ на $L = 36,51 \text{ мм}$;

5 – $V_{\max} = 29,4 \text{ мм/с}$ на $L = 37,68 \text{ мм}$; 6 – $V_{\max} = 30,2 \text{ мм/с}$ на $L = 38,85 \text{ мм}$;

7 – $V_{\max} = 30 \text{ мм/с}$ на $L = 40 \text{ мм}$

Рисунок 3.84 – Стабілізація поступальної швидкості течії полімеру на виході із зазору

Тобто значення поступальної швидкості в центральних шарах полімеру після проходження зазору між бар'єром і зовнішнім циліндром зменшується з $43,7 \text{ мм/с}$ до 30 мм/с на шляху течії 7 мм . Отже, перерозподіл швидкостей течії полімеру в зоні радіального бар'єра зумовлює розподіл барвника і по висоті зазору.

На рис. 3.85 зображено розподіл барвника по товщині зазору перед радіальним бар'єром.

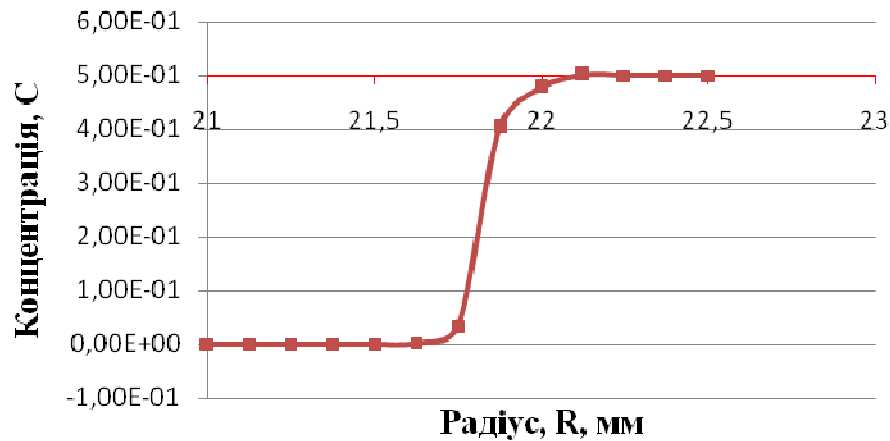


Рисунок 3.85 – Розподіл барвника по товщині зазору перед радіальним бар'єром

Результати доводять, що при $R = 21 \text{ мм} - 21,75 \text{ мм}$ концентрація барвника дорівнює нулю, тобто не змінюється до радіального бар'єру і відповідає значенню концентрації матеріалу на вході в зону змішування, при $R = 21,75 \text{ мм} - 22,5 \text{ мм}$ концентрація усереднюється до значення 0,5, тобто відбувається змішування матеріалів з концентраціями 0 і 1 за рахунок деформації зсуву в колісному напрямку. Між шарами полімеру по товщині зазору змішування відсутнє.

На рис. 3.85 зображено розподіл концентрації барвника на вході і на виході із зазору між радіальним бар'єром і корпусом.

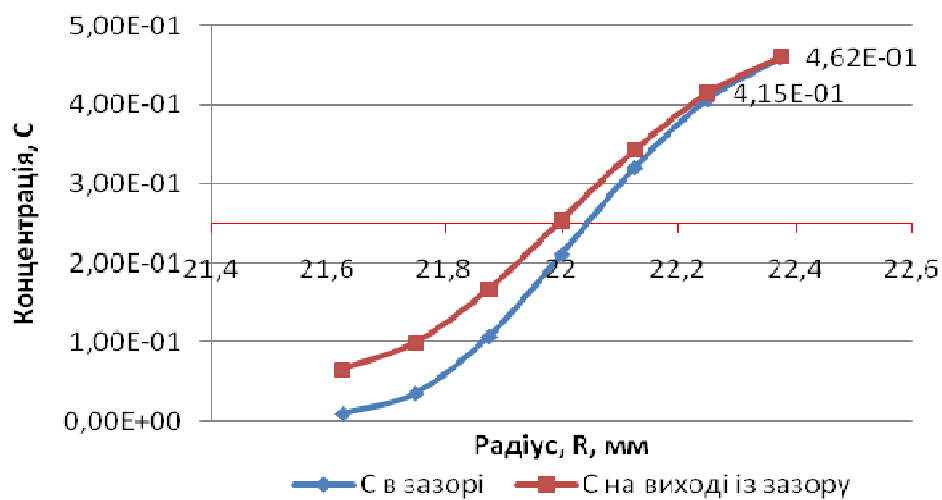


Рисунок 3.85 – Розподіл концентрації барвника на вході і на виході із зазору між радіальним бар'єром і корпусом

З рис. 3.85 видно, що в зазорі починається процес змішування між шарами полімеру по товщині. Концентрація матеріалу при $R = 21,75$ мм – 22,5 мм починає зменшуватися, що свідчить про змішування в радіальному напрямку.

На рис. 3.86 зображено порівняння значення концентрації барвника по товщині коаксіального зазору до радіального бар'єру і на виході із зазору між радіальним бар'єром і корпусом.

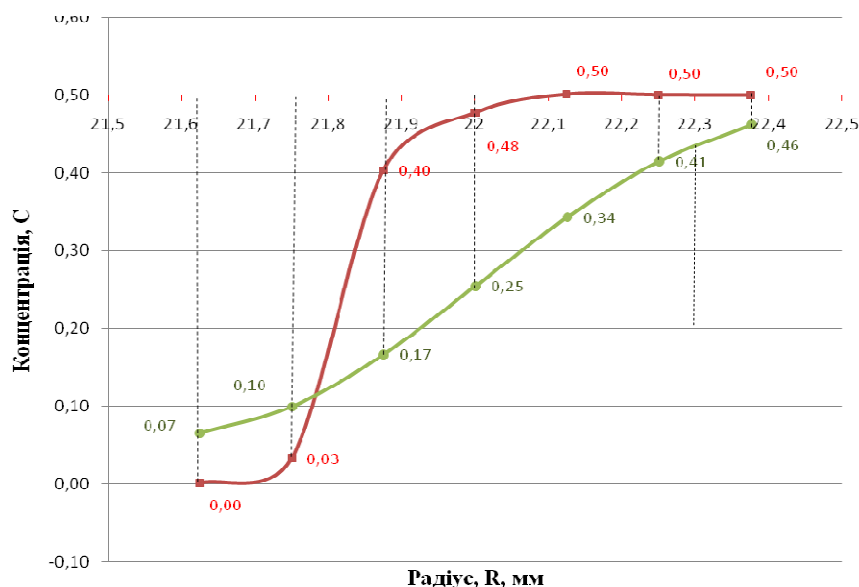


Рисунок 3.86 – Порівняння значення концентрації барвника по товщині коаксіального зазору до радіального бар'єру і на виході із зазору між радіальним бар'єром і корпусом

Отримані результати показують, що при переході через зазор між радіальним бар'єром і корпусом відбувається змішування по товщині коаксіального зазору.

Тобто при $R = 21,625$ мм – 21,75 мм спостерігається фарбування шарів полімерного матеріалу, який до радіального бар'єру мав нульову концентрацію; при $R = 21,875$ мм – 22,375 мм концентрація суміші на виході із зазору, утвореного радіальним бар'єром зменшується, що свідчить про перемішування шарів по товщині, оскільки концентрація барвника починає прямувати до середнього значення, яке, виходячи із граничних умов, становить 0,25.

На рис. 3.87 зображено розподіл барвника по товщині коаксіального зазору на виході із зони змішування.

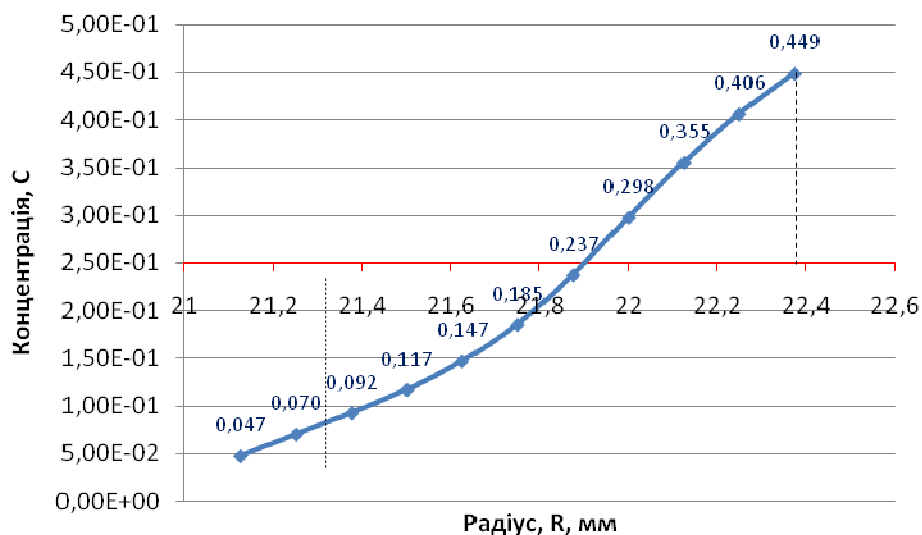
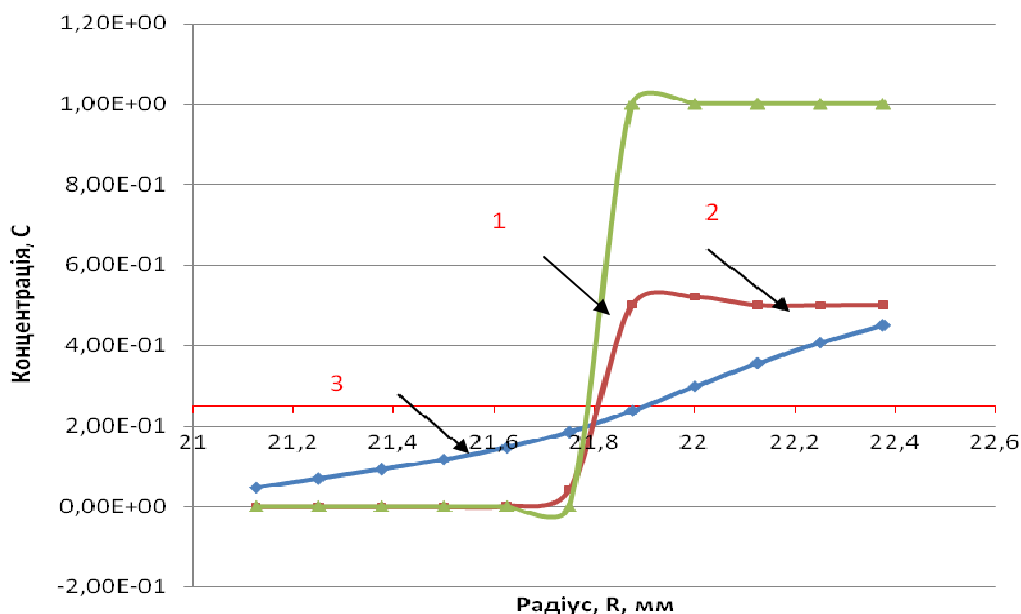


Рисунок 3.87 – Розподіл барвника по товщині коаксіального зазору на виході зі змішувача з одним радіальним бар'єром

Аналізуючи отримані результати, можна зробити висновок, що при перетіканні полімерним матеріалом радіального бар'єру відбувається змішування між шарами по товщині: при $R = 21,125$ мм – $21,75$ мм концентрація змінюється від 0 до 0,185, при $R = 21,875$ мм – $22,375$ мм концентрація змінюється від 0,237 до 0,449. Тобто спостерігається наближення концентрації до середнього значення: при $R = 21,125$ мм – $21,75$ мм значення концентрації зростає, при $R = 21,875$ мм – $22,375$ мм значення концентрації спадає. Концентрація суміші не стає однорідною на виході, що свідчить про недостатню інтенсивність перемішування, яка залежить від конструкції змішувальної зони, співвідношення швидкостей та інших параметрів.

На рис. 3.88 зображено змінення розподілу барвника по товщині коаксіального зазору залежно від довжини зони змішування. При $R = 21$ мм – $21,75$ мм концентрація безбарвного полімеру дорівнює нулю, а при $R = 21,75$ мм – $22,5$ мм – 1, тобто крива 1 відповідає граничним умовам, які задаються на вході. При $R = 21$ мм – $21,75$ мм концентрація пігменту лишилася незмінною і все ще дорівнює нулю, а при $R = 21,75$ мм – $22,5$ мм – концентрація усереднилась до 0,5, тобто відбулося змішування за рахунок деформації зсуву. При $R = 21$ мм – $21,75$ мм значення концентрації зростає від 0 до 0,185, а при $R = 21,75$ мм – $22,5$ мм значення концентрації змінюється від 0,237 до 0,449.



1 – розподіл пігменту на вході в коаксіальний зазор;

2 – розподіл пігменту в зоні коаксіального зазору перед радіальним бар'єром;

3 – розподіл пігменту на виході із зони змішування

Рисунок 3.88 – Змінення розподілу барвника по товщині коаксіального зазору залежно від довжини зони змішування

Отже, для покращення процесу змішування в каналі необхідні радіальні конструктивні елементи, які збуджують потік у радіальному напрямку, утворюючи циркуляційні зони, що призводить до інтенсифікації змішування шарів полімерного матеріалу по товщині каналу. За відсутності таких конструктивних елементів змішування відбувається лише в коловому напрямку за рахунок деформації зсуву.

3.4.2.2 Дослідження змішування барвника з полімером у коаксіальному зазорі з двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі і одним на внутрішньому циліндрі

З метою інтенсифікації процесу змішування використовують конструкції динамічних змішувальних елементів з радіальними бар'єрами з різноманітною конфігурацією і з розташуванням їх як на обертовому циліндрі, так і на нерухомому [161–166].

На рис. 3.89 зображено епюру розподілу поступальної швидкості течії полімеру при проходженні зони з двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі і одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі.

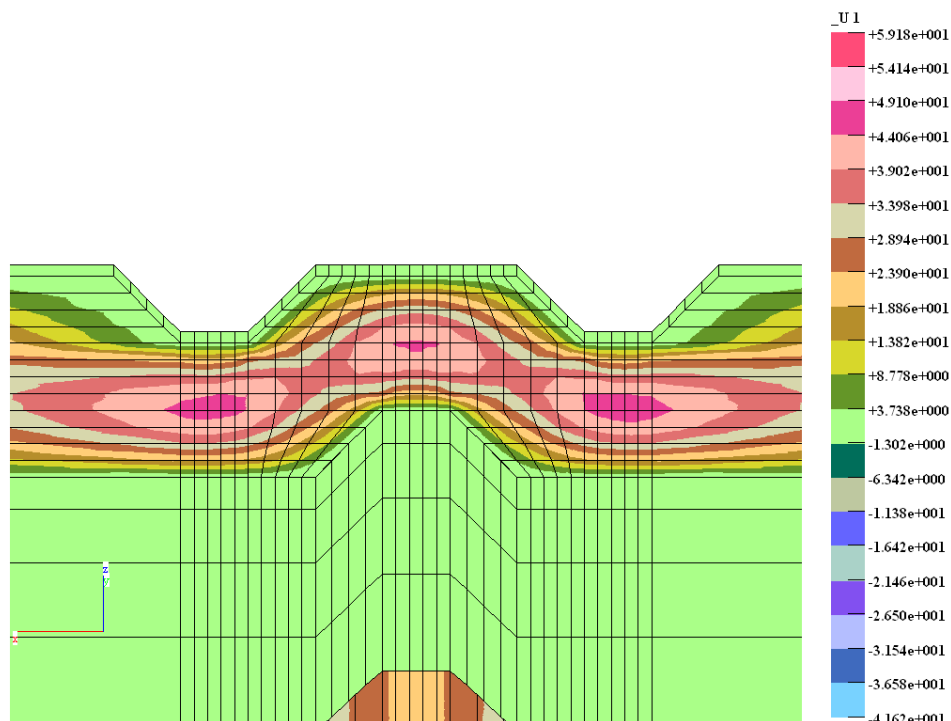


Рисунок 3.89 – Епюра розподілу поступальної швидкості при проходженні течією полімеру зони з двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі і одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі

Характер розподілу швидкостей в даному варіанті конструкції суттєво відрізняється від однобар'єрного змішувального елемента.

На рис. 3.90 зображено порівняння розподілу концентрації барвника по товщині зазору до радіального бар'єру і в зоні, утвореній першим радіальним бар'єром на зовнішньому циліндрі.

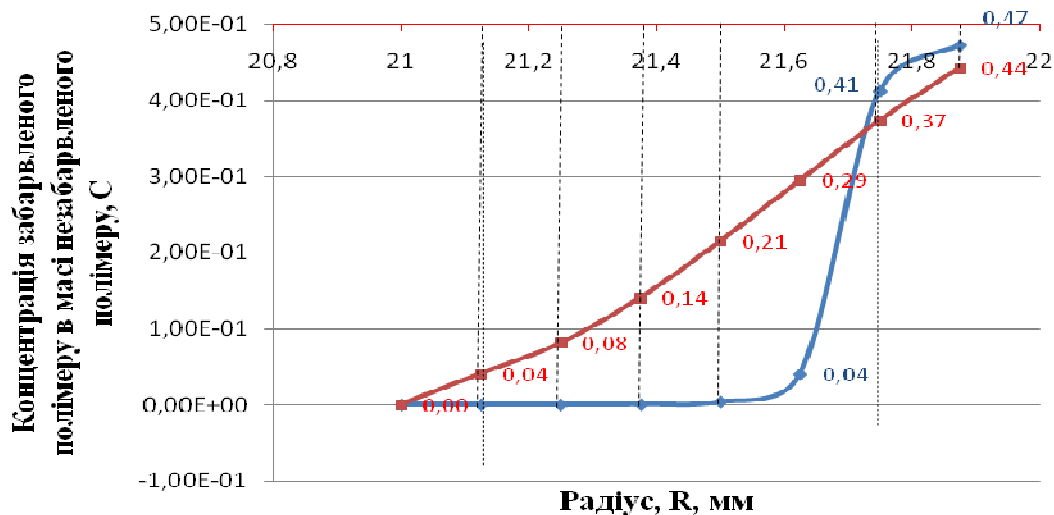


Рисунок 3.90 – Порівняння розподілу концентрації барвника по товщині зазору до радіального бар'єру і в зоні, утвореній першим радіальним бар'єром на зовнішньому циліндрі

Отримані результати показують, що при переході через зазор, утворений радіальним бар'єром відбувається змішування по товщині коаксіального зазору.

Тобто, при $R = 21 \text{ мм} - 21,625 \text{ мм}$ спостерігається фарбування шарів полімерного матеріалу, який до радіального бар'єру мав нульову концентрацію; при $R = 21,875 \text{ мм} - 22,375 \text{ мм}$ концентрація суміші зменшується, що свідчить про перемішування шарів по товщині, оскільки концентрація барвника починає прямувати до середнього значення, яке, виходячи із граничних умов, становить 0,25.

З довжиною досліджуваної області спостерігається процес зменшення концентрації барвника при $R = 21,75 \text{ мм} - 22,5 \text{ мм}$, що свідчить про процес змішування в радіальному напрямку.

На рис. 3.91 зображено розподіл барвника в радіальному напрямку на виході із зони змішування. Аналізуючи отримані результати, можна зробити висновок, що при переході полімерним матеріалом радіального бар'єру відбувається змішування між шарами по товщині: при $R = 21,125 \text{ мм} - 21,75 \text{ мм}$ концентрація змінюється від 0,19 до 0,27, при $R = 21,875 \text{ мм} - 22,375 \text{ мм}$ концентрація змінюється від 0,30 до 0,44.

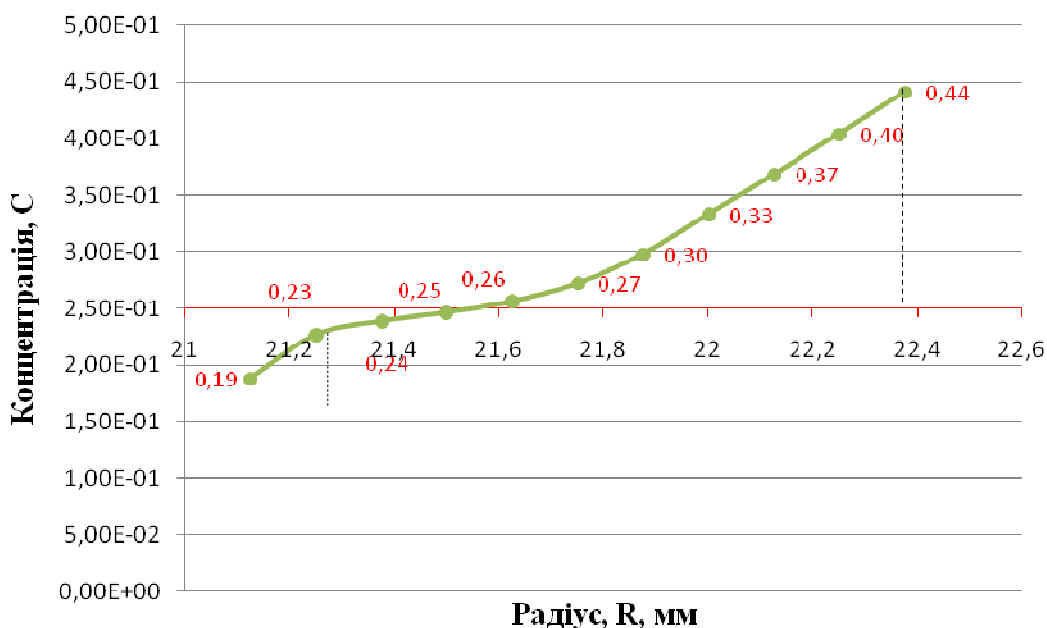
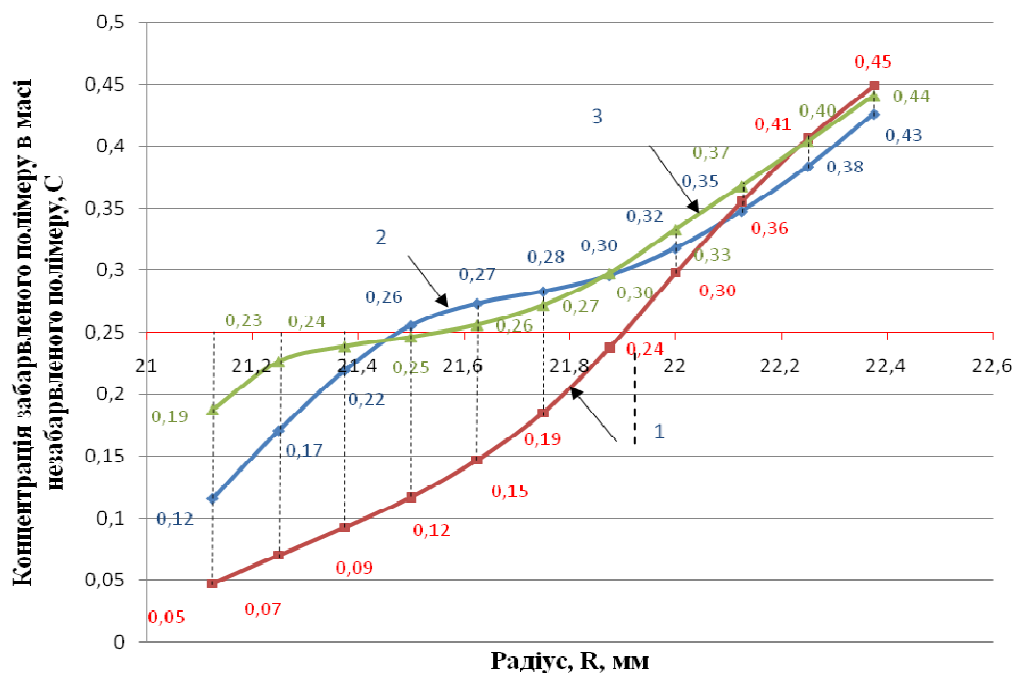


Рисунок 3.91 – Розподіл барвника в радіальному напрямку на виході із зони змішування

Тобто в даній конструкції змішувальної зони спостерігається звуження діапазону концентрації до середнього значення, що свідчить про інтенсифікацію змішування за рахунок розташування додаткового бар'єра на внутрішньому циліндрі змішувальної зони.

З метою дослідження якості змішування порівняємо результати, отримані для зон змішування різних конструктивних схем: з одним бар'єром (рис. 3.82), з одним бар'єром на зовнішньому та одним – на внутрішньому циліндрі, та двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі і одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі (рис. 3.89).

На рис. 3.92 і в табл. 3.6 наведено порівняння числового моделювання розподілу концентрації барвника на виході із зони змішування різних конструктивних схем.



1 – рівень концентрації по товщині зазору на виході із зони змішування в коаксіальному зазорі з одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі; 2 – рівень концентрації по товщині зазору на виході із зони змішування в коаксіальному зазорі з двома радіальними бар'єрами на внутрішньому циліндрі; 3 – рівень концентрації по товщині зазору на виході із зони змішування в коаксіальному зазорі з одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі і двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі

Рисунок 3.92 – Графіки розподілу концентрації барвника в радіальному напрямку на виході із зони змішування в різних конструктивних схемах

Середнє значення концентрації барвника в коаксіальному зазорі з одним радіальним бар'єром складає $C_{1pb} = 0,25$, значення концентрації барвника в коаксіальному зазорі з двома радіальними бар'єрами складає $C_{2pb} = 0,29$, значення концентрації барвника в коаксіальному зазорі з двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі і одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі $C_{3pb} = 0,34$. Відносне відхилення якості суміші від середнього значення становить для змішування в коаксіальному зазорі з одним радіальним бар'єром $\Delta_1 = 80\%$, для змішування в коаксіальному зазорі з двома радіальними бар'єрами $\Delta_2 = 52\%$; для змішування в коаксіальному зазорі з трьома радіальними бар'єрами $\Delta_3 = 24\%$.

Таблиця 3.6 – Відносне відхилення концентрації барвника по радіусу від системи з рівномірно розподіленими компонентами на виході із зон змішування різного конструктивного оформлення

Поточний радіус	Відносне відхилення, Δ , %		
	1 радіальний бар'єр на внутрішньому циліндрі	2 радіальних бар'єра на внутрішньому циліндрі	2 радіальних бар'єра на зовнішньому циліндрі і 1 радіальний бар'єр на внутрішньому
$r = 21,125\text{мм}$	80	52	24
$r = 21,25\text{мм}$	72	32	8
$r = 21,375\text{мм}$	64	12	4
$r = 21,5\text{мм}$	52	4	0
$r = 21,625\text{мм}$	40	8	4
$r = 21,75\text{мм}$	24	12	8
$r = 21,875\text{мм}$	4	20	20
$r = 22\text{мм}$	20	36	32
$r = 22,125\text{мм}$	44	40	48
$r = 22,25\text{мм}$	64	52	60
$r = 22,375\text{мм}$	80	72	78

Коефіцієнт неоднорідності [61, 167, 168]:

$$K = \frac{100}{\bar{C}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})^2}{N-1}}$$

де C_i, \bar{C} – поточна і середня концентрація компонента в суміші, N – кількість проб.

Коефіцієнт неоднорідності K_1 для суміші на виході із коаксіального зазору з одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі:

$$K_1 = \frac{100}{\bar{C}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})^2}{N-1}} = \frac{100}{0,25} \sqrt{\frac{0,2088}{11-1}} = 57,8;$$

Коефіцієнт неоднорідності K_2 для суміші на виході із коаксіального зазору з двома радіальними бар'єрами на внутрішньому циліндрі:

$$K_2 = \frac{100}{\bar{C}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})^2}{N-1}} = \frac{100}{0,25} \sqrt{\frac{0,0923}{11-1}} = 38,4;$$

Коефіцієнт неоднорідності K_3 для суміші на виході із коаксіального зазору з двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі і одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі:

$$K_3 = \frac{100}{\bar{C}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})^2}{N-1}} = \frac{100}{0,25} \sqrt{\frac{0,0865}{11-1}} = 27,2.$$

Якість змішування по товщині коаксіального зазору вища при використанні конструкції з двома радіальними бар'єрами на зовнішньому циліндрі і одним радіальним бар'єром на внутрішньому циліндрі. Це доводить доцільність використання бар'єрних змішувачів такого типу.

3.5 Аналіз результатів числових експериментів розподілу диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі в коаксіальному зазорі

Для проведення чисельних експериментів була використана система ANSYS. Для встановлення закономірностей взаємодії розплавів термопластів з різними фізичними властивостями в коаксіальному зазорі циліндричного каналу, виникає необхідність проведення числових експериментів, в яких на основі фундаментальних фізичних законів моделюється процес розподілу змішування двох полімерів.

3.5.1 Аналіз результатів тестової задачі

Тестова задача полягала у дослідженні особливостей змішування двох полімерів з різними властивостями в різних перерізах коаксіального зазору.

На рис. 3.93 показано схему коаксіального зазору.

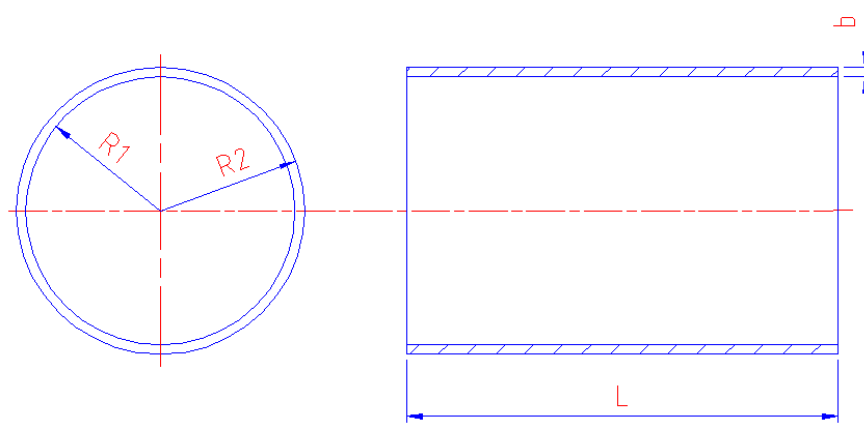


Рисунок 3.93 – Схема коаксіального зазору

Сіткову область коаксіального зазору показано на рис. 3.94, а схему вхідного розподілу концентрацій – на рис. 3.95.

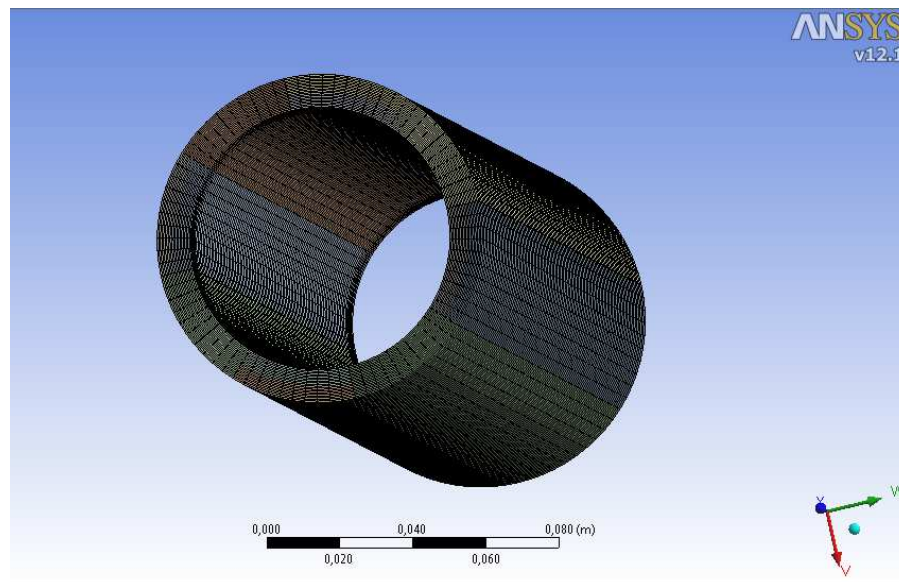


Рисунок 3.94 – Сіткова область коаксіального зазору

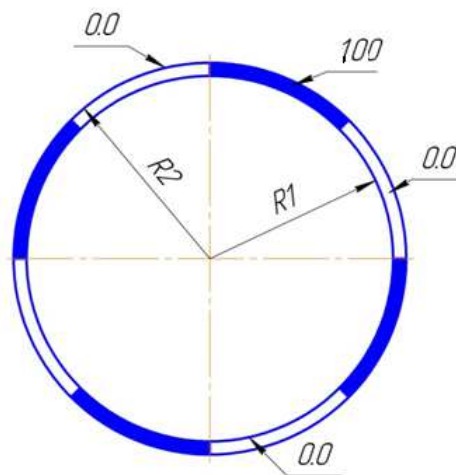


Рисунок 3.95 – Граничні умови на вході в коаксіальний зазор

Вихідні дані:

Внутрішній діаметр каналу: $D_1 = 64 \text{ мм}$;

Зовнішній діаметр каналу: $D_2 = 90 \text{ мм}$;

Довжина каналу: $L = 300 \text{ мм}$;

Товщина радіального зазору: $b = 13 \text{ мм}$;

Швидкість полімерів на вході: $v = 0,1 \text{ м/с}$;

Кількість вузлів: 169680;

Кількість елементів: 160000;

Обертова швидкість зовнішнього циліндра: $\omega = 6 \text{ рад/с}$.

Властивості матеріалу: залежність в'язкості від концентрації задається за лінійним законом, який представлений у вигляді формули:

$$\frac{1}{\mu_{\text{сум.}}} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{(1-\alpha)}{\mu_2},$$

де $\mu_{\text{сум.}}$ – в'язкість суміші; μ_1 , μ_2 – відповідно в'язкості першого та другого полімеру; α – концентрація від 0 до 100.

Для дослідження змінення розподілу концентрації в різних напрямках вздовж коаксіального зазору значення концентрації одного і другого полімерного матеріалу задавалися циклічно. Циклічно задані умови дають змогу уникнути систематичних похибок і отримати більш точне уявлення про розподіл більш концентрованого полімеру зі зміненням довжини коаксіального зазору.

У процесі розв'язання задачі було отримано картину розподілу концентрацій та в'язкостей полімерної суміші в коаксіальному зазорі (рис. 3.96, 3.97).

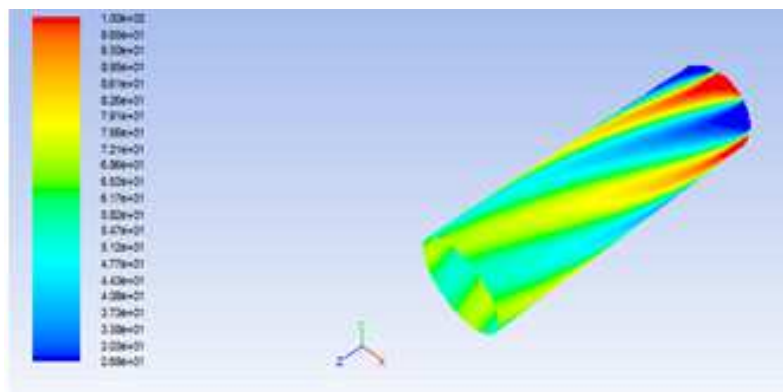


Рисунок 3.96 – Розподіл концентрації на зовнішньому циліндрі

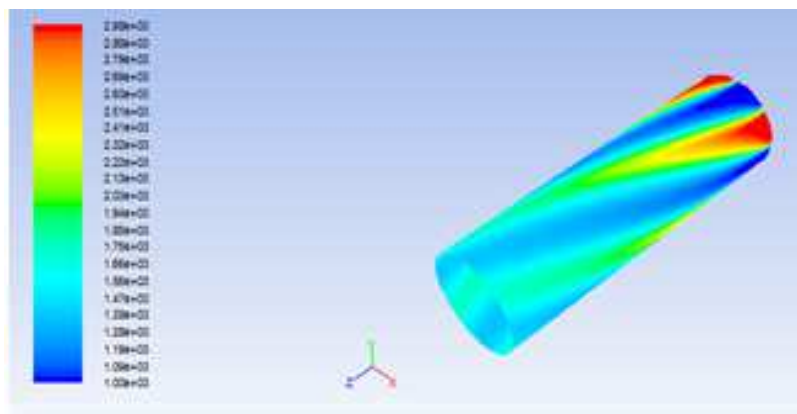


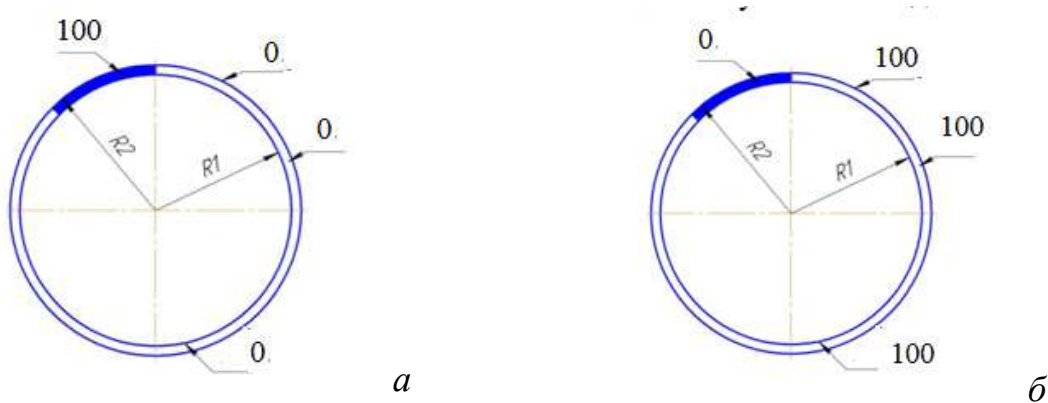
Рисунок 3.97 – Розподіл в'язкості на зовнішньому циліндрі

Як видно із рис. 3.96 та 3.97, результати числових досліджень показали, що внаслідок обертового руху одного із циліндрів спостерігається рух полімерів по спіралі, причому межі сегменту, який займає диспергований матеріал, поступово розширюються, а його концентрація в дисперсійному середовищі змінюється, тобто спостерігається їх поступове змішування, що відповідає очікуваним результатам.

3.5.2 Дослідження процесу змішування двох полімерів у коаксіальному зазорі з різними величинами обертових швидкостей

Вихідні дані, фізико механічні властивості та схема коаксіального зазору аналогічні тестовій задачі.

Розглядали процес змішування за двома варіантами введення полімеру з концентрацією 100.

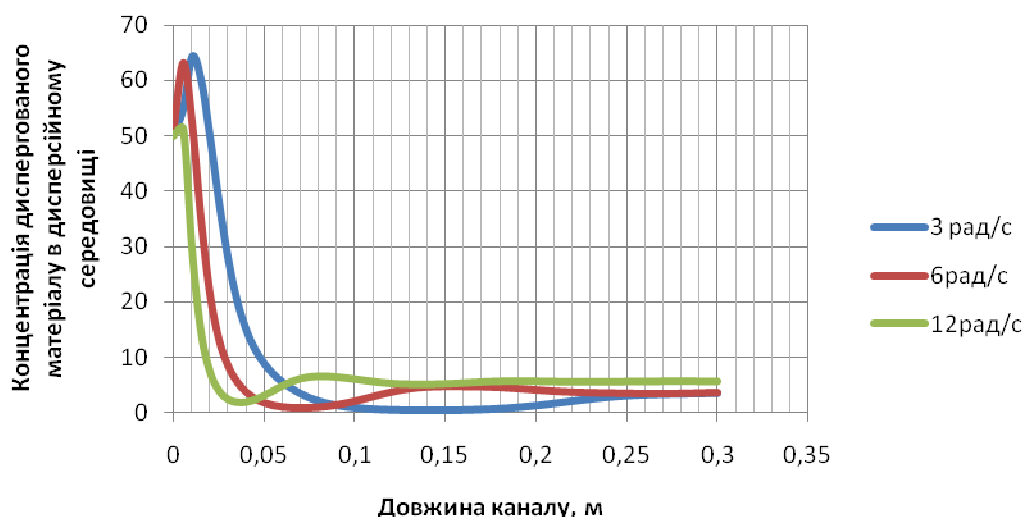


а – за варіантом 1; б – за варіантом 2

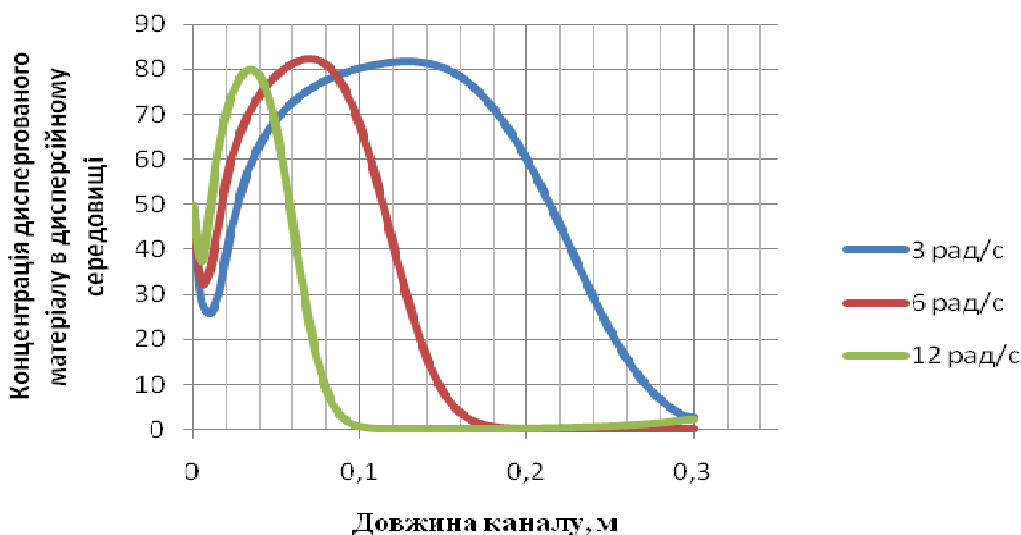
Рисунок 3.98 – Схеми введення дисперсного полімеру в дисперсійне середовище

З рис. 3.98,*а* видно, що концентрація забарвленого полімеру є рівною 100, а незабарвленого – 0. Співвідношення між витратами забарвленого і незабарвленого полімерів на вході в коаксіальний зазор становить 1:8.

Графіки змінення концентрації забарвленого полімеру для варіанта 1 по довжині коаксіального зазору при різних обертових швидкостях на внутрішньому та зовнішньому циліндрах показано на рис. 3.99.



а



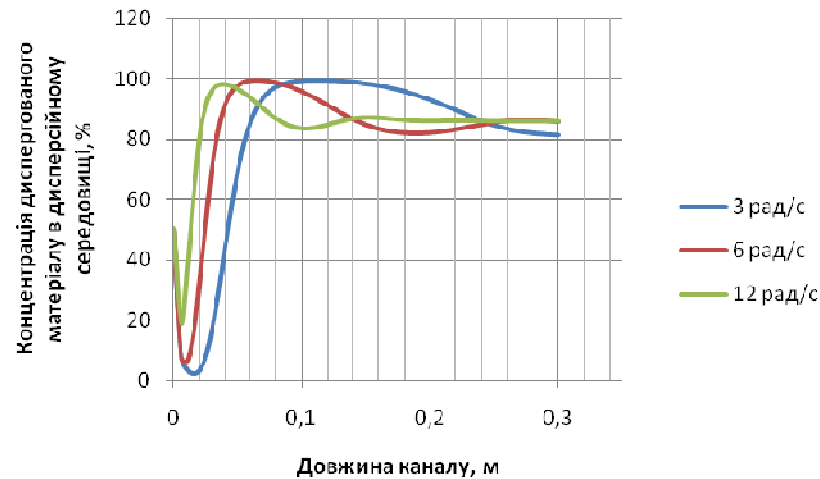
б

а – на внутрішньому циліндрі; *б* – на зовнішньому циліндрі

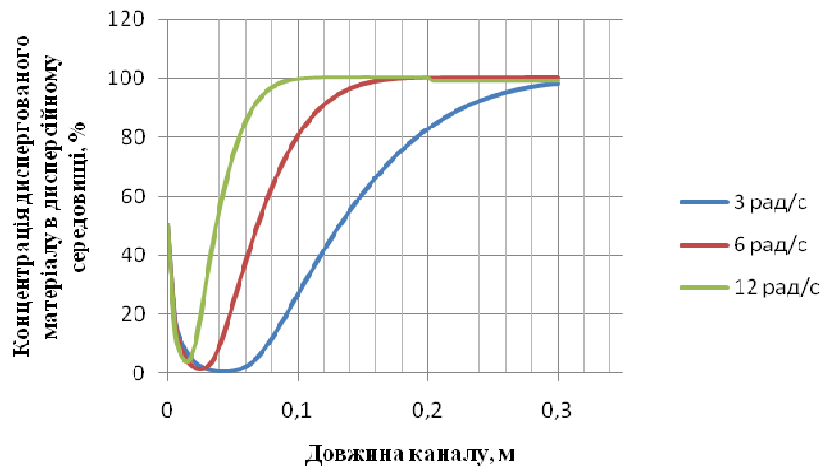
Рисунок 3.99 – Графік змінення концентрації по довжині коаксіального зазору при різних обертових швидкостях за варіантом 1

З рис. 3.98,б видно, що концентрація забарвленого матеріалу дорівнює нулю, а незабарвленого – 100. Співвідношення між забарвленим і незабарвленим матеріалами на вході в коаксіальний зазор становить 1:8.

Графіки змінення концентрації забарвленого полімеру для варіанта 2 по довжині коаксіального зазору при різних обертових швидкостях на внутрішньому та зовнішньому циліндрах показано на рис. 3.100.



а

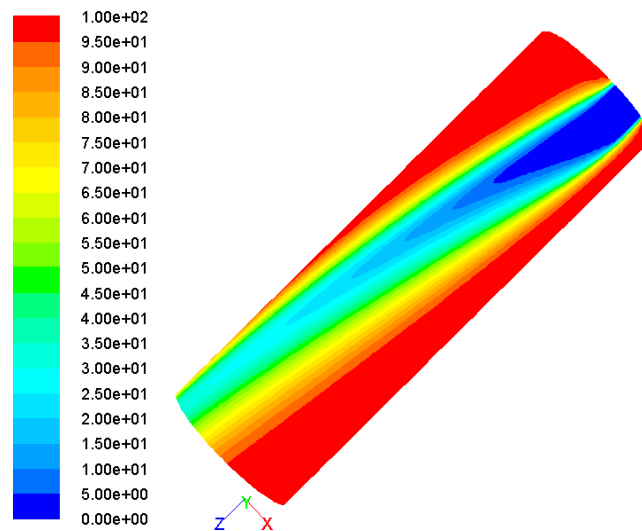


б

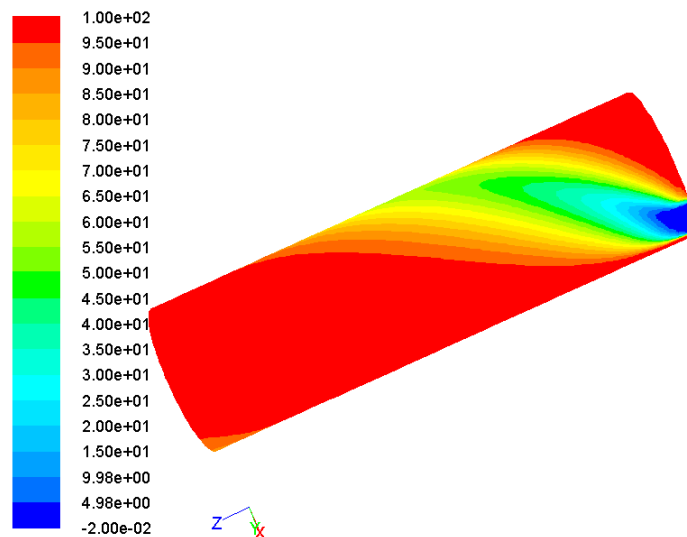
а – на внутрішньому циліндрі; *б* – на зовнішньому циліндрі

Рисунок 3.100 – Графік змінення концентрації по довжині коаксіального зазору при різних обертових швидкостях за варіантом 2

На рис. 3.101 показано поля розподілу концентрацій по зовнішній поверхні зазору при різних обертових швидкостях за варіантом 2.



a



б

a – за швидкості обертання внутрішнього циліндра 3 рад/с;

б – за швидкості обертання внутрішнього циліндра 12 рад/с

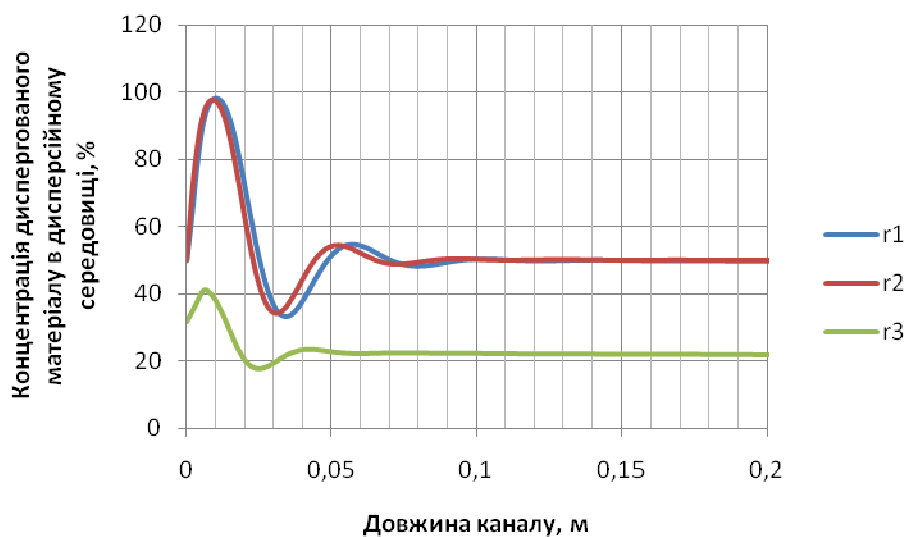
Рисунок 3.101 – Результати зміненн концентрації по довжині по зовнішній поверхні зазору при різних обертових швидкостях за варіантом 2

З наведених результатів витікає, що найефективніше змішування при обертівому внутрішньому циліндрі. Швидкість усереднення концентрації майже пропорційна швидкості обертання.

Процес змішування двох полімерів, або полімерів з іншими інгредієнтами в коаксіальному зазорі розглядається в двох варіантах їх введення згідно схем представлених на рис. 3.102: між внутрішнім обертовим та нерухомим зовнішнім циліндрами (див. рис. 3.102,*а*) та між обертовим зовнішнім та нерухомим внутрішнім циліндрами (див. рис. 3.102,*б*).

Числові дослідження проведені за таких конструктивних параметрів змішувального пристрою: діаметр внутрішнього циліндра – 72 мм, зовнішнього циліндра – 90 мм. Довжина коаксіального зазору між циліндрами – 300 мм. Швидкість обертання внутрішнього або зовнішнього циліндра – 16 рад/с. Швидкість осової подачі рідин в коаксіальний зазор – 0,1 м/с.

Для кількісного опису змінення розподілу концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі наведено графіки її змінення по довжині каналу на радіусах R_1 , R_2 , R_3 та r_1 , r_2 , r_3 (рис. 3.103).

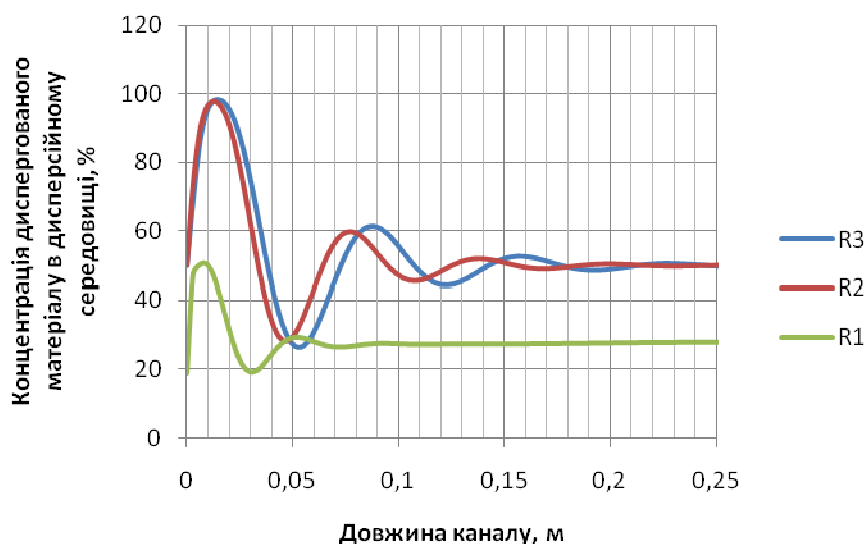


а

а – при обертанні зовнішнього циліндра та введенні диспергованого матеріалу біля внутрішнього циліндра;

б – при обертанні внутрішнього циліндра та введенні диспергованого матеріалу біля зовнішнього циліндра

Рисунок 3.103 – Графік змінення концентрації по довжині коаксіального зазору в радіальному напрямку



б

Рисунок 3.103 – Закінчення

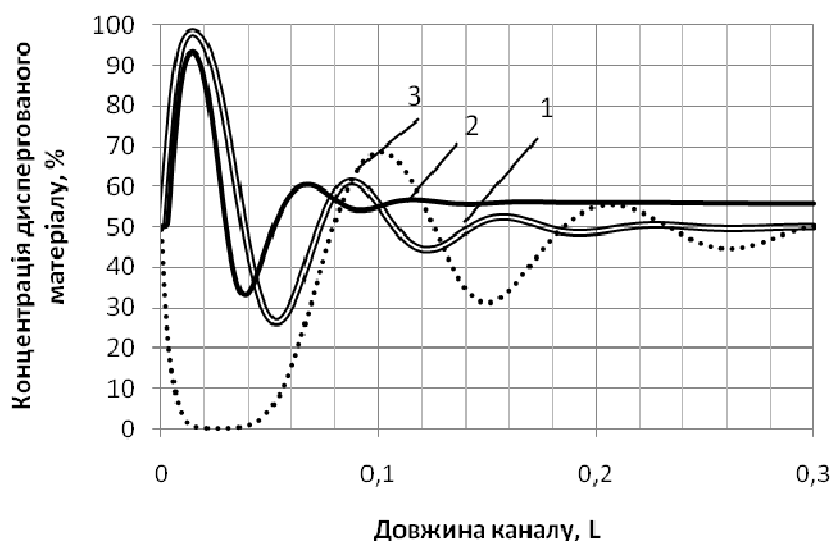
Спостерігається залежність, що чим далі по радіусу від обертового циліндра, тим більш потрібна відстань для досягнення усередненого значення концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі. На радіусі r_3 змішування відбулося за 0,06 м, на r_2 за 0,08 м, на r_3 за 0,1 м, тобто відстань по радіусу пропорційна відстані, на якій суміш стає однорідною. При введенні диспергованого матеріалу біля зовнішнього циліндра залежність є аналогічною.

З аналізу результатів, показаних на рис. 3.103 витікає, що при введенні диспергованого матеріалу біля внутрішнього циліндра і обертанні зовнішнього стан суміші швидше наближається до ідеального.

3.5.3.2 Дослідження процесу змішування двох полімерів у коаксіальному зазорі залежно від співвідношення їх в'язкостей

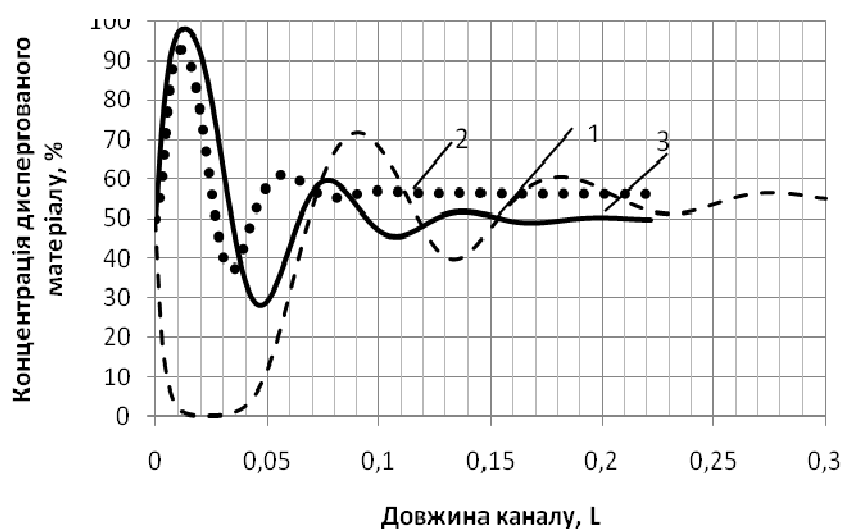
Вихідні дані аналогічні попередній задачі, крім того, що і в першому і в другому варіанті вводу обертовим завжди було задано внутрішній циліндр.

Для кількісного сприйняття змінення розподілу концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі на рис. 3.104 наведено графік концентрації по довжині каналу на радіусі R_3 за схемою на рис. 3.102,а, а на рис. 3.105 – на радіусі r_1 за схемою на рис. 3.102,б.



співвідношення в'язкостей диспергованого матеріалу до дисперсійного середовища: 1 – 1:1; 2 – 1:10; 3 – 1:0,1

Рисунок 3.104 – Змінення процентного співвідношення концентрації по довжині каналу при різних співвідношеннях в'язкостей в радіальній площині R3



співвідношення в'язкостей диспергованого матеріалу до дисперсійного середовища: 1 – 1:1; 2 – 1:10; 3 – 1:0,1

Рисунок 3.105 – Змінення процентного співвідношення концентрації по довжині каналу при різних співвідношеннях в'язкостей в радіальній площині r1

Під час руху двох полімерів в коаксіальному зазорі на початковій ділянці довжини здійснюється інтенсивний процес змішування, про що свідчить змінення концентрації дисперсної фази в дисперсійному середовищі з наближен-

ням до типу ідеальної суміші. Крива приймає горизонтальне положення при усередненні значення концентрації. З графіків видно, що за умови співвідношення диспергованого до дисперсійного матеріалу 1:10 (крива 2), відбувається найефективніше змішування. При співвідношенні 1:1 (крива 1), цей ефект досягається на довшому проміжку каналу, а при 10:1 вирівнювання концентрації суміші в коаксіальному зазорі відбувається найбільш повільно (крива 3).

Для кількісного опису змінення розподілу концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі при різних співвідношеннях в'язкостей на рис. 3.106 наведено графік її змінення при русі полімерів по довжині каналу в площинах R3 та r1.

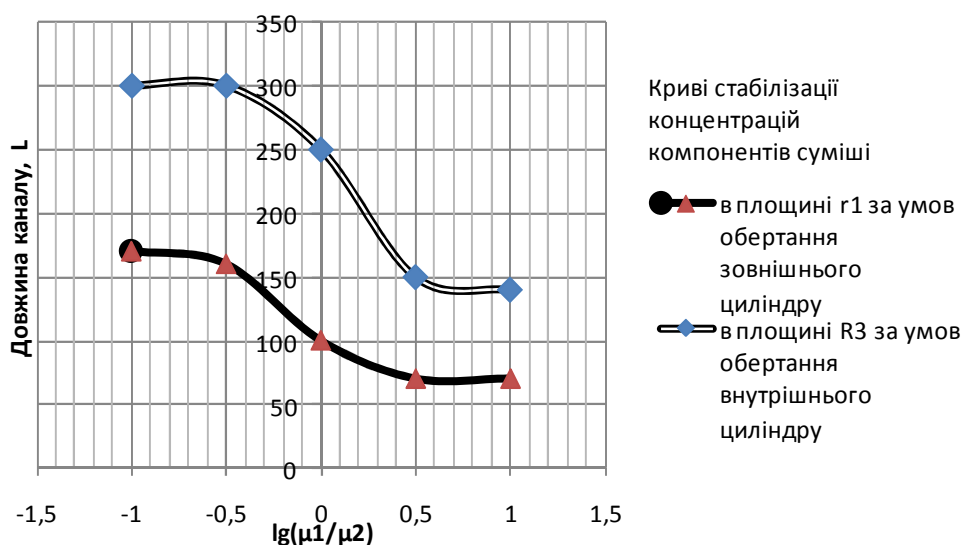


Рисунок 3.106 – Графік залежності довжини стабілізації концентрацій за умов обертання зовнішнього або внутрішнього циліндра і різних співвідношень в'язкостей дисперсійного середовища до диспергованого матеріалу

В обох варіантах введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище та обертового руху циліндрів змінення розподілу концентрацій компонентів аналогічне, але в разі введення диспергованого матеріалу біля зовнішнього обертового циліндра швидкість змішування набагато більша. При змішуванні двох полімерів за співвідношення в'язкостей $\lg(\mu_1/\mu_2) = 0,5$ та за умови обертання зовнішнього циліндра, усереднення концентрації компонентів дося-

гається на відстані 70 мм, а при обертанні внутрішнього циліндра – лише на відстані 150 мм. Це пояснюється тим, що у варіанті обертання внутрішнього циліндра накопичується значно більше деформації зсуву, ніж у варіанті обертання зовнішнього циліндра. Динаміка процесу змішування в обох варіантах введення полімерів є практично незмінною. Наведені результати вказують на те, що співвідношення 1:5 та 5:1 є оптимальним, тобто при їх збільшенні ефективність змішування двох полімерів не змінюється.

Досліджено, що для кращого змішування у разі, коли диспергований матеріал більш в'язкий, його потрібно вводити біля осердя каналу, коли ж диспергований матеріал менш в'язкий – то біля нерухомої поверхні. У варіанті введення біля обертової поверхні змішування відбувається кращим чином тоді, коли диспергований матеріал більш в'язкий за дисперсійне середовище. Відповідно до цих даних по проведенні числових експериментів рекомендується введення диспергованого матеріалу до дисперсійного середовища залежно від співвідношення в'язкостей.

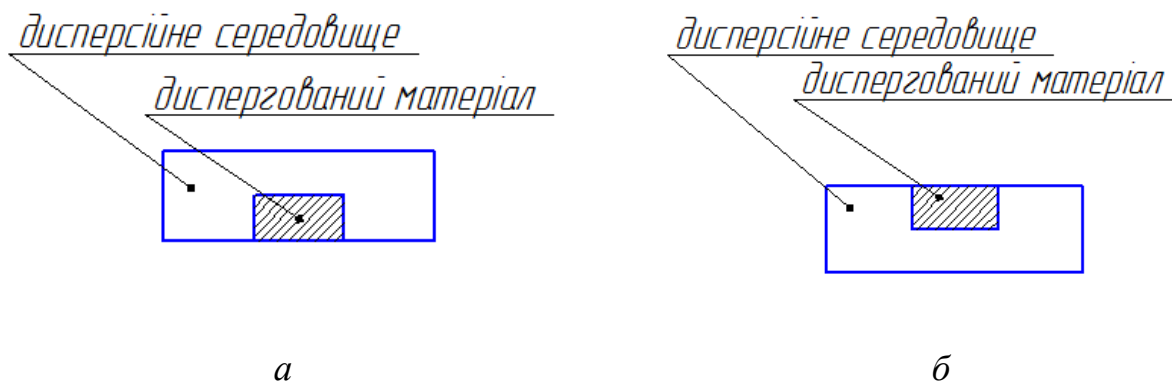
3.6 Аналіз результатів числових експериментів з дослідження розподілу концентрації диспергованого полімерного матеріалу в дисперсійному середовищі в черв'ячному каналі

Числові дослідження проведені за таких конструктивних параметрів черв'ячного каналу.

- Діаметр осердя – 72 мм;
- діаметр зовнішнього циліндра – 90 мм;
- довжина черв'ячного каналу – 300 мм;
- швидкість обертання черв'яка – 8 рад/с;
- осьова швидкість подачі рідин в канал – 0,1 м/с.

Теплофізичні реологічні властивості аналогічні попереднім розрахункам.

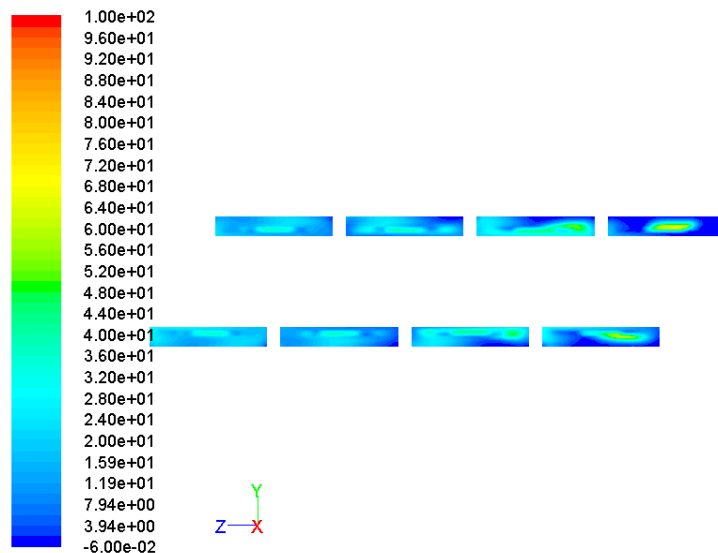
Введення диспергованого матеріалу в черв'ячний канал передбачалось згідно схем, показаних на рис. 3.107.



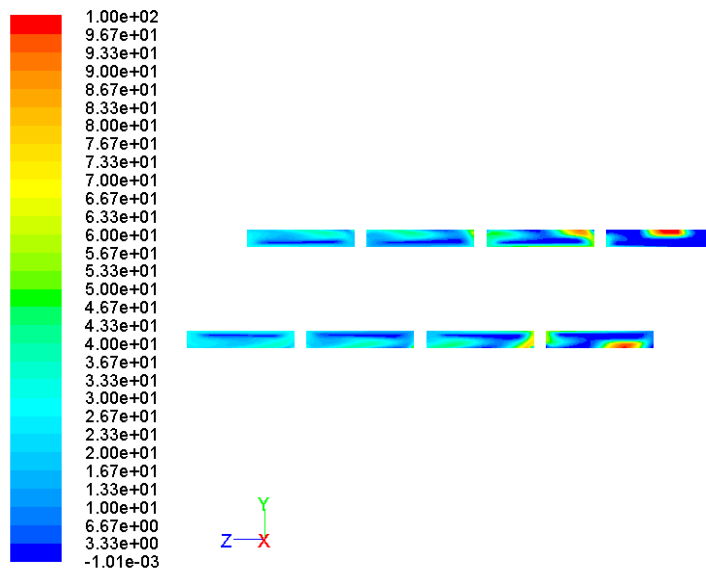
а – диспергований матеріал вводиться біля осердя черв'яка,
б – диспергований матеріал вводиться біля поверхні корпуса
 Рисунок 3.107 – Схема введення полімерів в черв'ячний канал

З метою якісної оцінки процесу взаємодії дисперсійного середовища з диспергованим матеріалом досліджували змінення розподілу концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі при їх русі в черв'ячному каналі за умов введення диспергованого матеріалу в різних зонах його поперечного перерізу, а також при різних співвідношеннях їх в'язкостей.

Результати числових досліджень показали, що внаслідок обертового руху черв'яка спостерігається перерозподіл концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі в ході їх руху вздовж черв'ячного каналу. Змішування відбувається активніше за умови введення диспергованого матеріалу біля осердя черв'яка, що підтверджує більш інтенсивне усереднення концентрації компонентів на площинах черв'ячного каналу, розміщених вздовж осі обертання (рис. 3.108).



а



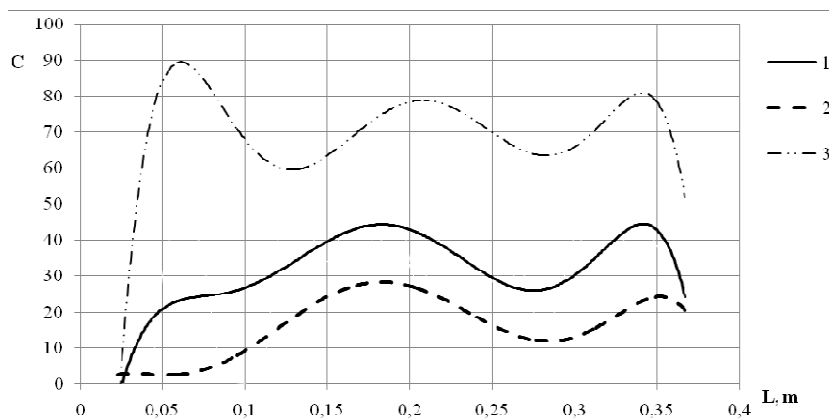
б

а – диспергований матеріал вводиться біля осердя черв'яка;

б – диспергований матеріал вводиться біля зовнішнього діаметра черв'яка

Рисунок 3.108 – Розподіл диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі в площинах осьового перерізу черв'ячного каналу

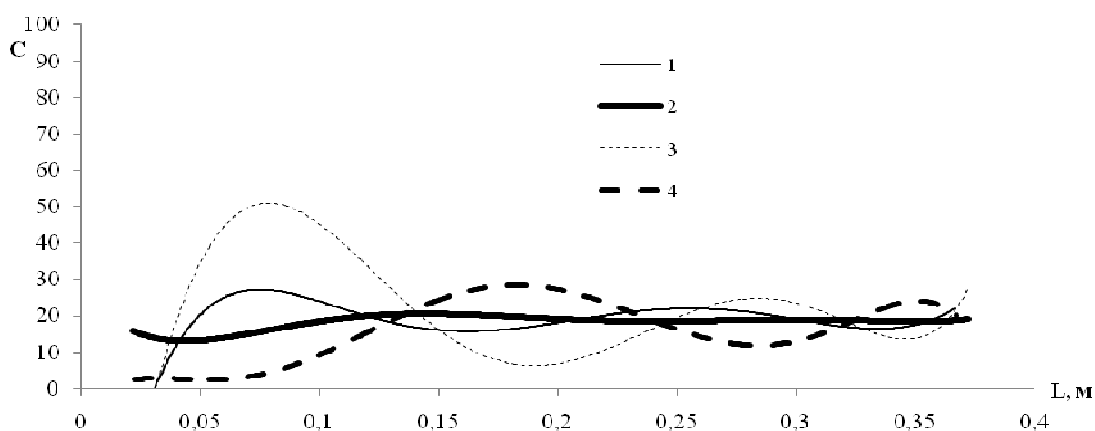
Дослідження розподілу концентрації матеріалу по довжині зони змішування здійснювали також при різних вхідних швидкостях диспергованого матеріалу та за умов постійної швидкості входу дисперсійного матеріалу $V = 1$ м/с (рис. 3.109). Результати показали, що змішування відбувається найбільш інтенсивно в разі, коли швидкості двох матеріалів рівні.



1 – $V = 2$ м/с, 2 – $V = 1$ м/с, 3 – $V = 0,75$ м/с

Рисунок 3.109 – Розподіл концентрації матеріалу по довжині зони змішування при різних вхідних швидкостях дисперсійного матеріалу

У реальних експериментах важко визначитися, на якій глибині в зоні змішування потрібно вводити більш в'язкий полімер відносно основного. На рис. 3.110 наведено результат дослідження процесу змішування полімерів з різною в'язкістю за різних умов обертання черв'яка та зовнішнього циліндра.



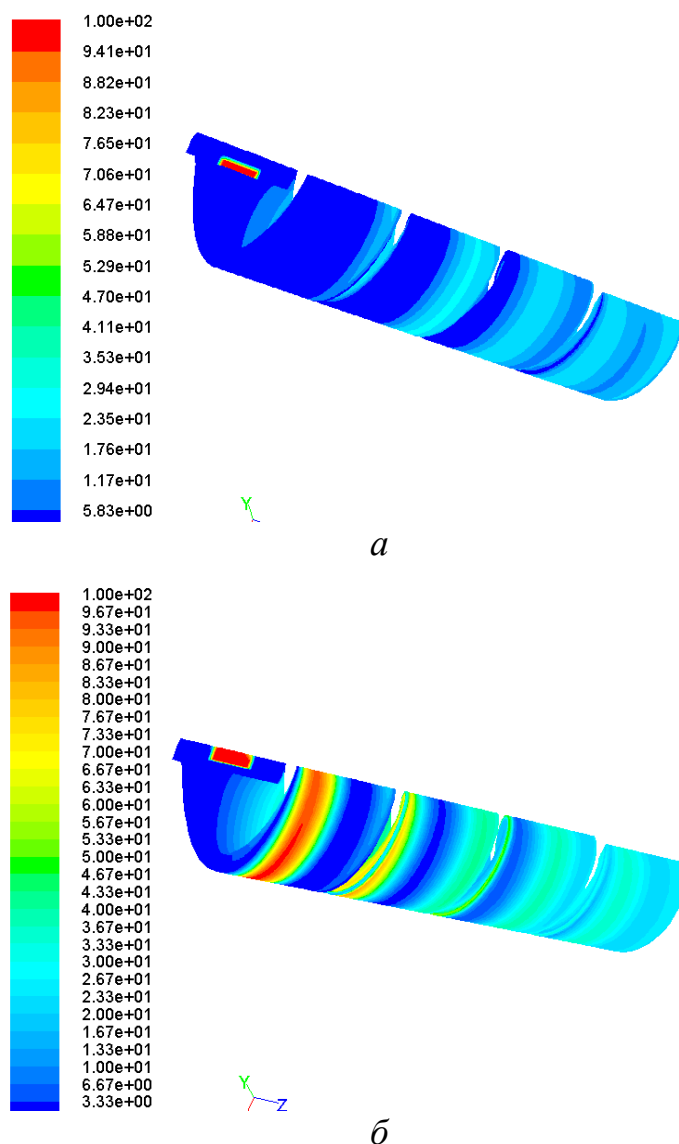
1 – обертовий циліндр, співвідношення в'язкостей 1:100; 2 – обертовий черв'як, співвідношення в'язкостей 1:100; 3 – обертовий зовнішній циліндр, співвідношення в'язкостей 1:1; 4 – обертовий черв'як, співвідношення в'язкостей 1:1

Рисунок 3.110 – Розподіл концентрації по довжині зони змішування за різних співвідношень в'язкостей дисперсійного та диспергованого матеріалів та за різних умов обертання зовнішнього циліндра та черв'яка

Результати моделювання показали, що в разі, коли в'язкість диспергованого матеріалу більша в 50–100 разів від дисперсійного, найбільш

ефективно змішування відбувається в зоні біля обертового черв'яка, так як на більш в'язкий матеріал діють великі сили зсуву і відбувається краще його розподілення в менш в'язкому.

Для кращого сприйняття змінення розподілу концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі на рис. 3.111 наведено якісні картини її змінення по довжині черв'ячного каналу в різних площинах черв'ячного каналу за різних умов введення диспергованого матеріалу та різних варіантів обертового руху.



a – диспергований матеріал вводиться біля осердя черв'яка; *б* – диспергований матеріал вводиться біля циліндра

Рисунок 3.111 – Розподіл концентрації на зовнішній поверхні диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі в черв'ячному каналі

Результати показали, що найбільш ефективно відбувається змішування біля обертової поверхні і при введенні диспергованого матеріалу біля неї. З рис. 3.111,*а* видно, що змішування за умови введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище біля осердя обертового черв'яка відбувається практично в два рази швидше, ніж за введення диспергованого матеріалу біля зовнішнього радіуса обертового черв'яка. Вже після проходження першого витка спостерігається усереднення значення концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі. На виході отримуємо суміш з концентрацією близько 20 %, тобто змішування двох полімерів відбулося.

На рис. 3.111,*б* диспергований матеріал вводиться біля зовнішнього циліндра. Процес змішування двох полімерів за умови введення диспергованого матеріалу біля зовнішнього циліндра активно проходить на чотирьох перших витках черв'яка. Суміш наближається до однорідного складу після проходження третього витка шнека. Тому доцільним є використання варіанту введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище біля осердя обертового черв'яка.

За співвідношення в'язкостей диспергованого матеріалу до дисперсійного середовища 1:1 та введенні диспергованого матеріалу біля зовнішнього радіуса черв'яка (див. рис. 3.107,*б*) розподіл концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі відбувається менш активно, ніж у варіанті введення згідно рис. 3.107,*а*.

В обох варіантах введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище біля осердя черв'яка змінення розподілу концентрацій компонентів різне, у разі введення диспергованого матеріалу біля осердя черв'яка швидкість змішування набагато більша.

3.7 Висновки

На базі створеної математичної моделі проведено серію числових моделювань процесу плавлення в модельних та черв'ячних каналах різної геометрії, отримано поля розподілу температур, швидкостей та інших параметрів поліме-

ру, а також геометрію поверхні розділу твердої та рідкої фаз, що дозволило дослідити закономірності процесу.

За результатами проведених числових експериментів виявлено, що головну роль в розподілі температури в зоні плавлення відіграє тепло, обумовлене тертям матеріалу об стінки обладнання, та енергія дисипації в'язкої деформації. Рух полімеру практично відсутній по висоті каналу і є незначним по ширині каналу. Спостерігається помітна нерівномірність розподілу швидкостей в перерізах вздовж каналу. Таким чином, відбувається конвективний теплообмін вздовж каналу черв'яка, що не враховується багатьма існуючими моделями процесу плавлення полімерів.

Експериментальні та числові дослідження показують, що з руйнуванням залишків пробки плавлення не закінчується, виникає ризик виносу непропавлених часток полімеру в зону формування, що може призвести до дефектів у виробі. Тому необхідно інтенсифікувати також зсувні деформації та перемішування розплаву, що сприятиме остаточному плавленню часток полімеру та його гомогенізації. Найкращим методом досягнення достатнього ступеню гомогенізації розплаву є введення в черв'як зони змішування. Такі зони доцільно застосовувати для зменшення розмірів непропавлених часток полімеру до їх повного розплавлення, статистичного розподілення наповнювачів і для зменшення коливань температури розплаву перед виходом у зону формування.

Запропоновано математичну модель процесу температурної гомогенізації полімерного розплаву на базі співвідношень нелінійної механіки суцільних середовищ в Ейлеровій системі відліку.

Виконано серію числових моделювань процесу температурної гомогенізації в одному з найбільш вживаних різновидів бар'єрного змішувача, встановлено основні закономірності та визначено раціональні параметри процесу.

Досліджено закономірності розподілу концентрації барвника в змішувальних зонах різного конструктивного оформлення. Перенесення дисперсійного компонента в розплав полімеру, що рухається в каналі динамічного змішувача

відбувається переважно поблизу рухомої стінки. Останнє обумовлюється більш інтенсивним зсувом, що діє в розплаві біля рухомої стінки.

Результати числових досліджень показали, що подальше збільшення довжини змішувального каналу вже не призводить до істотних змін концентрації барвника, а призводить лише к збільшенню нерівномірності по локальних зонах перерізу. Таким чином, довгі змішувальні канали з однорідними умовами змішування мало ефективні порівняно з системою коротких каналів.

У процесі розв'язання задачі числовими методами було досліджено розподіл концентрації барвника в коаксіальному зазорі в радіальному напрямку. Встановлено, що при ламінарній течії полімерного матеріалу в коаксіальному зазорі бар'єрного змішувача не відбувається змішування між шарами, оскільки немає ніяких конструктивних перешкод, які б збурювали течію в радіальному напрямі і тим самим покращували процес змішування.

Для покращення процесу змішування в каналі необхідні радіальні конструктивні елементи, які збурюють потік в радіальному напрямку, утворюючи циркуляційні зони, що призводить до інтенсифікації змішування шарів полімерного матеріалу по товщині каналу. За відсутності таких конструктивних елементів змішування відбувається лише в коловому напрямку за рахунок деформації зсуву.

Оскільки якість змішування не є однаковою при різних значеннях довжини та частоти обертання, то при застосуванні динамічних змішувачів доцільніше виконувати довшу зону змішування, ніж збільшувати швидкість обертового руху ротора.

Досліджено залежність ефективності змішування від співвідношення в'язкостей дисперсійного середовища до диспергованого матеріалу. Наведені результати підкріплюють твердження про найбільш ефективне змішування в разі, коли диспергований матеріал більш в'язкий за дисперсійне середовище. Графічно продемонстровано та описано змішування на різних радіусах, що дає більш точне уявлення про механізм процес змішування. Для досягнення більшої ефективності змішування, доцільно використовувати варіант введення

диспергованого матеріалу в коаксіальний змішувальний канал за умов обертання зовнішнього циліндра.

Досліджено змішування двох полімерів за різних варіантів введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище в каналі черв'ячного типу. Наведено результати числового моделювання розподілу концентрації та процесу змішування в різних перерізах черв'ячного каналу. Представлені результати досліджень ілюструють ефективність числових методів аналізу змішувальної спроможності полімерного обладнання на базі розробленої методики досліджень полів розподілу концентрацій компонентів суміші по аналогії з розподілом температури полімеру при його течії в робочих каналах.

Встановлено, що змішування при введенні диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище біля осердя обертового черв'яка відбувається практично вдвічі швидше, ніж при введенні диспергованого матеріалу біля зовнішнього радіусу обертового черв'яка. Тому доцільним є використання варіанту введення диспергованого матеріалу в дисперсійне середовище біля осердя обертового черв'яка.

4 МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМУВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ

4.1 Класифікація формувальних пристроїв черв'ячних екструдерів

Екструзійні головки класифікують за такими ознаками [39]:

1. За напрямом виходу виробу:

- прямотечійні, у яких напрям виходу розплаву збігається з віссю черв'яка;
- кутові, частіше за все напрям виходу розплаву в них повернуто на 90°

відносно осі черв'яка;

– офсетні, в яких потік розплаву здійснює подвійний поворот, через що виріб формується в напрямі, паралельному осі екструдера. Такі головки можуть застосовуватися для багатоструминної екструзії, для виготовлення певних видів кабелів або профілів з осердям.

2. За конфігурацією формуючої щілини:

- гранулювальні;
- кільцеві;
- плоскощілинні;
- профільні.

3. За призначенням:

1) головки для грануляції:

- а) для гарячої, або грануляції на решітці;
- б) для холодної, або стренгової грануляції;

2) головки для виробництва рукавної плівки:

- а) для одношарових рукавних плівок;
- б) для багатошарових рукавних плівок;

3) плоскощілинні головки для виготовлення плоских плівок й листів:

- а) для одношарових плоских плівок і листів;
- б) для багатошарових плоских плівок і листів;

4) головки для виробництва труб, рукавів та армованих шлангів:

- а) для виробництва напірних труб;

- б) для виготовлення армованих плоскозгорнутих рукавів;
- в) для виробництва армованих шлангів;
- г) для виробництва гофрованих труб;
- д) для виготовлення гнучких газоводів, гнучких шлангів, труб великого діаметра навивкою стрічки або профілю на оправку з подальшим їх зварюванням;
- е) головки для виробництва труб з теплоізоляцією;
- ж) головки для виробництва багатоканальних труб;
- з) головки для виробництва багат шарових труб методом співекструзії;
- 5) профільні головки:
 - а) головки для виготовлення трубоподібних профілів;
 - б) головки для виготовлення порожнистих профільних виробів;
 - в) головки для виробництва камерних профілів;
 - г) головки для виробництва багат шарових (або комбінованих) профілів;
 - д) головки для виготовлення армованих виробів (у т.ч. кабельні головки);
 - б) головки для виготовлення виробів методом екструзії з роздуванням;
 - 7) головки для виробництва моно- і бікомпонентних волокон.

4.2 Моделювання формувальних пристроїв з урахуванням пружності конструктивних елементів обладнання

4.2.1 Моделювання процесу формування в міжвалковому зазорі черв'ячно-валкового агрегату

Валкова головка черв'ячно-валкового агрегату представляє собою двох-валкову машину, валки якої розташовані в вертикальній площині. Валки мон-туються на підшипниках кочення і встановлені на двох станинах. Всередині валків виконана порожнина для охолодження. Підшипникові опори нижнього валка нерухомо встановлено на станинах, підшипникові опори верхнього валка рухомі з можливістю регулювання зазору між валками. Переміщення верхнього валка здійснюється за допомогою двох механізмів регулювання зазорів, які

встановлені на обох цапфах валка. Змінення величини зазору між валками дозволяє в процесі роботи змінювати товщину листа.

Завантажений матеріал проходить усі зони черв'яка і потрапляє до валкової головки. На виході із черв'ячної машини встановлено спеціальний пристрій, за допомогою якого перероблюваний матеріал розподіляється на всю робочу ширину валка і потрапляє у міжвалковий зазор, де і відбувається безпосереднє формування листа.

Тривимірна модель течії гумової суміші 2Р-581 у формувальній зоні черв'ячно-валкового агрегату представляє собою геометрично складний перехід від циліндричного каналу черв'ячної машини до міжвалкового зазору формувальної головки з валками, які обертаються назустріч один одному з можливістю регулювання зазору між ними. На рис. 4.1 показано скінченноелементну розрахункову схему верхньої половини формувальної головки, симетричної відносно горизонтальної площини, яка проходить крізь середину міжвалкового зазору. Діаметр валків – 500 мм, ширина формувальної зони – 600 мм, лінійна швидкість поверхонь валків – 40 м/хв, висота зазору між валками – 4 мм. Розбивка на сітку 30×40×10.

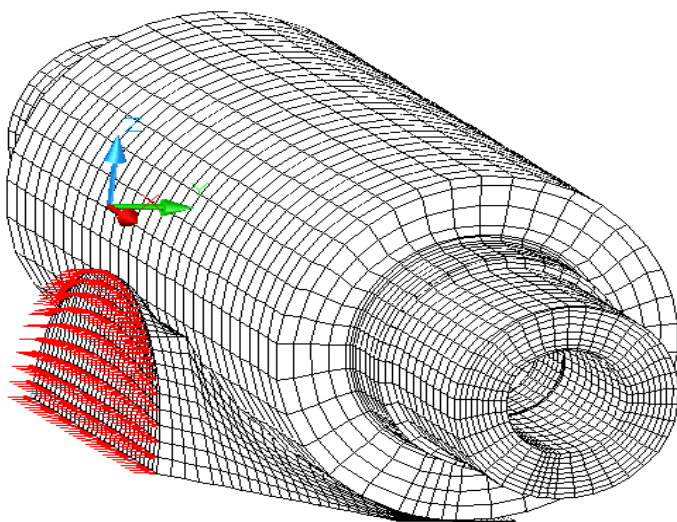


Рисунок 4.1 – Просторова модель перехідного каналу з валковою головою

Скінченноелементна розрахункова схема матеріалу в формувальній зоні представлена на рис. 4.2.

- Розбивка на сітку 30х10х35;
- Лінійна швидкість валків 40 м/хв;
- Перероблюваний матеріал – гумова суміш 2Р-581 [169];
- Діаметр черв'яка – 380 мм.

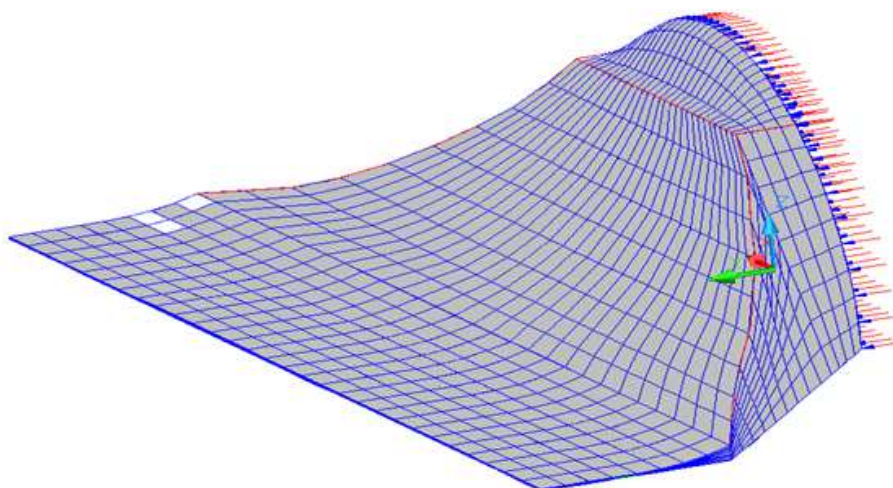


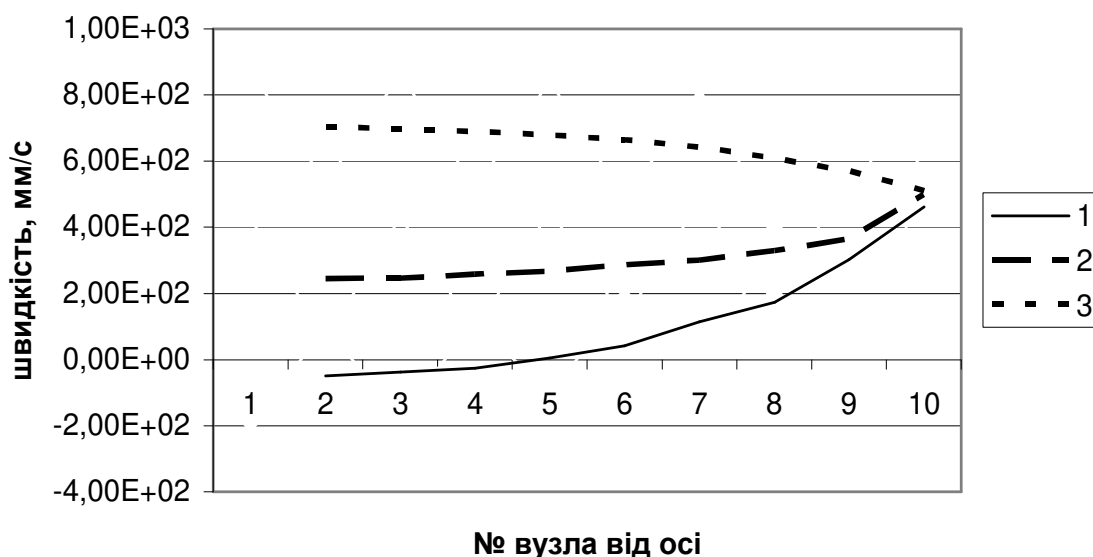
Рисунок 4.2 – Скінченноелементна модель формуючого каналу

У ході числового моделювання досліджувались просторові поля розподілу тиску і швидкостей течії перероблюваного матеріалу в формувальній зоні з урахуванням змінення його реологічних властивостей в різних технологічних режимах у взаємозалежності з прогином валків. Конфігурація перехідної формувальної зони ЧВА відрізняється від такої у інших валкових машин, тому якісна картина процесу формування та прогину валків в ньому відрізняється від аналогічних для каландрування й вальцювання, що свідчить про обґрунтованість застосування для подібних об'єктів лише тривимірних моделей.

Модель будувалася з урахуванням нелінійних властивостей полімеру так і без врахування.

Як приклад на рис. 4.3 представлені графіки, які дозволяють проаналізувати розподіл швидкостей течії матеріалу по висоті зазору у трьох перерізах: в зоні входу матеріалу в валковий зазор, де помітна область виникнення протито-

ку поблизу осі зазору; в середньому перерізі по довжині дуги контакту матеріалу з бочкою валка, де швидкості розподіляються в напрямку обертів валків; в перерізі по мінімальній висоті міжвалкового зазору. Приклад наведено для температури валків та гумової суміші 80 °С, продуктивності агрегату 70 кг/год.

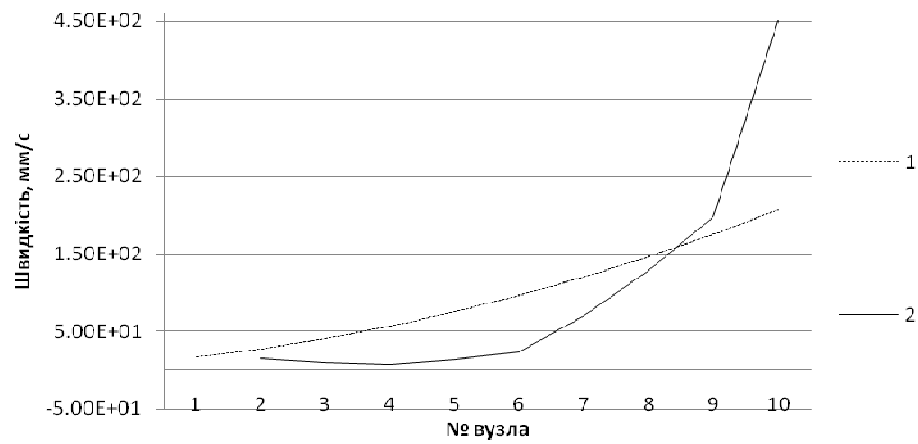


1 – зона входу матеріалу; 2 – середній переріз; 3 – при мінімальній висоті зазору

Рисунок 4.3 – Розподіл швидкостей матеріалу по висоті міжвалкового зазору

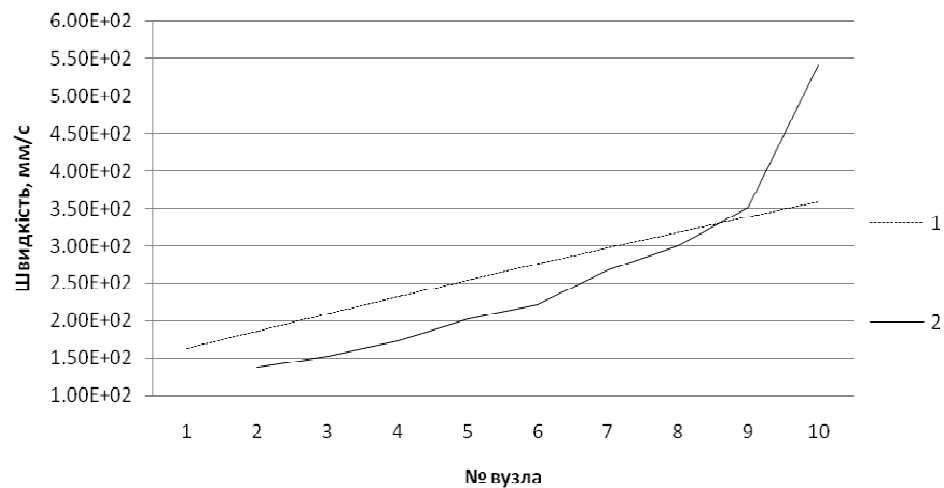
Графік, зображений на рис. 4.3, дозволяє прослідити розподіл швидкостей по зонам, з початку виникнення протитоку (від'ємні швидкості), а потім швидкості розподіляються по напрямку обертів валків; у міжвалковому зазорі черв'ячно-валкового агрегату. Даний розподіл справедливий в межах похибки рівної 3 % і розподілу для міжвалкового зазору каландра.

Визначення полів швидкостей та тиску в зоні формування ЧВА має виражену залежність від точності врахування неньютонівських (нелінійних) властивостей перероблюваного матеріалу. Залежність розподілу швидкостей в валковому зазорі від реологічних властивостей матеріалу показана на графіках 4.4 – 4.6.



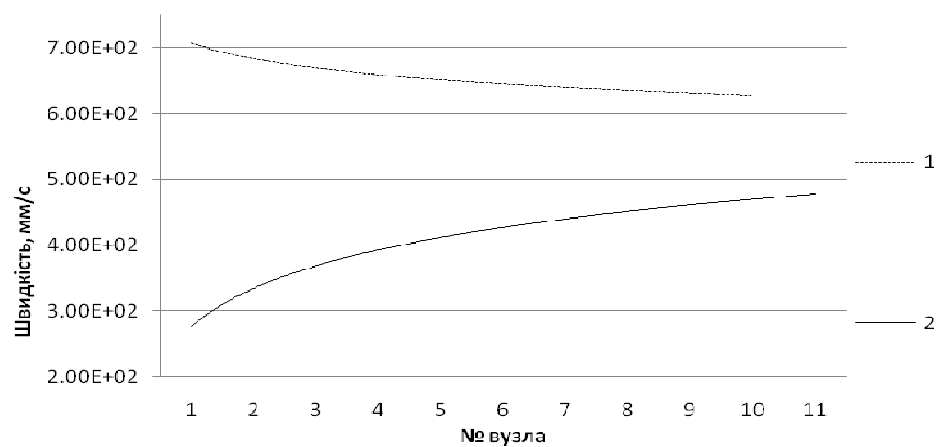
1 – лінійна задача; 2 – нелінійна задача

Рисунок 4.4 – Розподіл швидкості по висоті зазору (початок контакту)



1 – лінійна задача; 2 – нелінійна задача

Рисунок 4.5 – Розподіл швидкості по висоті зазору (середина контакту)

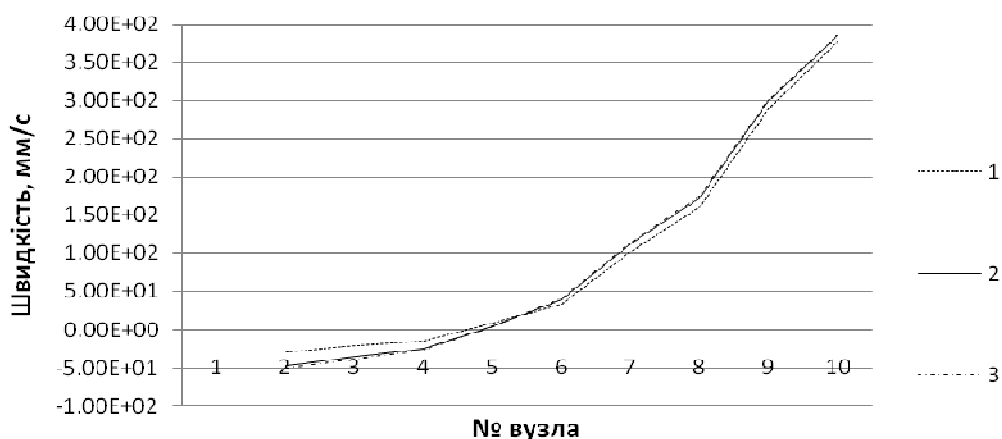


1 – лінійна задача; 2 – нелінійна задача

Рисунок 4.6 – Розподіл швидкості по висоті зазору (під зазором)

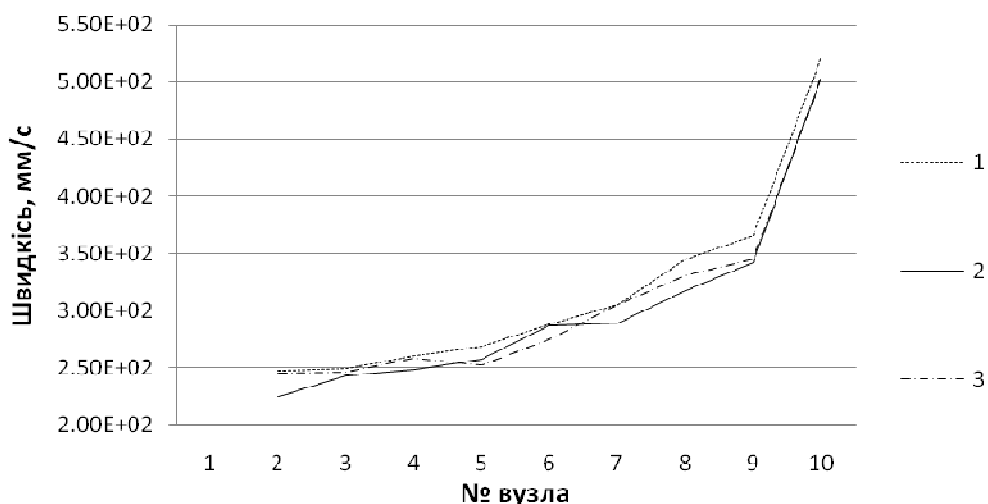
Представлені на рис. 4.4 – 4.6 результати числового моделювання свідчать про недоцільність застосування моделей течії полімерного матеріалу у міжвалковому зазорі ЧВА, які не враховують нелінійні властивості полімеру, так як розбіжність із моделями, які враховують нелінійність полімеру, складають в окремих зонах понад 100 %, що є неприпустимо.

Менший впливу на параметри процесу черв'ячно-валкового формування та особливості його моделювання має температура матеріалу, як можна побачити з рис. 4.7 – 4.9.



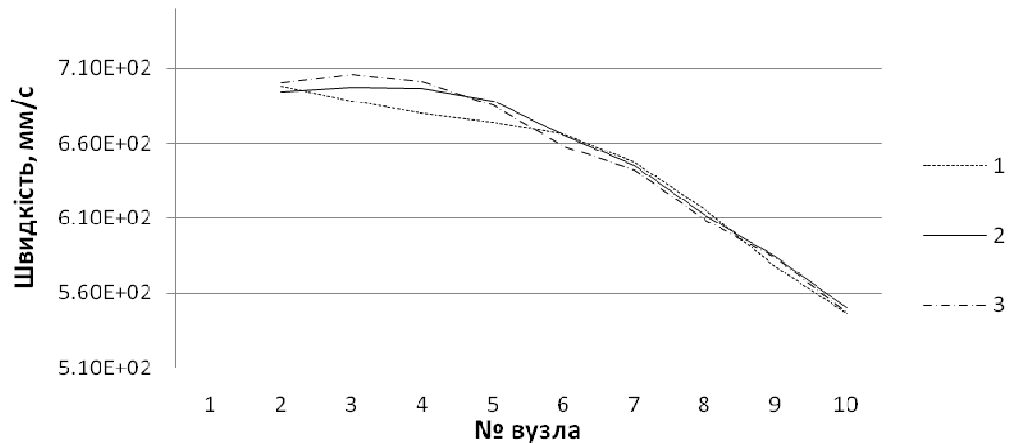
1 – для температури 40 °C; 2 – для температури 60 °C; 3 – для температури 80 °C

Рисунок 4.7 – Розподіл швидкості по висоті зазору (початок контакту)



1 – для температури 40 °C; 2 – для температури 60 °C ; 3 – для температури 80 °C

Рисунок 4.8 – Розподіл швидкості по висоті зазору (середина контакту)

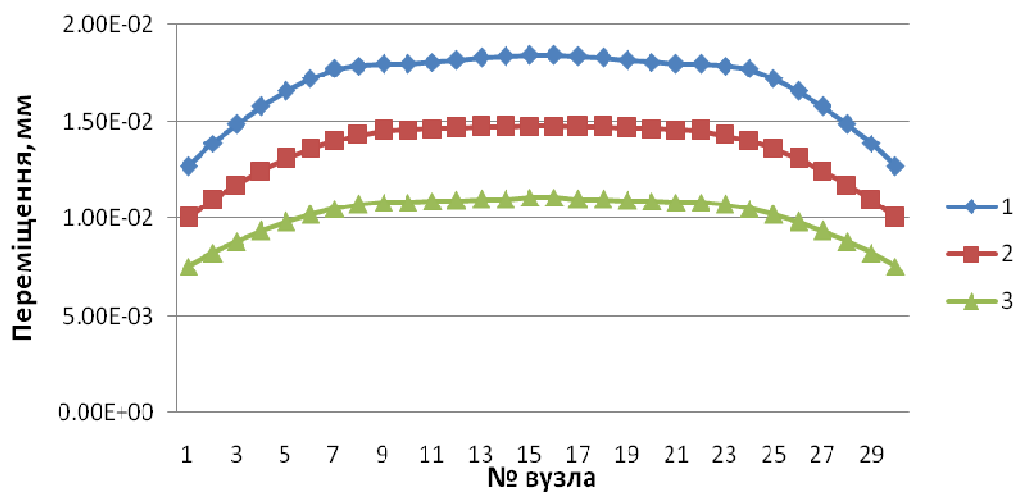


1 – для температури 40 °C; 2 – для температури 60 °C ; 3 – для температури 80 °C

Рисунок 4.9 – Розподіл швидкості по висоті зазору (під зазором)

Дослідження отриманих результатів впливу температури на розподіл швидкостей вказує на те, що початкова температура полімеру мінімально впливає, порядку 5 %, на розподіл швидкостей по висоті зазору.

Водночас, зі зменшенням температури формування величина прогину валків зростає і для даних умов сягає 0,02 мм (рис. 4.10), що в свою чергу впливає на рівнотовщинність вихідного продукту.



1 – 40 °C ; 2 – 60 °C ; 3 – 80 °C

Рисунок 4.10 – Прогин робочої частини валка при різних температурах гумової суміші в формуючій зоні

Для уточненого моделювання пружної деформації конструктивних елементів устаткування та процесу формування виробів необхідно враховувати їх взаємний вплив.

Графік на рис. 4.10 вказує на необхідність компенсації прогину валків при початковій температурі полімеру 40–60 °С при отриманні плівки товщиною меншої 0,3 мм, щоб нерівнотовщинність не виходила за межі 10 %.

З наведених результатів моделювання можна зробити висновок, що температуру перероблюваного матеріалу можна підтримувати мінімально необхідною для стадії пластикації та дозування в зону формування, що дозволить зменшити енергоємність процесу екструзії. При цьому потрібно мати на увазі, що з пониженням температури матеріалу в зоні формування тиск підвищується, що збільшує деформацію валків і зменшує рівнотовщинність листового виробу.

У результаті числового моделювання отримані також дані про розподіл тиску в валковій зоні формування (рис. 4.11).

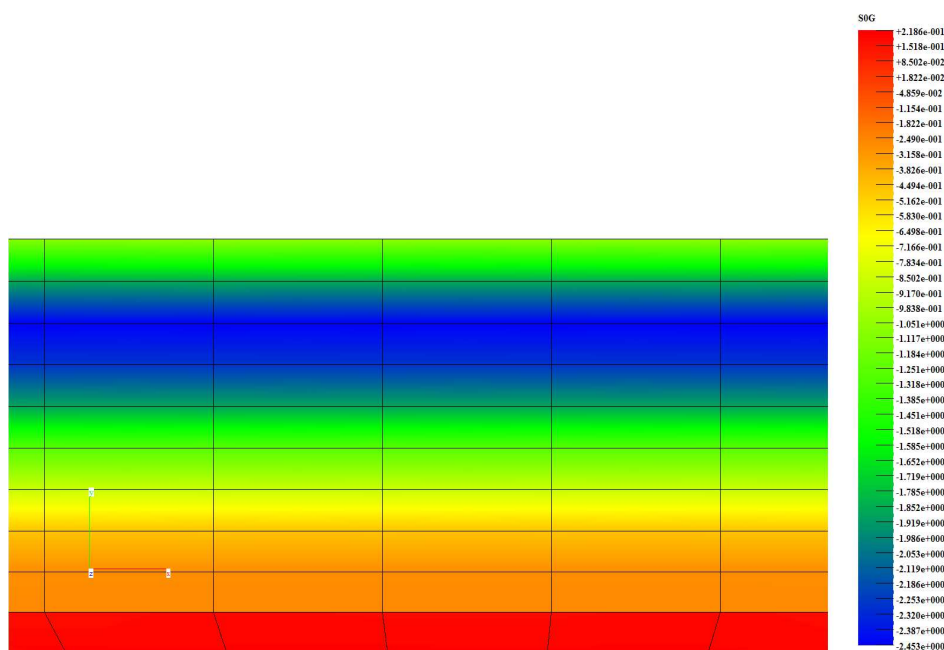


Рисунок 4.11 – Розподіл тиску на виході з міжвалкового зазору

Зображення розподілу тиску на рис. 4.11 вказує на те, що останній по довжині нелінійно збільшується від мінімального значення 0,26 МПа на вході в валковий зазор до максимального значення 2,45 МПа при мінімальному зазорі.

Отримані дані дозволяють прогнозувати величину й характер деформації валків формуючих головок ЧВА та врахувати її вплив на рівнотовщинність виробу, що формується.

4.2.2 Зв'язане моделювання процесу формування в плоскощілинній головці

Дослідження взаємного впливу пружної деформації конструктивних елементів формувального устаткування та параметрів течії полімерного матеріалу в його формувальних каналах проводилося на модельній конструкції плоскощілинної головки.

Схема нанесення сіткової області на конструктивні елементи та формувальні канали головки, що моделюється, представлена на рис. 4.12.

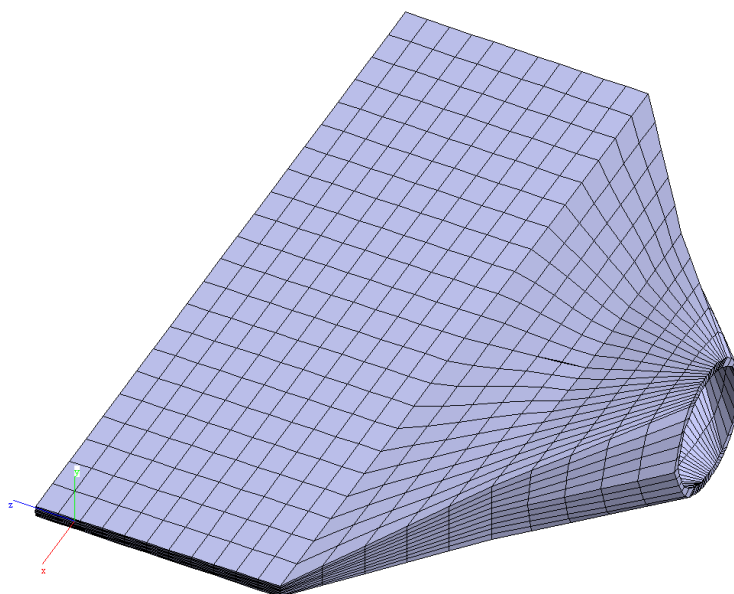
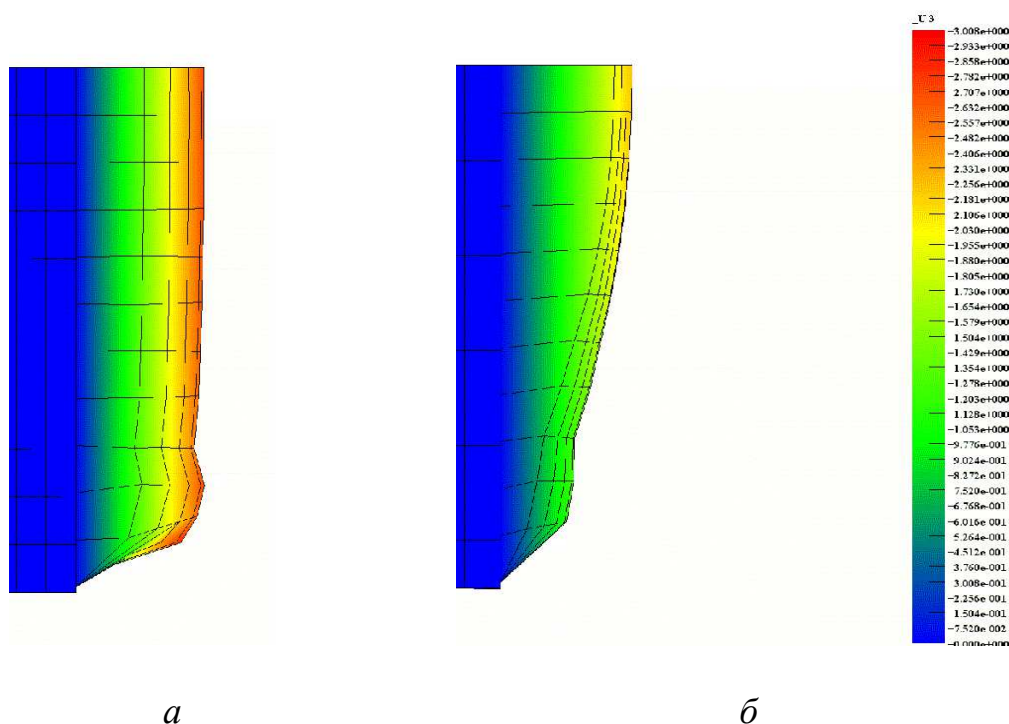


Рисунок 4.12 – Сіткова область модельної головки

Оскільки конструкція симетрична по двох осях, розрахунки проводилися по чверті формуючої порожнини та конструктивних елементів головки.

На рис. 4.13 показано відмінність між розподілами швидкостей руху поліетилену високої густини на виході з формуючої щілини плоскощілинної головки без урахування і з урахуванням пружної деформації її корпусу.



a – без урахування деформації корпусу; *б* – з урахуванням деформації корпусу

Рисунок 4.13 – Розподіл швидкостей розплаву на виході з головки

З отриманих результатів числових досліджень (рис. 4.13) витікає, що за наявності пружної деформації конструктивних елементів корпусу картина течії розплаву в формувальних каналах якісно змінилася і різниця швидкостей розплаву між центральною зоною і краями формувальної щілини стала навіть зворотною. Моделювання течії полімеру на виході з головки, в якій формувальні канали зпрофільовані без урахування пружної деформації конструктивних елементів, показує майже рівномірний розподіл швидкостей по ширині з невеликим збільшенням по краях. Водночас, моделювання процесу формування з урахуванням деформації головки демонструє, що висота щілини в центральній зоні збільшується, і як наслідок витрата розплаву в цій зоні перевищує витрати біля країв формувальної щілини.

Для дослідження впливу жорсткості конструктивних елементів головки виконано числове моделювання залежності розподілу швидкостей руху розплаву полімеру на виході з формувального каналу від циліндричної жорсткості головки, яку визначали за формулою

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)},$$

де E та ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона матеріалу головки відповідно, h – товщина стінки головки.

Графік співвідношення швидкостей розплаву по центру та біля країв формувальної щілини головки залежно від величини циліндричної жорсткості її стінок представлений на рис. 4.14.

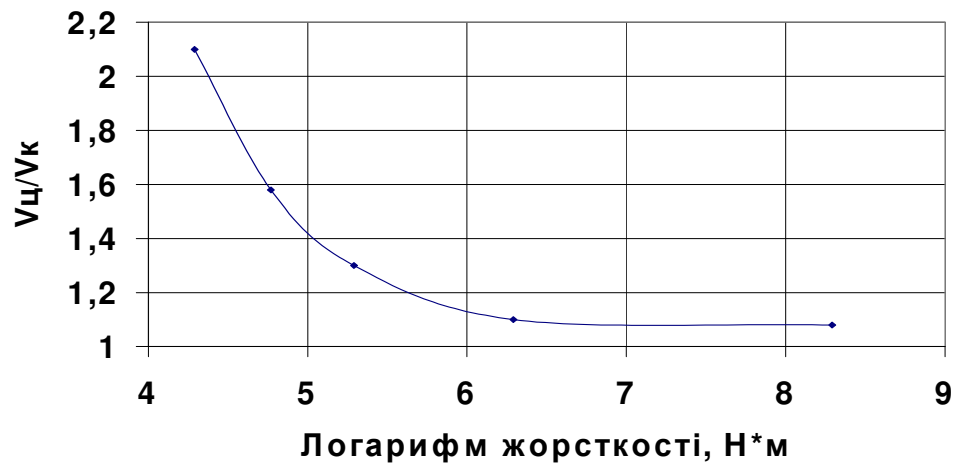


Рисунок 4.14 – Залежність співвідношення швидкостей розплаву на виході з головки від циліндричної жорсткості її стінок

Залежність величини найбільшого прогину стінки головки від її циліндричної жорсткості представлена на рис. 4.15.

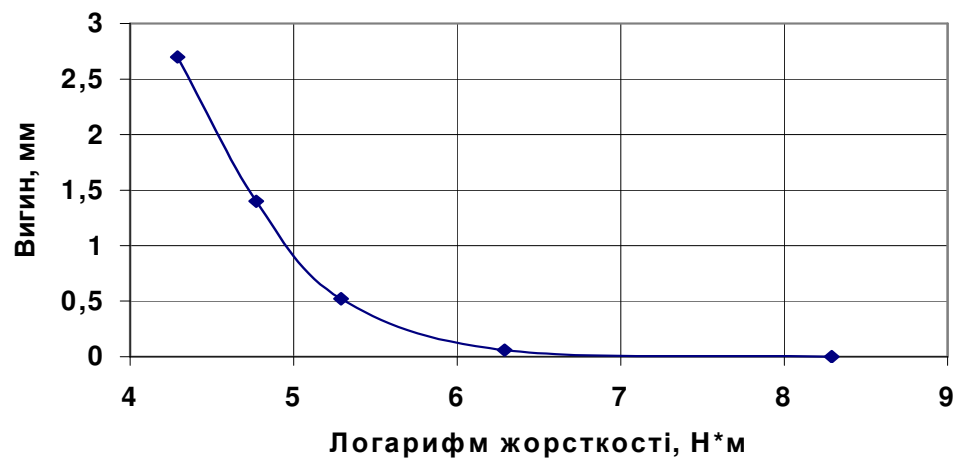


Рисунок 4.15 – Залежність найбільшого прогину головки від циліндричної жорсткості її стінок

Залежності на рис. 4.14 і 4.15 мають нелінійний характер, оскільки із збільшенням деформації стінок головки відбуваються локальні зміни швидкостей, в'язкостей, тиску і т.д. Після досягнення значення жорсткості понад 6 Н·м величина прогину формуючих конструктивних елементів плоскощільної головки стає незначною і вже майже не впливає на розподіл швидкостей полімеру в каналах.

4.3 Висновки

Запропоновані і опробовані алгоритми та методика числових розрахунків, які дають можливість аналізувати реальні картини течії полімерних матеріалів у формувальних каналах полімерного устаткування з рухомими та нерухомими деформівними стінками.

Розроблені математична модель та методика можуть застосовуватись для практичного використання в ході проєктування формувального устаткування і оптимізації його конструктивно-технологічних параметрів.

У процесі формування листових виробів на черв'ячно-валковому агрегаті температуру перероблюваного матеріалу можна підтримувати мінімально необхідною для стадії пластикації та дозування в зону формування, що дозволить зменшити енергоємність процесу екструзії.

Отримані дані дозволяють прогнозувати величину й характер деформації формувальних елементів та врахувати її вплив на рівнотовщинність виробу, що формується. Проведені уточнені числові експерименти дозволили сформулювати рекомендації для розробників та експлуатаційників полімерного обладнання.

5 МОДЕЛЮВАННЯ ПОСТЕКСТРУЗІЙНОГО ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОЦЕСІВ

5.1 Моделювання формувальних пристроїв черв'ячних екструдерів з урахуванням в'язкопружних властивостей полімерних матеріалів

5.1.1 Моделювання стану полімеру з урахуванням в'язкопружних властивостей

Проведений аналіз сучасного стану досліджень руху полімеру в зонах виходу із формувальних пристроїв показав недостатню дослідженість ефекту високоеластичного розширення (розбухання) екструдату за наявності каналів більш складного перерізу, ніж круглий або прямокутний. Існуючі в'язкопружні реологічні моделі течії розплавів полімеру в каналах формувальних інструментів вказують на необхідність використання у розрахунках методики врахування в'язкопружних властивостей, яка піддається сучасним автоматизованим методам введення та обробки.

Математичну модель екструзії утворює система рівнянь нерозривності та руху, яку замикає рівняння стану полімерного матеріалу.

Однією із універсальних реологічних моделей, що добре описує течію полімерів, для яких характерна наявність в'язкопружної поведінки, є модель ФТТ [139, 140, 146–148]. Вона дозволяє з високою точністю прогнозувати аномалію в'язкості розплаву і наявність поздовжньої в'язкості в течіях, спричинених нормальними напруженнями. Параметри моделі для певного полімеру можна визначити експериментально-розрахунковим шляхом.

Узагальнене конститутивне рівняння максвелівського типу, яке враховує пружні властивості рідин, може бути записано у вигляді [152]

$$\boldsymbol{\tau} + \lambda \left(\left(1 - \frac{a}{2} \right) \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} + \frac{a}{2} \overset{\Delta}{\boldsymbol{\tau}} \right) = 2\eta \dot{\mathbf{D}},$$

де $\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}$ – верхня конвективна похідна в'язкопружного екстра-напруження за часом

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} = \vec{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau} - (\nabla \vec{v} \cdot \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \vec{v}^T),$$

$\overset{\Delta}{\boldsymbol{\tau}}$ – нижня конвективна похідна в'язкопружного екстра-напруження за часом

$$\overset{\Delta}{\boldsymbol{\tau}} = \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau} + \left(\bar{\mathbf{v}} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} \right),$$

$$\nabla \bar{\mathbf{v}} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}.$$

де ∇ – оператор Гамільтона, м^{-1} ; $\bar{\mathbf{v}}$ – вектор швидкості, м/с . Швидкість релаксації напруження визначається часом релаксації λ . Параметр a – довільне число, але з задовільненням умови позитивності в'язкості; η – динамічна в'язкість, $\text{Па}\cdot\text{с}$; $\dot{\mathbf{D}} = \frac{1}{2}(\nabla \bar{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{v}} \nabla)$ – тензор швидкості деформації, с^{-1} .

Напруження, яке накопичується в полімерному середовищі, представляється у вигляді суми в'язкопружної і пружної компонент [31]

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2,$$

в якому в'язкопружна і пружна компоненти обчислюються з рівнянь:

$$\boldsymbol{\tau}_1 + \lambda \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_1 = 2\eta_1 \dot{\mathbf{D}}; \quad (5.1)$$

$$\boldsymbol{\tau}_2 = 2\eta_2 \dot{\mathbf{D}}. \quad (5.2)$$

Пружна компонента $\boldsymbol{\tau}_2$ розраховується за помітних змін об'єму полімеру.

У рівняннях (5.1) η_1 – динамічна в'язкість, $\text{Па}\cdot\text{с}$; а η_2 – об'ємна в'язкість, $\text{Па}\cdot\text{с}$ (в наших задачах не враховується, оскільки розплав вважаємо нестисливим).

Для в'язкопружної моделі ФТТ [21, 148], загальний тензор екстра-напружень в'язко-пружної компоненти $\boldsymbol{\tau}_1$ обчислюється із співвідношення

$$\exp\left[\frac{\varepsilon\lambda}{\eta_1}\boldsymbol{\tau}_1\right]\boldsymbol{\tau}_1 + \lambda\left[\left(1 - \frac{\xi}{2}\right)\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_1 + \frac{\xi}{2}\overset{\Delta}{\boldsymbol{\tau}}_1\right] = 2\eta_1 \dot{\mathbf{D}}, \quad (5.3)$$

де ξ і ε – матеріальні параметри, які визначають зсувну в'язкість і розширювальну здатність розплаву, відповідно. Значення часу релаксації λ для розплаву полімеру знаходиться з експериментально визначеного часу, за який екструдат набуває 2/3 своєї кінцевої форми після виходу з головки, а параметр ε – з встановлення форми екструдату числовими експериментами до збігу з експериментально визначеною формою стабілізації перерізу потоку екструдату.

Задачу течії полімеру в формувальному каналі розглядаємо за таких припущень:

- процес екструзії стаціонарний;
- течія розплаву ізотермічна;
- розплав полімеру нестисливий ($\rho = \text{const}$);
- сили тяжіння та інерції малі порівняно з силами в'язкості ($\text{Re} \ll 1$) та ними можна знехтувати;
- швидкість на стінці дорівнює нулю.

Для числового дослідження умов розширення потоку в'язкопружної рідини на виході з формувального отвору проводиться аналіз напруженого стану, що виникає в області виходу в екструдаті за таких граничних умов:

- 1) на вході у формуючий канал задається витрата розплаву

$$G = G_{inlet},$$

де $G = G_{inlet}$ – об'ємна витрата розплаву, $\text{м}^3/\text{с}$;

- 2) на виході екструдату із формувального каналу приймається нульовий градієнт тиску

$$\mathbf{n} \cdot \nabla p = 0;$$

- 3) на вільній поверхні екструдату задаються умови рівноваги і нульове значення швидкості розбухання:

$$\begin{cases} \tau_{ii} = (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = p - HS; \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0, \end{cases}$$

де H – кривизна вільної поверхні екструдата, м^{-1} ; S – питома сила поверхневого натягу, Н/м .

Параметром, який характеризує розширення струменю екструдату, є відношення його поперечного розміру після стабілізації до розміру формувального каналу (ступінь розбухання):

$$\beta = \frac{D}{d}.$$

Як аргумент використовується число Дебори (De), яке представляє собою відношення часу релаксації полімеру до часу проходження ним ділянки формування:

$$De = \frac{\lambda}{\tau}.$$

З метою встановлення закономірностей в'язкопружного розширення екструдата було проведено числове моделювання течії полімеру на виході із формувальних каналів різного характерного перерізу. Числові дослідження проводились за допомогою системи ANSYS Polyflow із експериментально встановленими матеріальними параметрами моделі ФТТ.

Всі змодельовані об'єкти склалися з двох частин: формувального каналу та вільного профільованого екструдату після виходу з нього. Профіль виробу моделювався в режимі вільної екструзії, тобто без тягнучого пристрою. Такий режим дозволяє здійснитись релаксації напружень у полімері та проявити явище в'язко-пружного розширення. Були змодельовані зекстродовані профілі такої геометрії: трубчастий, суцільний круглий, порожнистий квадратний, прямокутний. Як перероблюваний матеріал брали композицію полівінілхлориду (ПВХ) марки SorVyl (Німеччина), температура приймалась 170 °С.

На рис. 5.1 наведено графік залежності в'язкості ПВХ марки SorVyl від швидкості зсуву за температури 170 °С.

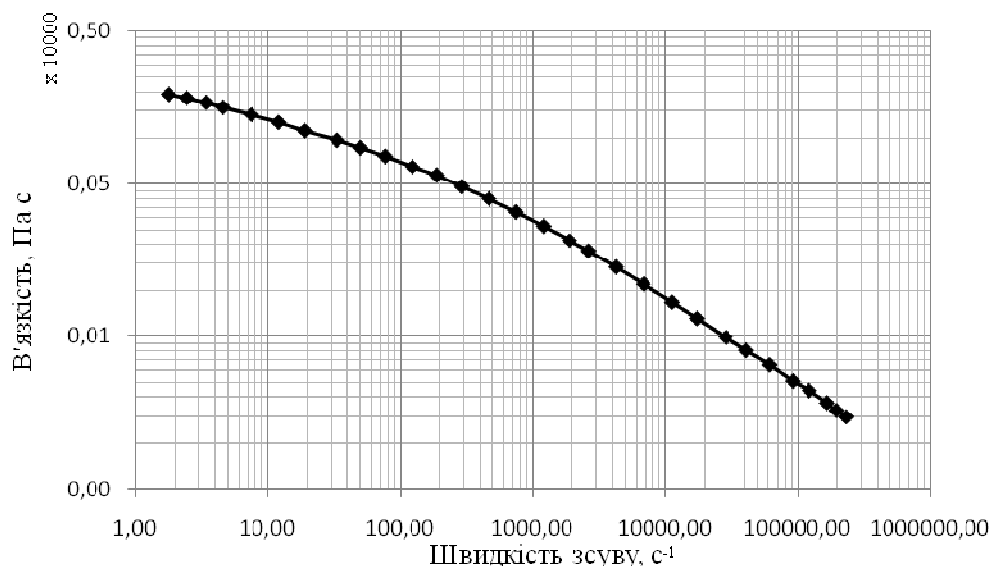


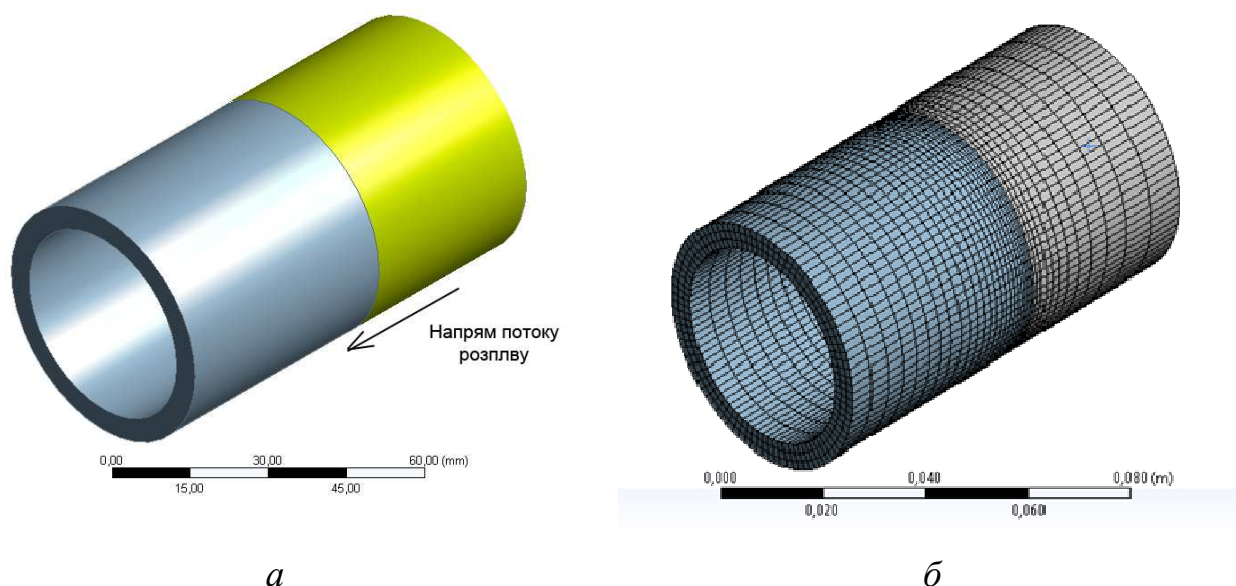
Рисунок 5.1 – Залежність в'язкості ПВХ від швидкості зсуву [170]

Коефіцієнт в'язкості для в'язкопружної компоненти (η_1) визначений по встановленому виду закону Кросса (CrossLaw) (3.14) для знаходження в'язкості ПВХ.

Профілі розбухання після виходу із головки та час релаксації полімерів в процесі вільної екструзії були визначені експериментальним шляхом, а на їх базі були встановлені параметри в'язкопружної реологічної моделі ФТТ.

5.1.2 Течія крізь кільцевий циліндричний канал

Геометрія профілю має такий вигляд (рис. 5.2):

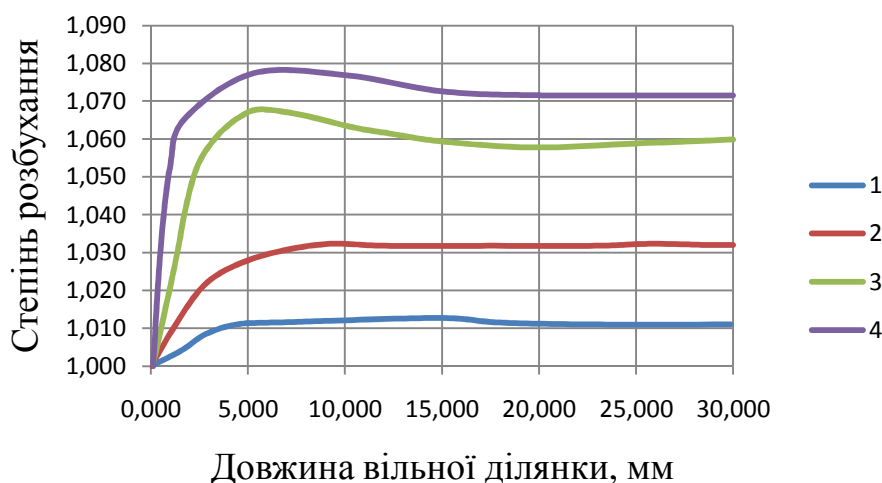


a – геометрія розрахункової області; *б* – топологія скінченноелементної сітки

Рисунок 5.2 – Модель трубчастого профілю

Геометричні розміри ділянки: внутрішній діаметр $D_{\text{внутр}} = 0,04$ м; зовнішній діаметр $D_{\text{зовн}} = 0,05$ м, довжина формувального каналу $L_{\text{гол}} = 0,03$ м; довжина вільної ділянки $L_{\text{проф}} = 0,04$ м. Максимальне значення тиску, яке досягалось на вході в екструзійну головку, дорівнює $1,583 \cdot \text{МПа}$. Для розрахунків побудована сіткова область, яка складається із 10548 елементів зі згущенням на межі головка – екструдат, оскільки саме в цій ділянці інтенсивність проходження перехідних процесів найвища. Густота сіткової області обґрунтовувалась збіжністю результатів моделювання за зміни кількості скінченних елементів.

Для оцінки зміни форми вільної поверхні екструдату показано результати досліджень зміни степені розбухання зекструдованого трубного профілю по довжині вільної ділянки до стабілізації перерізу (рис. 5.3).



1 – 0; 2 – 0,6; 3 – 0,9; 4 – 1

Рисунок 5.3 – Залежність степені розбухання трубного профілю по довжині вільної ділянки екструдату за різних значень De

Апроксимація залежності степені розбухання трубного профілю від De відображається формулою

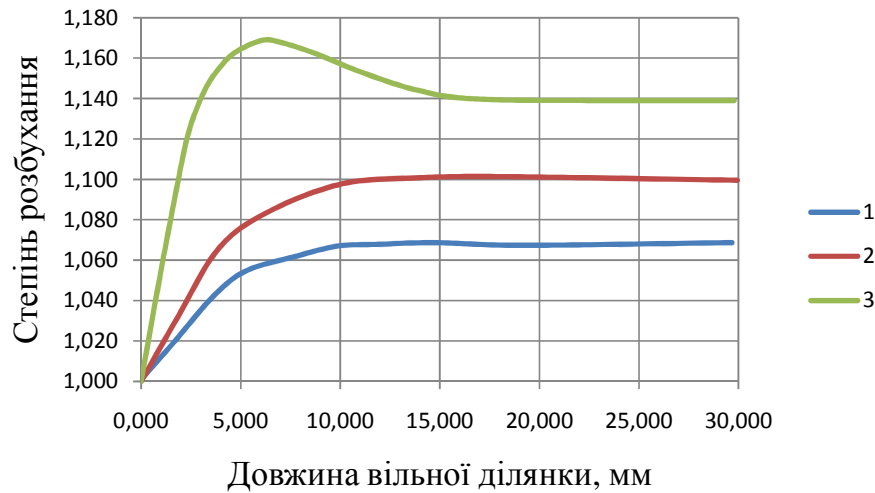
$$\beta = 0,0638De^2 - 0,0032De + 1,011.$$

Як видно із рис. 5.3, за відносно більших значень De екструдат має певний максимум розбухання, який потім дещо зменшується і стабілізується.

5.1.3 Течія крізь формувальний канал круглого поперечного перерізу

Геометричні розміри профілю: діаметр $D = 0,015$ м, довжина формувального каналу $L_{\text{гол}} = 0,04$ м; довжина вільного кінця $L_{\text{проф}} = 0,06$ м. Для розрахунків була побудована сіткова область з 18768 елементів за схемою попереднього профілю. Матеріал той самий.

На рис. 5.4 показано результати досліджень зміни радіуса зекструдованого профілю круглого поперечного перерізу для деяких значень De .



1 – 0; 2 – 0,6; 3 – 0,9

Рисунок 5.4 – Залежність степені розбухання профілю круглого перерізу по довжині вільної ділянки екструдату за різних значень De

Апроксимація залежності степені розбухання профілю круглого перерізу від De відображається формулою

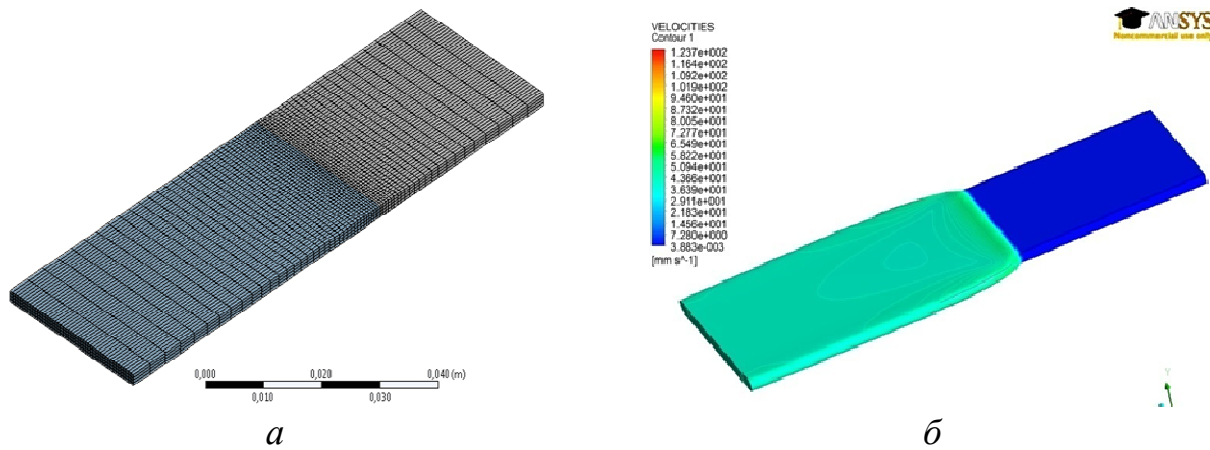
$$\beta = 0,0556De^2 + 0,00236De + 1,068.$$

У разі, коли пружні властивості рідини відсутні (число $De = 0$), величина розбухання зекструдованого профілю круглого перерізу складає 5,2 %. Із збільшенням числа Дебори степінь розбухання профілю збільшується і за $De = 0,9$ становить 12,5 %, що значно перевершує значення розбухання потоку для непружної рідини. Стабілізація перерізу відбувається максимум на 30 мм, що складає два діаметра формувального каналу.

5.1.4 Течія крізь формувальний канал прямокутного поперечного перерізу

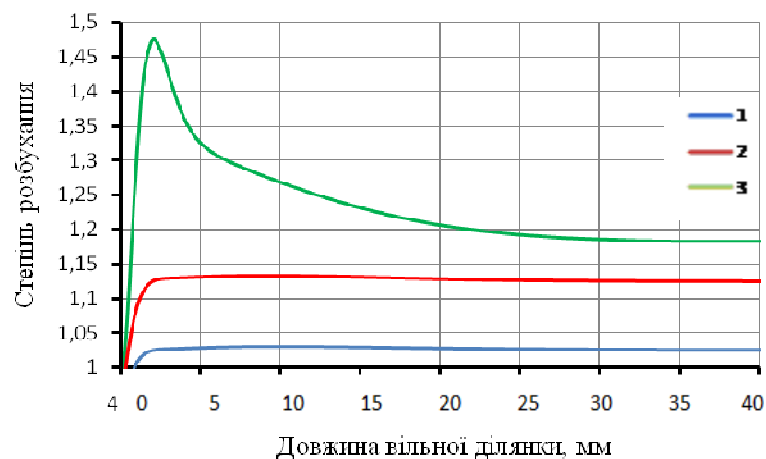
Розрахункова область має довжину $L = 0,1$ м, де $L_{\text{тол}} = 0,04$ м; $L_{\text{проф}} = 0,06$ м, висота пластинки складає 0,0002 м. Область розбито на 12000 скінченних елементів за схемою попереднього профілю. Матеріал той самий.

На рис. 5.5 наведено сіткову область та розподіл швидкостей в екструдаті.

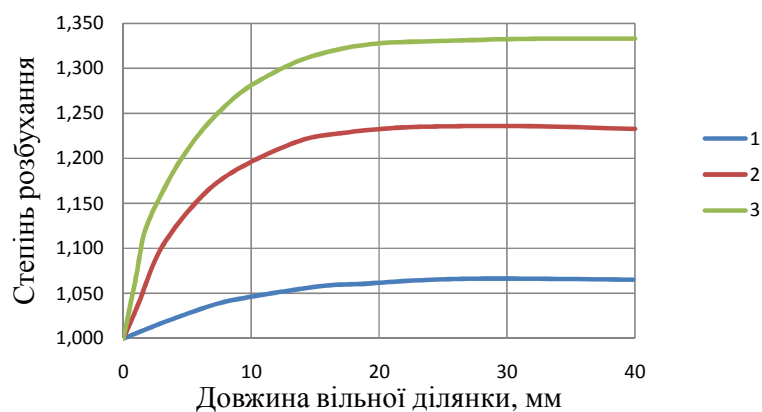


a – розрахункова сітка; *б* – форма екструдату з розподілом швидкостей
Рисунок 5.5 – Сіткова область та результати моделювання прямокутного каналу

Результати досліджень зміни форми вільної поверхні зекструдованого профілю прямокутного попеченого перерізу показано на рис. 5.6.



a



б

a – вигляд збоку; *б* – вигляд зверху; 1 – 0; 2 – 0,6; 3 – 0,9

Рисунок 5.6 – Залежність зміни форми вільної поверхні прямокутного поперечного перерізу по довжині вільної ділянки екструдату за різних значень De

Обробка результатів числового моделювання показує, що досягнення стабілізації перерізу по товщині (рис. 5.6,*а*) досягається на довжині до 2 мм (однієї товщини стрічки) за малих значень De і значно більше – за значень De , більших за 0,6. У той же час стабілізація перерізу по ширині (рис. 5.6,*б*) досягається на значно більшій абсолютній довжині, проте вона складає не більш двох значень ширини стрічки екструдату.

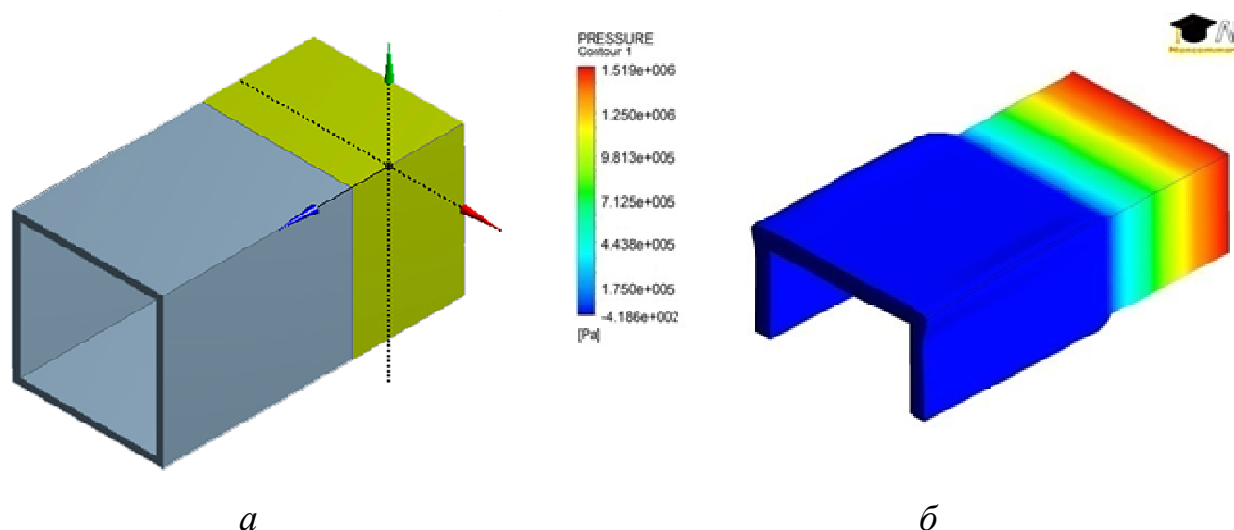
Апроксимація залежності степені розбухання профілю прямокутного перерізу по товщині й ширині відповідно від De відображається формулами

$$\beta = 0,174De + 1,0246;$$

$$\beta = 0,0295De + 1,0628.$$

5.1.5 Моделювання течії розплаву крізь формувальний канал порожнього квадратного поперечного перерізу

Геометричні розміри профілю: квадратний профіль 0,04×0,04 м, товщина стінки 0,002 м, довжина головки $L_{\text{гол}} = 0,03$ м; $L_{\text{проф}} = 0,05$ м. Геометрія розрахункової області та результат моделювання представлені на рис. 5.7.

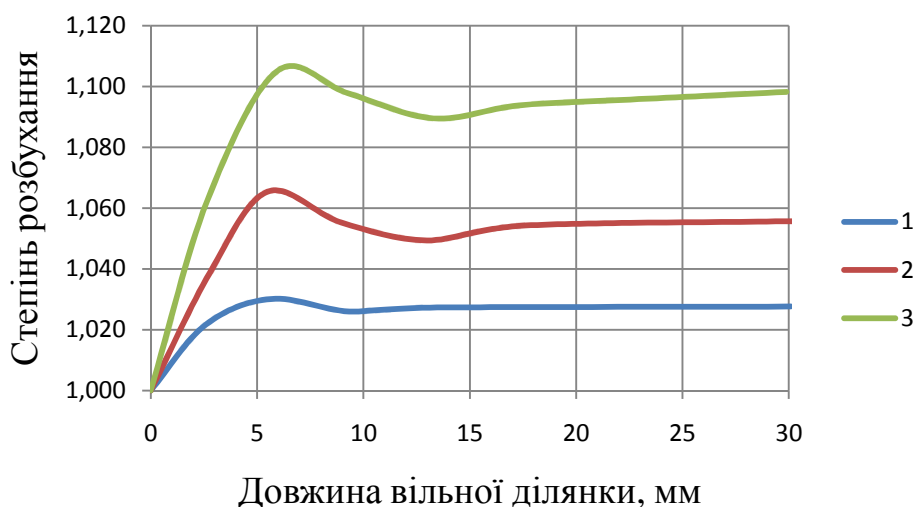


a – геометрична модель; *б* – форма екструдату з розподілом тиску

Рисунок 5.7 – Сіткова область та результати моделювання квадратного каналу

За результатами моделювання максимальне значення тиску на початку розрахункової області становить 1,6·МПа.

На рис. 5.8 показано результати досліджень зміни радіуса зекструдованого профілю порожнистого квадратного попеченого перерізу для деяких значень De .



1 – 0; 2 – 0,6; 3 – 0,9

Рисунок 5.8 – Залежність степені розбухання профілю порожнистого квадратного перерізу по довжині вільної ділянки екструдату за різних значень De

Апроксимація залежності степені розбухання профілю порожнистого квадратного перерізу від De відображається формулою

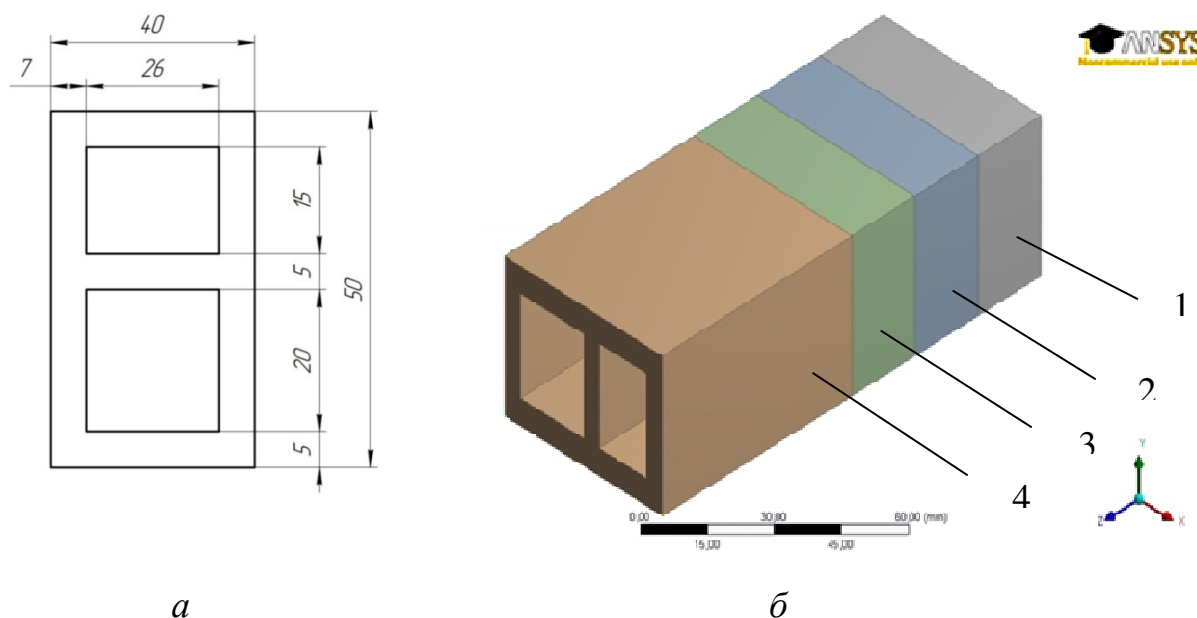
$$\beta = 0,0706 De^2 + 0,0108 De + 1,027.$$

Аналогічним шляхом можна апроксимувати результати й щодо інших полімерів та режимів їх формування.

Зазвичай довжину формувальної ділянки головок виконують такою, щоб мінімізувати величину степені розбухання і стабілізувати поперечний розмір. З цією ж метою обмежують величину продуктивності. Компенсація розбухання фільтрним витягуванням не завжди доцільна, оскільки може спотворювати конфігурацію перерізу профілю. Урахування величини та характеру розбухання дозволить скоротити довжину формувальної ділянки та витрат потужності екструдера зі збереженням заданої продуктивності.

5.1.6 Моделювання течії розплаву через формувальний канал промислової головки

Були проведені числові дослідження екструзії реального промислового двокамерного порожнистого профілю (рис. 5.9,*а*) прямокутного перерізу 40×50 мм з внутрішнім ребром товщиною 5 мм. Оскільки головка симетрична, моделюється лише половина формувального каналу (рис. 5.9,*б*). Формувальний канал розділений на чотири підобласті (див. рис. 5.9,*б*). Підобласті 1, 2 і 3 являють собою канал головки, тоді як підобласть 4 представляє собою екструдат, який контактує з повітрям.



а – поперечний переріз профілю; *б* – схема поздовжньої розбивки формувального каналу головки і вільної ділянки екструдату

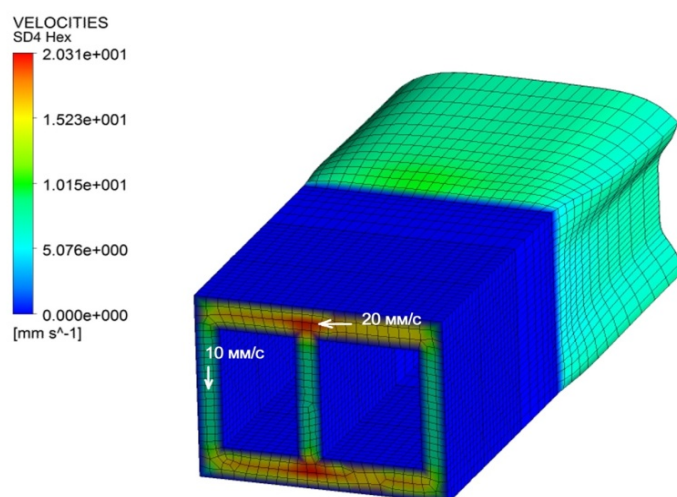
Рисунок 5.9 – Модель двокамерного порожнистого профілю

Для розрахунків була побудована сіткова область з 22408 елементів зі згущенням сітки на межі головка-екструдат. Мінімальна необхідна кількість вузлів вибиралась з умови змін до 1 % розподілу швидкостей на виході та відсутності нерівномірності швидкостей між елементами.

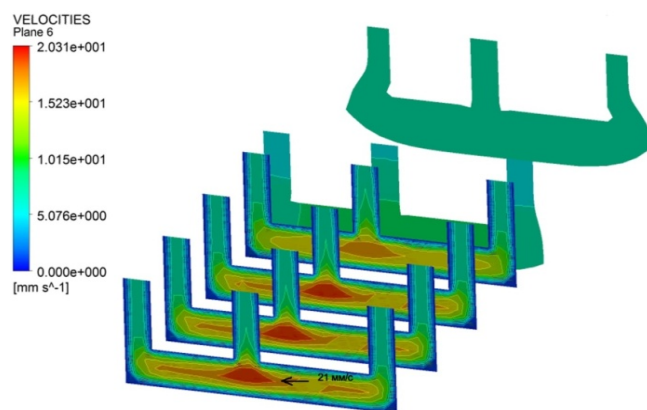
Як перероблюваний матеріал використовується ПЕНГ. Для опису залежності швидкості в'язкості матеріалу, що переробляється, від швидкості зсуву застосовується модель Берд–Карро [10].

Температура полімеру передбачається постійною і рівною $180\text{ }^{\circ}\text{C}$, параметри моделі в'язкості за цієї температури, дорівнюють: $\eta_0 = 5630\text{ Па}\cdot\text{с}$, $\lambda = 0,32\text{ с}$, $n = 0,64$. Потік розплаву полімеру нестисливий. Сталий профіль швидкості течії полімеру на вході в головку моделювався для витрати $Q = 10000\text{ мм}^3/\text{с}$. На стінках головки застосовується гранична умова прилипання.

У результаті моделювання отримано наведену на рис. 5.10,а конфігурацію порожнистого профілю.



a



б

a – конфігурація формувального каналу та форма екструдату;

б – розподіл швидкостей в різних перерізах формувального каналу і вільної ділянки екструдату

Рисунок 5.10 – Розподіл швидкостей та форми екструдату

Неправильна форма отриманого виробу обумовлена утворенням локальних ділянок непостійного тиску і швидкості течії потоку на виході із формува-

льного каналу головки. Це спричиняє формування профілю спотвореної форми і з різною товщиною стінок (5 мм і 7 мм). Різниця локальних товщин обумовлена неоднорідністю витрат потоку полімеру по товщині перерізу (до 20 мм/с), після виходу із каналу, що показано на рис. 5.10,б. При розгляді кожної ділянки розрахункової області можна простежити особливості течії полімеру і визначити межі області перебудови зекструдованого профілю та його кінцеву конфігурацію.

За тематикою розглянутих досліджень опубліковано праці [171–173].

5.1.7 Обернене проєктування каналів екструзійної головки

Метою моделювання є визначення форми каналу головки, за якої досягається збалансована витрата полімеру після виходу із головки та отримання заданої конфігурації виробу після закінчення ділянки стабілізації. Розроблено методику та алгоритм модифікування форми каналу з використанням алгоритму оптимізації, який дозволяє проводити коригування геометрії формувальних каналів головок по заданих розмірах зекструдованих виробів.

Процес проєктування починається із задавання форми виробу, формувальних та перехідних ділянок, які підлягають коригуванню. Розрахункова область розділена на чотири ділянки (як показано на рис. 5.11) для застосування конкретних алгоритмів перебудови сітки в кожній ділянці під час коригування геометрії каналу.

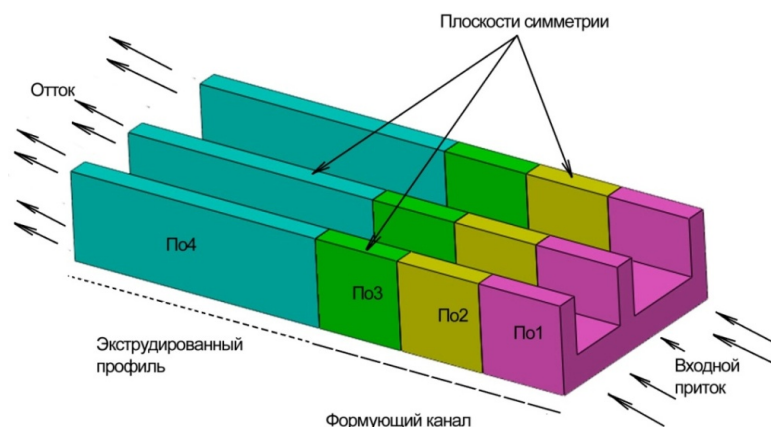


Рисунок 5.11 – Схема розбивки розрахункової області на ділянки

Геометрія формувального каналу головки визначається шляхом розв'язання оберненої задачі моделювання, за якою цільовий профіль задається як форма екструдату у напрямку течії. Завдання розрахунку полягає у визначенні необхідної геометрії формувального каналу головки на виході, яка визначає вирівнювання швидкостей розплаву в області вільної поверхні і задану форму перерізу полімерного профілю [174–176].

Для застосування алгоритму початкова обмежена задача перетворюється таким чином, що вона може бути розв'язана як серія необмежених задач. Основний підхід полягає в зведенні до мінімуму функції

$$\Phi(X) = F(X) + f(X)$$

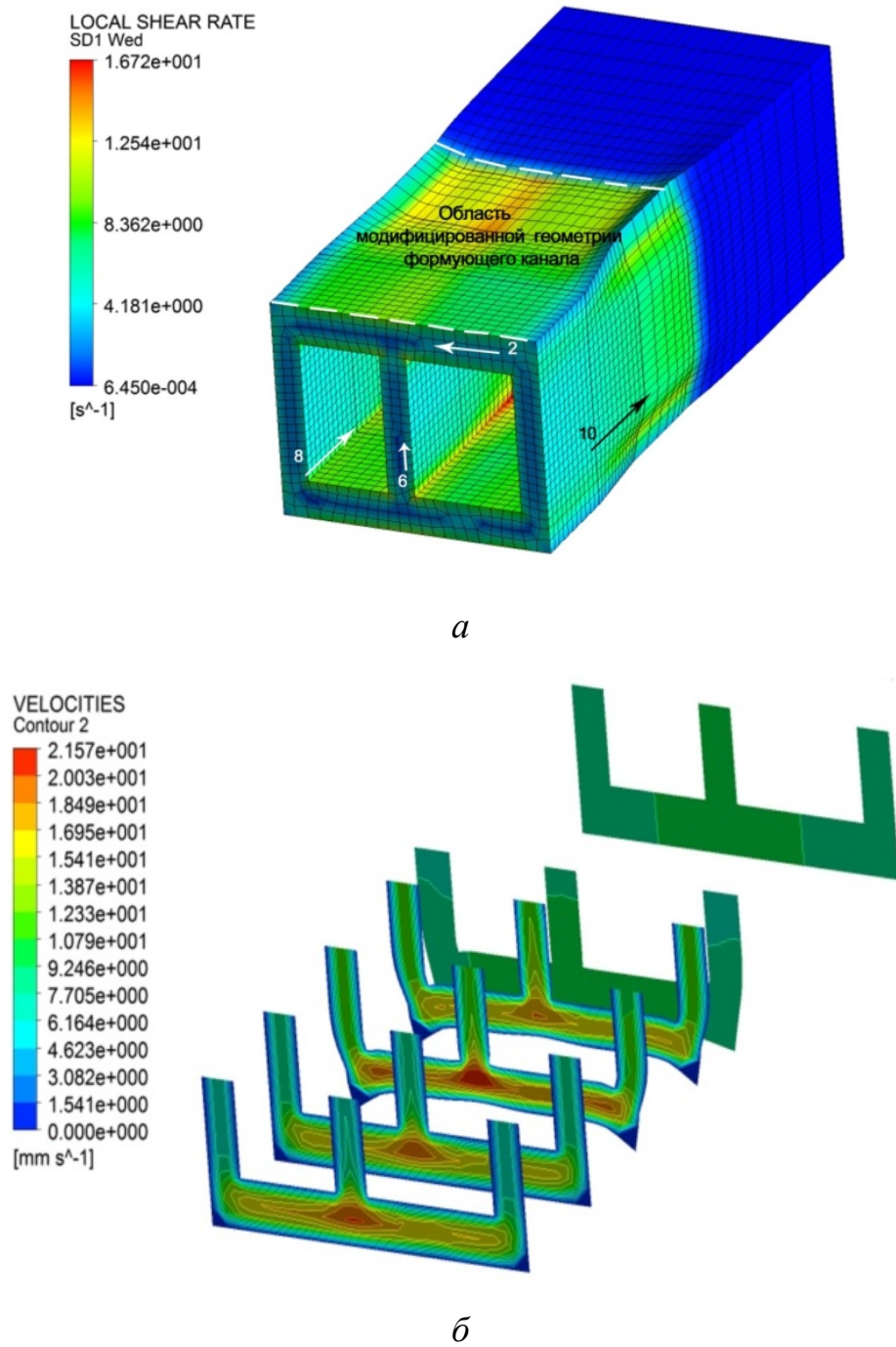
де $\Phi(X)$ – псевдо-цільова функція геометрії цільового профілю, $F(X)$ – геометричні параметри, які не підлягають зміні, $f(X)$ – штрафна функція відхилення геометрії профілю від заданого, X – набір геометричних параметрів профілю

$$X = \{x^k\},$$

де $\{x^k\}$ – така послідовність точок, що $f(x^{k+1}) < f(x^k)$, $k=0, 1, 2, \dots$

Штрафна функція $f(X)$ в CFD-моделюванні розраховується з використанням ітераційного методу збільшення множників Лагранжа (ЗМЛ). Для обчислення оберненої задачі проєктування каналів головки реалізовано алгоритм Флетчера–Рівса (ФР), який є ітераційним процесом визначення геометрії перехідних та формувальних каналів головки для забезпечення заданої форми зекструдованого профілю. Метод ФР використовує метод пошукового рядку, щоб знайти мінімум функції в заданому напрямку пошуку [177, 178].

Для того, щоб отримати задану остаточну форму екструдату, програма дозволяє методом ітерацій змінювати геометрію формувального каналу на довжині 60 мм. Результати такого ітераційного моделювання представлені на рис. 5.12.



a – конфігурація екструдату;

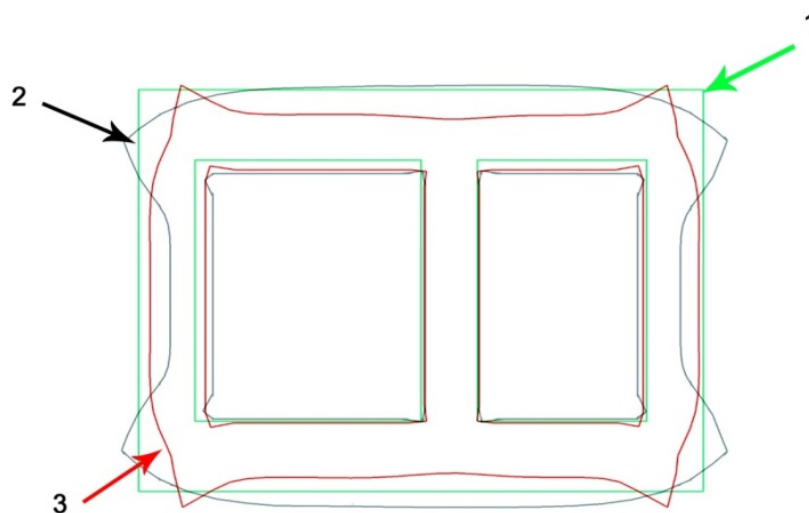
б – розподіл швидкості в перерізах каналів та екструдаті

Рисунок 5.12 – Розподіл локальної швидкості зсуву і швидкості екструдату з оптимізованою геометрією каналу

При розгляді кожної ділянки каналу можна простежити особливості течії полімеру та форму потоку і визначити області з відхиленнями від заданої, що може призвести до спотворення форми зекструдованого виробу. Розглянута ме-

тодика моделювання дозволяє проводити уточнення геометрії формуючого каналу головки і отримання екструдованого профілю заданої форми.

На рис. 5.13 наведено варіанти неоптимізованої і оптимізованої геометрії формувальної ділянки каналу головки і можливість прогнозування її геометрії.



1 – задана цільова форма перерізу профілю; 2 – некоригована форма перерізу профілю кінцевого виробу; 3 – необхідна конфігурація перерізу фільтери

Рисунок 5.13 – Поперечні перерізи формувального каналу головки неоптимізованої і оптимізованої форми

Запропонована методика моделювання й проєктування дозволяє визначати необхідну конфігурацію екструзійної головки і зокрема її випускного отвору (фільтери) для досягнення заданої форми перерізу екструдату після його стабілізації. Методика дозволяє здійснювати також прогнозування геометрії не лише у формувальному каналі, а і в предканалі, тобто для екструзійних головок з більш складною геометрією.

Оскільки будь-який процес моделювання коротший і дешевший, ніж метод проб і помилок при виготовленні головок [179], це дає можливість підвищити ефективність їх проєктування і виробництва в цілому.

5.2 Моделювання напружено-деформованого стану зекстурованих полімерних труб

5.2.1 Фізична модель процесу

Полімерна труба формується з розплаву, який проходить крізь формувальну головку з наступним калібруванням і частковим охолодженням в калібрувальному пристрої і остаточним охолодженням в водяних або у вакуум-водяних ваннах. В умовах вільної конвекції трубу охолоджують у ваннах зануренням у шар води та на ділянках повітряного охолодження, що обумовлено незначною швидкістю відведення труби (до 9 м/хв). Під час перебування труби на повітрі відбувається охолодження також за рахунок теплового випромінювання. У цьому разі коефіцієнт тепловіддачі до повітря можна визначати за залежностями, викладеними у праці [180], а теплообмін на поверхні труби можна описати граничними умовами третього роду:

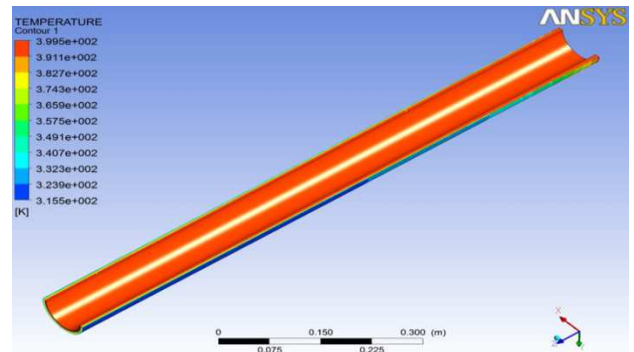
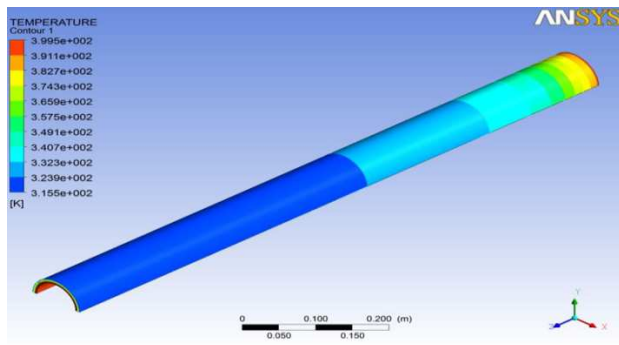
$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}|_{S_q} = \alpha(T - T_p),$$

де \mathbf{q} – густина теплового потіку, Вт/м²; S_q – поверхня, на якій задано граничні умови конвективного типу; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); T_p – температура охолоджувального середовища, К.

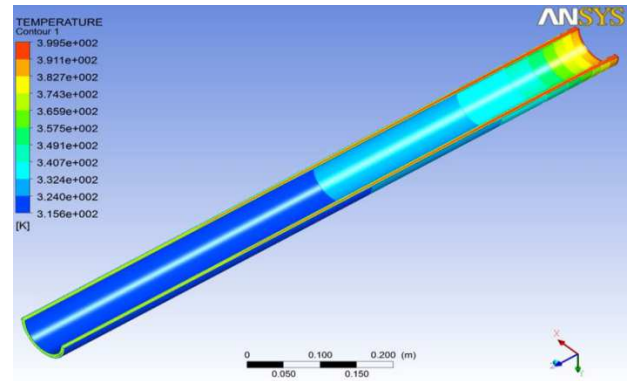
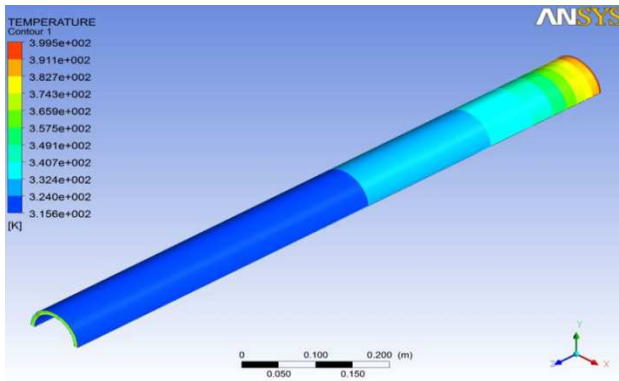
5.2.2 Вплив процесу охолодження на ефективність процесу і якість труби

Ефективність охолодження, у тому числі внутрішнього, оцінюється по температурі зовнішньої поверхні стінки труби після охолоджуючої ванни і розподілу технологічних напружень. Ця температура не залишається постійною і в міру руху труби збільшується за рахунок теплоти внутрішніх шарів стінки, а досягнувши максимального значення, зменшується за рахунок конвективного теплообміну до температури навколишнього середовища. За інших рівних умов відстань від ванни, при якому температура зовнішньої поверхні стінки досягає максимального значення, залежить від товщини стінки і швидкості руху труби.

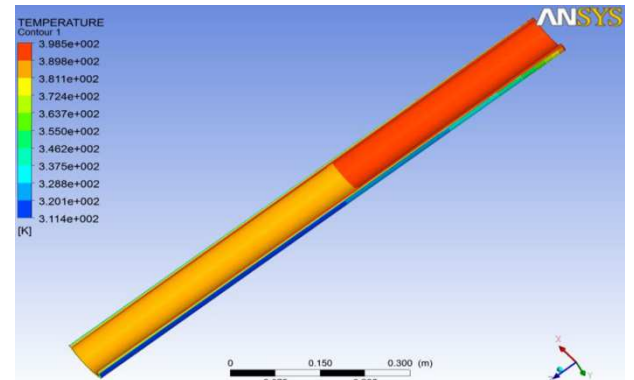
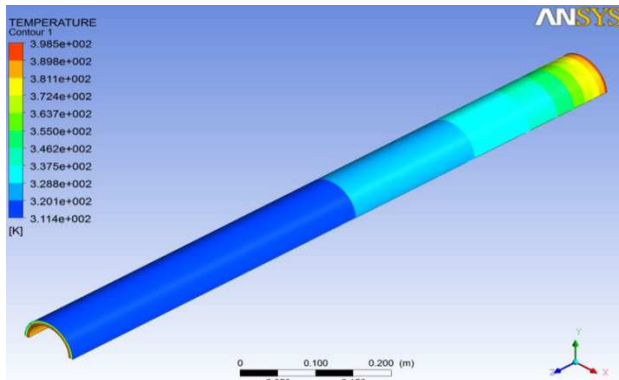
Для визначення найбільш ефективного способу охолодження було проведено низку експериментів та розрахунків. При односторонньому охолодженні водою розподіл температур був нерівномірний і час охолодження був дуже великий, при цьому технологічні напруження дорівнювали (для труби $D=90$ мм, SDR 6: 22,9 МПа, для труби $D=63$ мм, SDR 9: 18,5 МПа) (рис. 5.14,*а*, рис. 5.16,*а*, рис. 5.15,*а*, рис. 5.17,*а*) При двосторонньому охолодженні час скорочувався майже вдвічі, але при цьому виникали великі технологічні напруження (для труби $D=90$ мм, SDR 6: 25 МПа, для труби $D=63$ мм, SDR 9: 20,4 МПа) (рис. 5.16,*б*, рис. 5.17,*б*), що погіршувало якість труби та призводило до появи дефектів [181, 182]. Це свідчить про те, що при збільшенні швидкості охолодження в структурі полімеру утворюються кристаліти, оскільки швидкість охолодження (для труби $D=90$ мм, SDR 6: 0,7 К/с, для труби $D=63$ мм, SDR 9: 1,6 К/с) (рис. 5.14,*б*, рис. 5.15,*б*) і за таких умов кристалізації в твердому матеріалі спостерігаються ознаки структурних утворень [183]. Крім цього, доцільність використання води втрачається в силу її надмірної витрати. Більш ефективним способом двостороннього охолодження труб малого діаметра (до 90 мм включно) є зовнішнє водяне і внутрішнє повітряно-водяне охолодження. Також встановлено, що застосування двостороннього охолодження дає змогу поліпшити якість внутрішньої поверхні труб, оскільки воно сприяє більш швидкому твердінню внутрішніх шарів заготовки й відповідно фіксації її гладкої відформованої в трубній головці внутрішньої поверхні [184]. При цьому технологічні напруження зменшуються, порівняно з двостороннім охолодження водою і становлять (для труби $D=90$ мм, SDR 6: 24,4 МПа, для труби $D=63$ мм, SDR 9: 19,8 МПа) (рис. 5.16,*з*, рис. 5.17,*з*). Крім цього, значно доцільніше використовується вода. Хоча, встановлено, що надмірна інтенсифікація в разі внутрішнього охолодження труби повітряно-водяною сумішшю призводить до істотного погіршення якості внутрішньої поверхні труби. Це може бути свідченням того, що швидкість охолодження перевищує 0,3 К/с і в структурі полімеру з'являються нерозвинені сфероліти [183] (для труби $D=90$ мм, SDR 6: 0,4 К/с, для труби $D=63$ мм, SDR 9: 1,3 К/с) (рис. 5.14,*з*, рис. 5.15,*з*). Величину раціональної витрати води в такому разі слід визначати для кожного типу розміру труб і режиму екструзії.



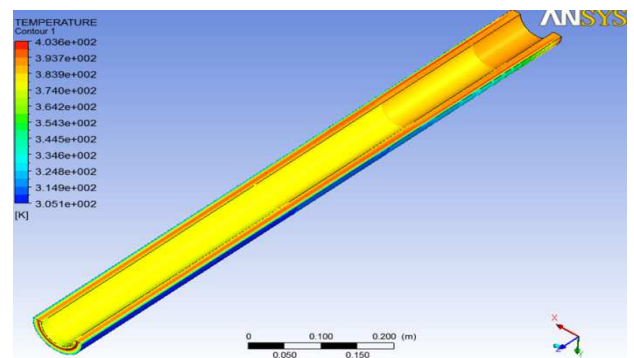
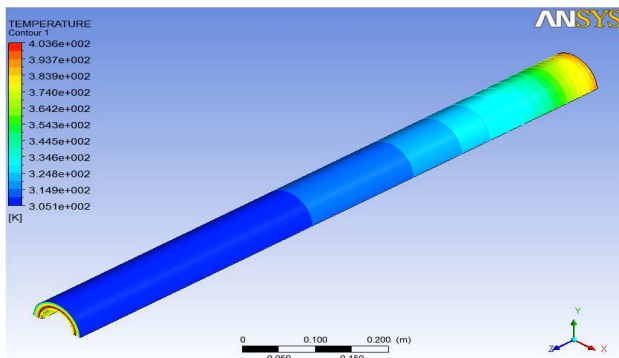
a



б

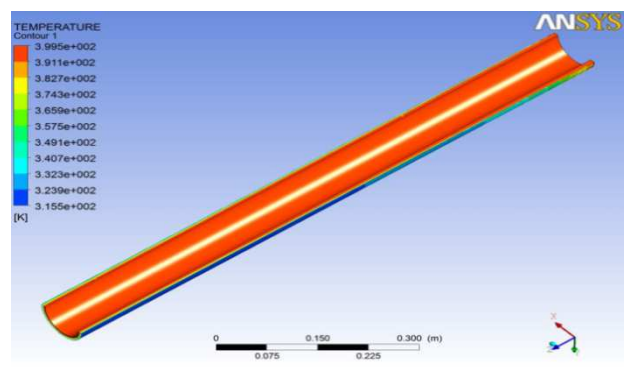
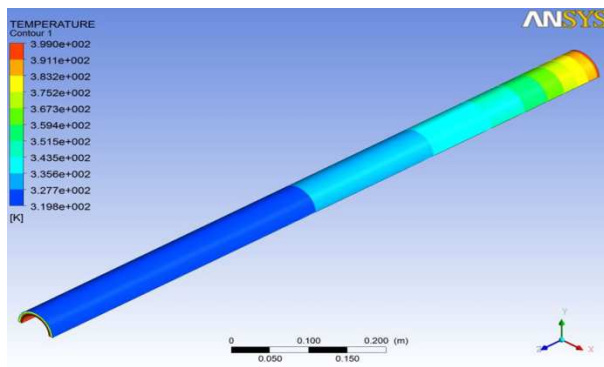


в

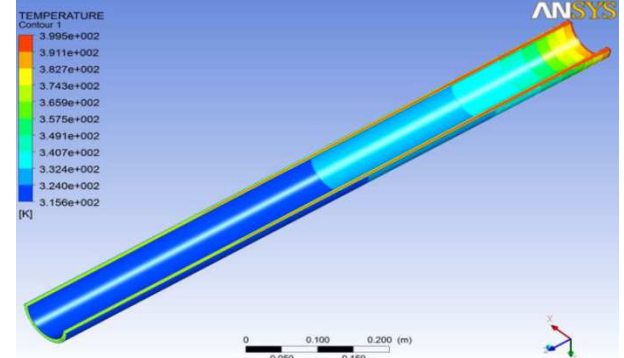
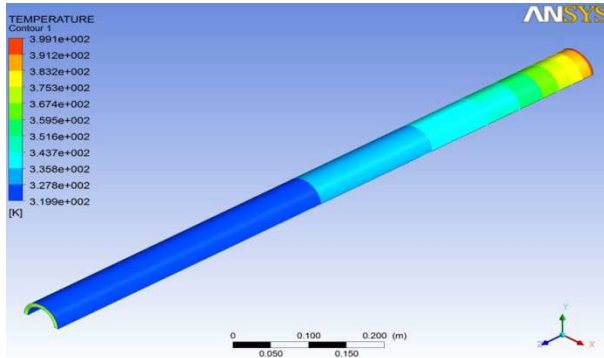


г

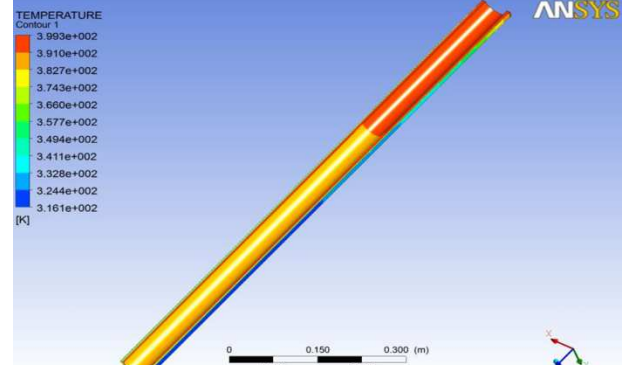
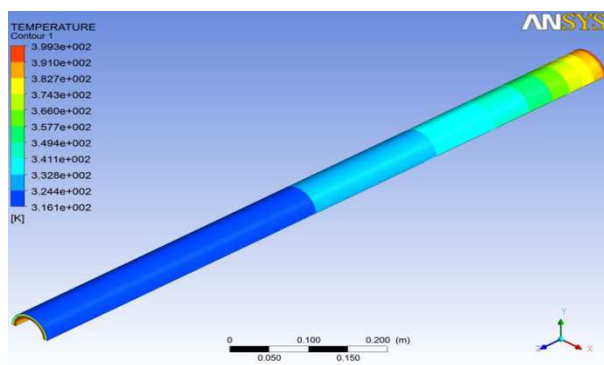
Рисунок 5.14 – Розподіл температур по довжині труби із зовнішнім діаметром 90 мм за одностороннього охолодження водою (а), двостороннього охолодження водою (б), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітря) (в), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітряно-водяна суміш) (г)



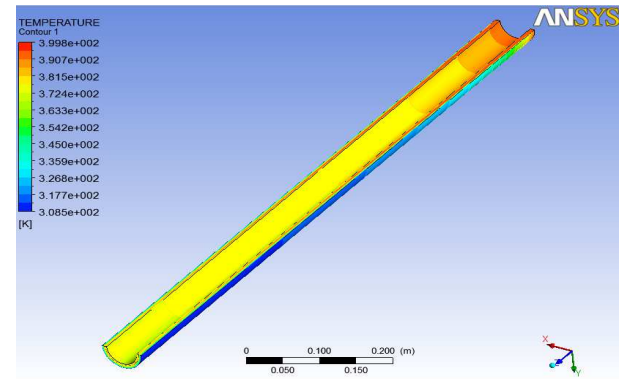
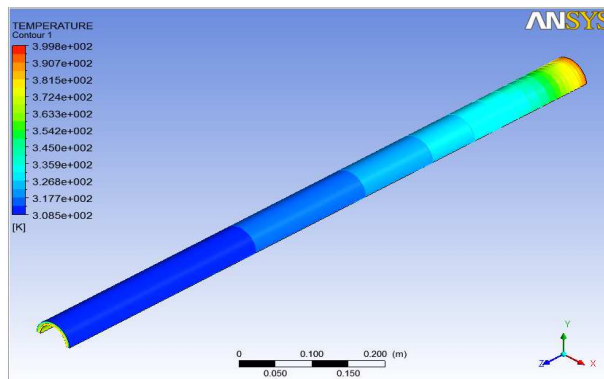
a



б

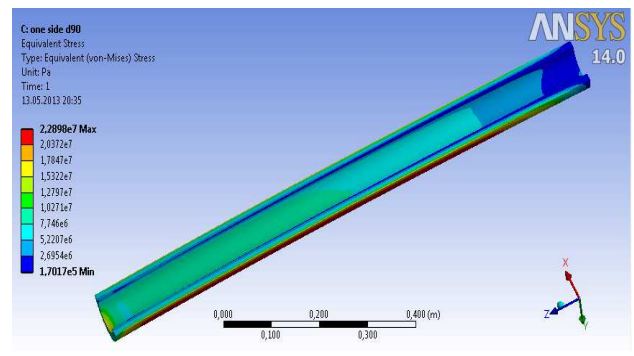
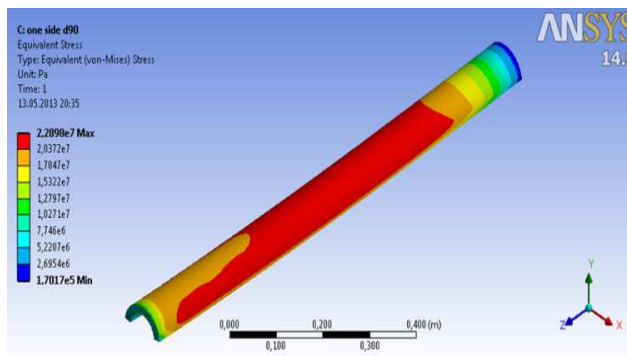


в

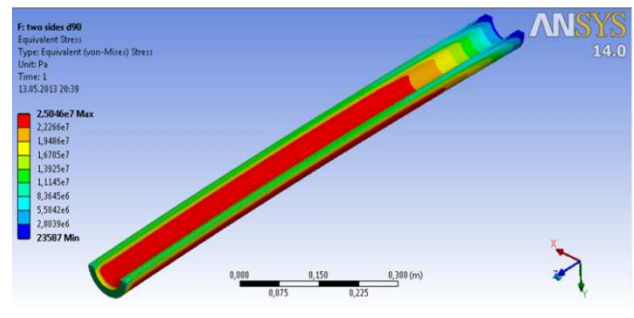
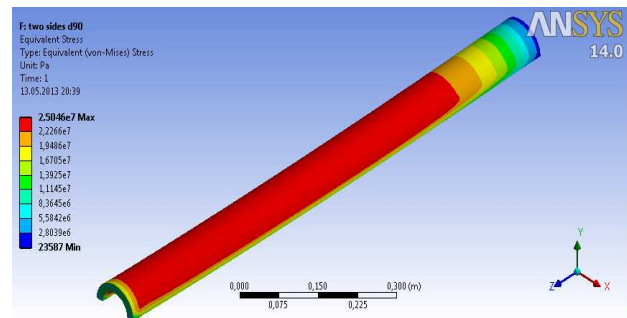


г

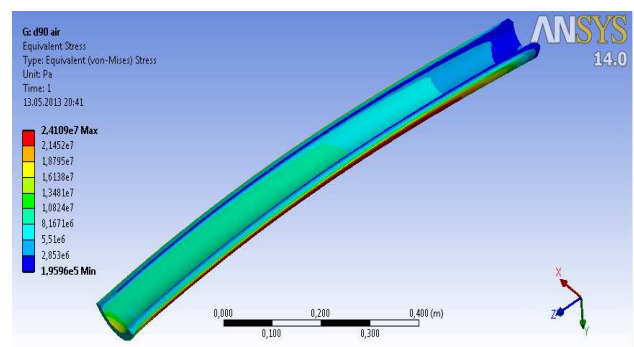
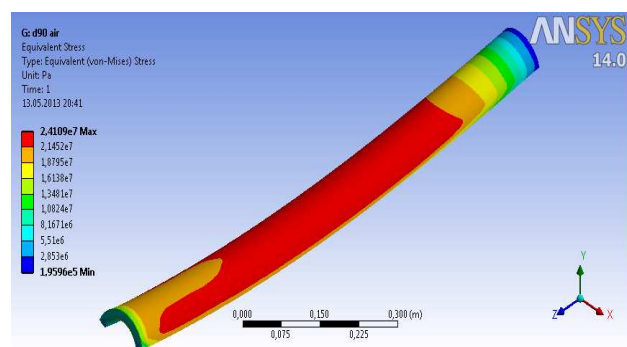
Рисунок 5.15 – Розподіл температур по довжині труби із зовнішнім діаметром 63 мм за одностороннього охолодження водою (а), двостороннього охолодження водою (б), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітря) (в), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітряно-водяна суміш) (г)



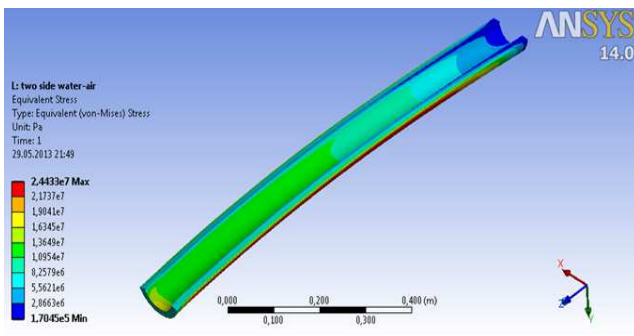
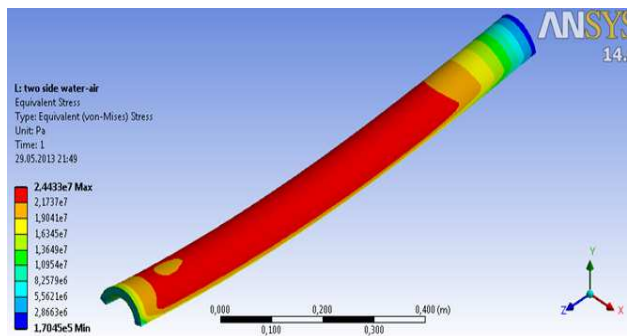
a



б

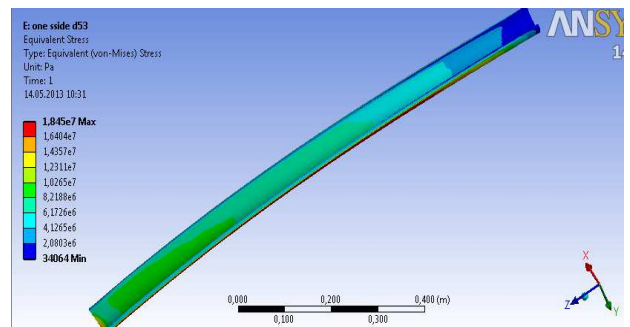
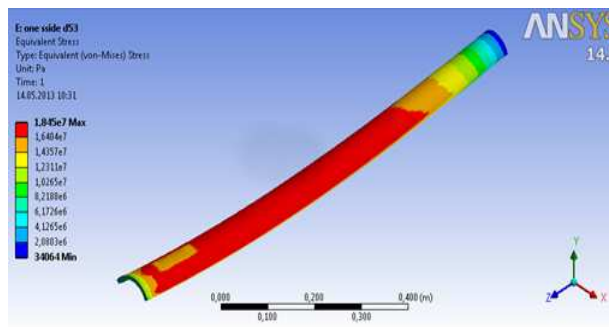


в

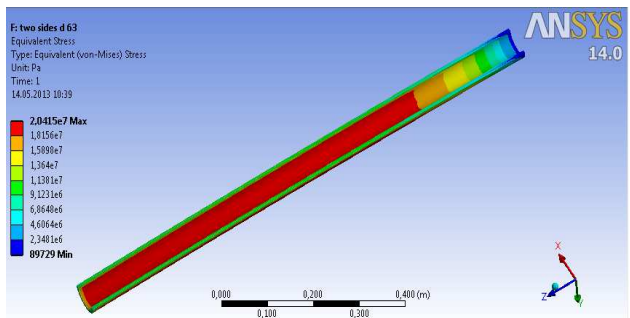
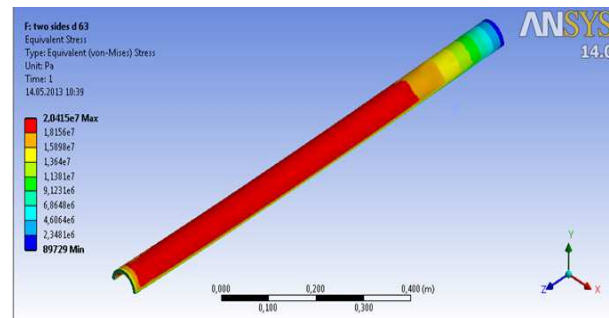


г

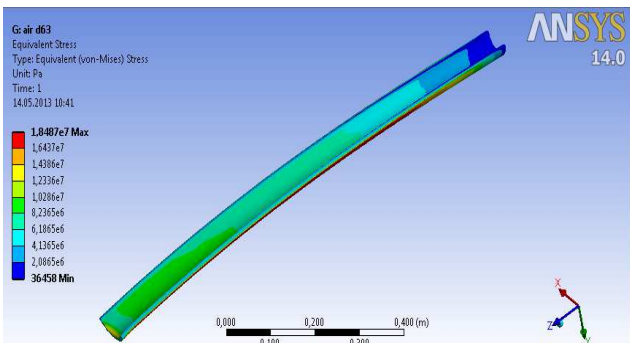
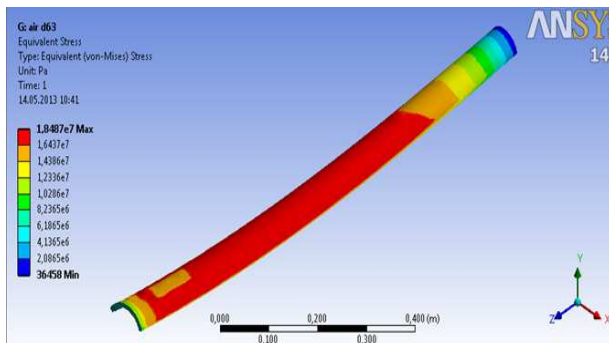
Рисунок 5.16 – Розподіл технологічних напружень по довжині труби із зовнішнім діаметром 90 мм за одностороннього охолодження водою (а), двостороннього охолодження водою (б), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітря) (в), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітряно-водяна суміш) (г)



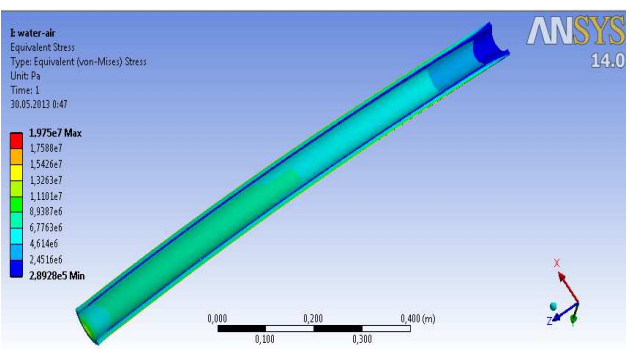
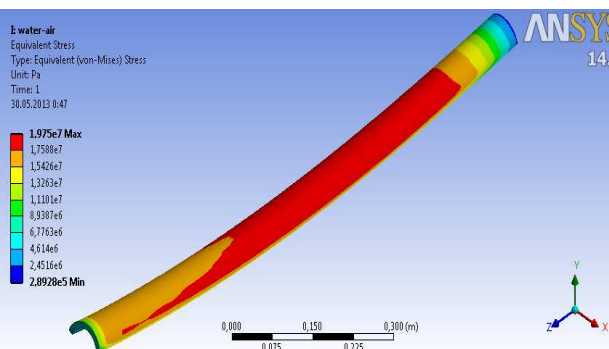
a



б



в



г

Рисунок 5.17 – Розподіл технологічних напружень по довжині труби із зовнішнім діаметром 63 мм за одностороннього охолодження водою (а), двостороннього охолодження водою (б), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітря) (в), двостороннього комбінованого охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітряно-водяна суміш) (г)

Стосовно труб великого діаметра (понад 90 мм) показано, що застосування внутрішнього протічійного повітряного і повітряно-водяного охолодження під

час екструзії полімерних труб не призвело до погіршення якості їх внутрішньої поверхні [182, 185]. При цьому забезпечується зменшення часу охолодження в 1,2 рази за умови використанні як холодоагенту повітря і в 1,5 рази – повітряно-водяної суміші.

За використання же комбінованої повітряно-водяної системи охолодження забезпечується не тільки ефективне охолодження труби, а й зменшення градієнта температури в стінці труби, а отже і технологічних напружень.

Аналіз проведених досліджень показує, що двостороннє комбіноване охолодження (зовнішнє водяне, а внутрішнє – повітря) є найбільш ефективним. Швидкість охолодження порівняно з попередніми способами менша (для труби $D=90$ мм, SDR 6: 0,2K/с, для труби $D=63$ мм, SDR 9: 0,85 K/с) (рис. 5.14,в, рис. 5.15,в), що свідчить про відсутність кристалітів [183]. Технологічні напруження також менші (для труби $D=90$ мм, SDR 6: 24,1 МПа, для труби $D=63$ мм, SDR 9: 18,6 МПа) (рис. 5.16,в, рис. 5.17,в), що сприяє підвищенню якості труби. Час охолодження порівняно з одностороннім охолодженням скоротився на 17,5 %.

Також наведені результати підтверджують публікації [186–197].

5.3 Висновки

Отриманий розподіл технологічних напружень по довжині труби за різних режимів процесу охолодження дав змогу встановити, що найбільші напруження виникають за умови двостороннього охолодження водою, які можуть призвести до значного погіршення якості труби. Найменші напруження виникають за умови одностороннього охолодження, яке в той же час передбачає значну тривалість процесу охолодження, а отже і значні виробничі площі підванни охолодження. Крім цього було встановлено, що швидкість охолодження також дуже впливає на якість виробу, адже при підвищених швидкостях в структурі полімеру утворюються кристаліти і сфероліти.

Тому враховуючи всі ці умови, найбільш ефективним з точки зору «інтенсивність охолодження – технологічні напруження» є двостороннє комбіноване охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітря).

6 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ПЛАВЛЕННЯ ТА ФОРМУВАННЯ

6.1 Експериментальні дослідження процесу плавлення гранульованих термопластів у пристрої типу «конус–площина»

Для вимірювання в'язкості полімеру та дослідження динаміки процесу плавлення була зібрана експериментальна установка на базі віскозиметра типу «конус-площина». Схема установки наведена на рис. 6.1. Вона складається зі станини 1, регулятора підняття ємності 2, підйомної плити 3, нагрівної ємності 4, ротора 5, індикатора годинникового типу 6, кулачкового патрону 7, редуктора 8 та електродвигуна 9.

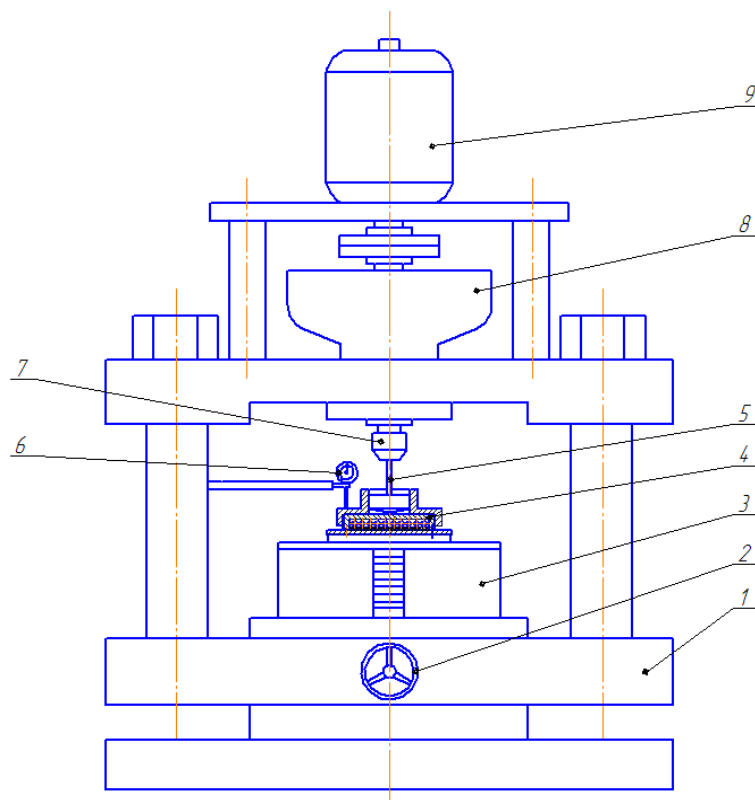


Рисунок 6.1 – Експериментальна установка

Нагрівна ємність, зображена на рис. 6.2, складається зі стола 1, на яку встановлено нерухому плиту 2 з нагрівними елементами 3, на яку нагвинчується рухома плита 4, у яку встановлюється термopа 6, та ротора 5.

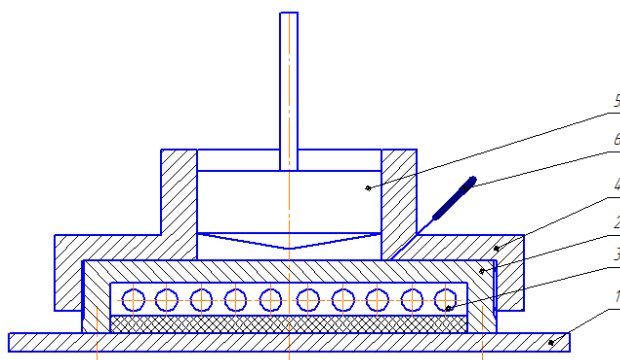


Рисунок 6.2 – Нагрівна ємність

Температура підтримувалася за допомогою одноканального ПІД-регулятора температури МікРа 600. Технічні характеристики приладу наведені у табл. 6.1. Для зворотного зв'язку була використана хромель-алюмелева термопара.

Таблиця 6.1 – Технічні характеристики регулятора

Дискретність завдання температури, °C	1,0
Закон регулювання каналу нагріву	ПІД
Вихідний сигнал керування	ШІМ
Точність підтримання температури у встановленому режимі	$\pm 0,5$

Переміщення нагрівної ємності, з якої вираховувалася зміна об'єму, фіксувалося за допомогою індикатора годинникового типу з ціною поділки 0,01 мм.

Швидкість обертання ротора вимірювалася за допомогою лазерного тахометра DT-2234C. Характеристики приладу наведені у табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Характеристики тахометра

Діапазон вимірювання	2,5 – 99999 об/хв
Роздільна здатність	0,1 об/хв (2,5–999,9 об/хв) 1 об/хв (більше 1000 об/хв)
Точність	$\pm 0,05\%$
Час заміру	0,8 с (більше 60 об/хв)
Відстань заміру	50–200 мм

Потужність, споживана електродвигуном, вимірювалась за допомогою лабораторного вимірювального комплексу К-50. Характеристики комплексу наведені у табл. 6.3.

Таблиця 6.3 – Характеристики приладу

Клас точності вбудованих в комплект приладів	0,5
Клас точності трансформатора струму	0,2
Межа допустимої основної похибки	$\pm 1,0\%$
Час встановлення показів приладів комплексу	не більше 4 с

Під час проведення натурного експерименту за допомогою терморегулятора нагрівалася ємність, у яку засипалися гранули полімеру, після чого ємність стискалася з постійним зусиллям, а полімер піддавався певній швидкості зсуву за допомогою ротора, закріпленого на електродвигуні. При цьому фіксувалися такі параметри: зміна об'єму полімеру внаслідок плавлення, швидкість обертання ротора, зануреного у полімер, та потужність, споживана електродвигуном. Ці параметри змінювалися у діапазонах, наведених у табл.6.4.

Таблиця 6.4 – Діапазони вимірювань

Параметр	Одиниця виміру	Діапазон
Температура	°C	100–150
Частота обертання ротора	об/хв	60–200
Потужність	Вт	30–150

Розрахунок похибки при проведенні натурного експерименту наведено у додатку.

Для підтвердження вірності отриманих даних було зроблено порівняння залежності в'язкості від швидкості зсуву, отриманої під час експерименту з табличними даними [157] (рис. 6.3).

Обробка експериментальних даних дала змогу отримати графіки, що демонструють динаміку зміни об'єму внаслідок плавлення поліетилену високої густини (рис. 6.4), поліетилену низької густини (рис. 6.5) та полістиролу (рис. 6.6) при різних температурах.

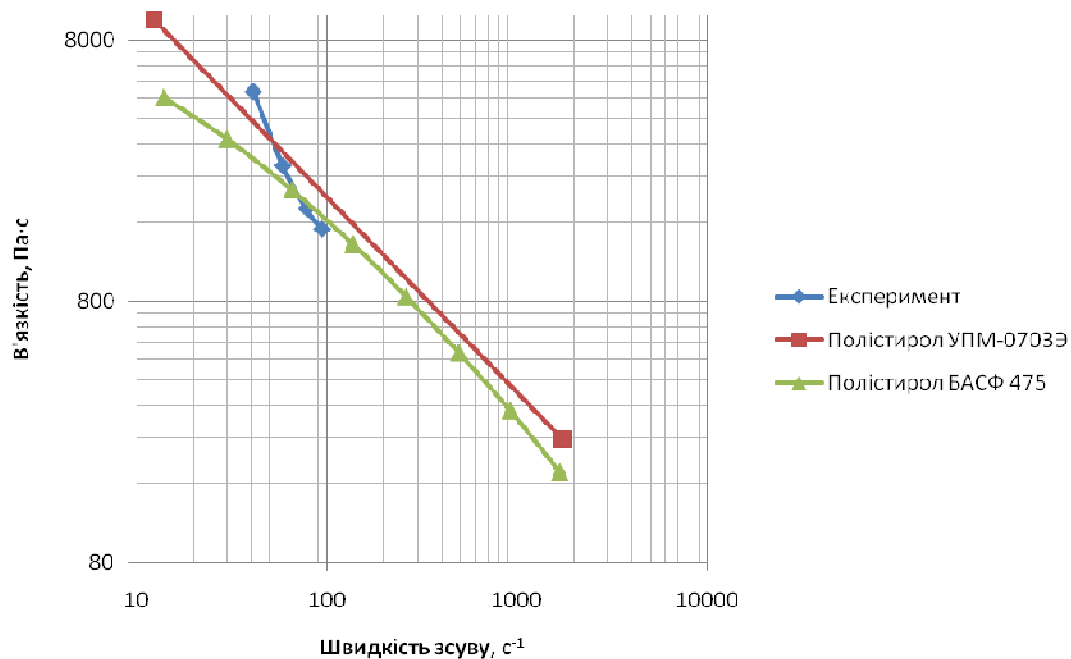


Рисунок 6.3 – Порівняння залежностей в'язкості від швидкості зсуву

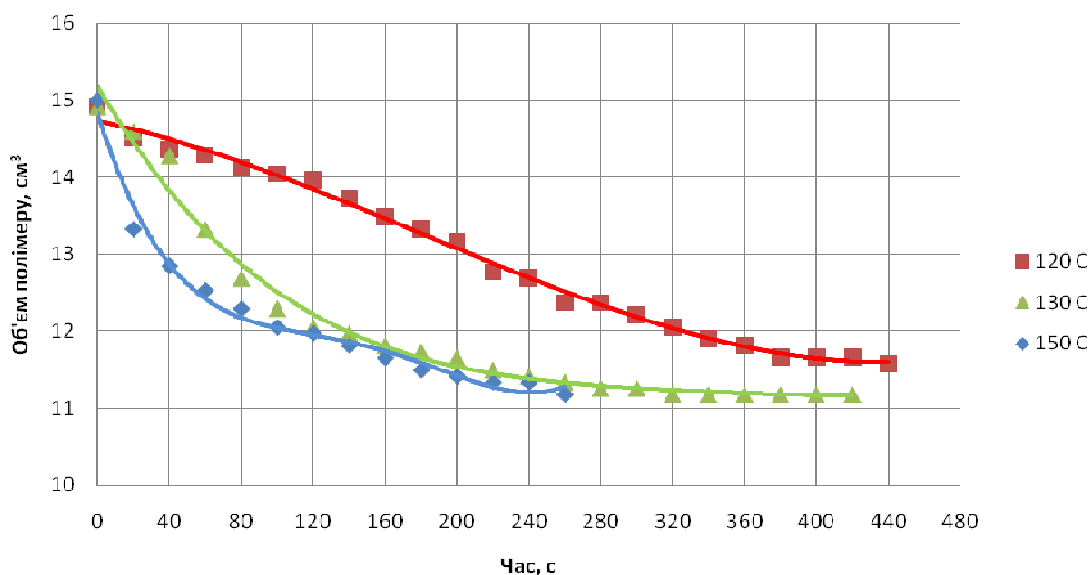


Рисунок 6.4 – Динаміка зміни об'єму поліетилену високої густини

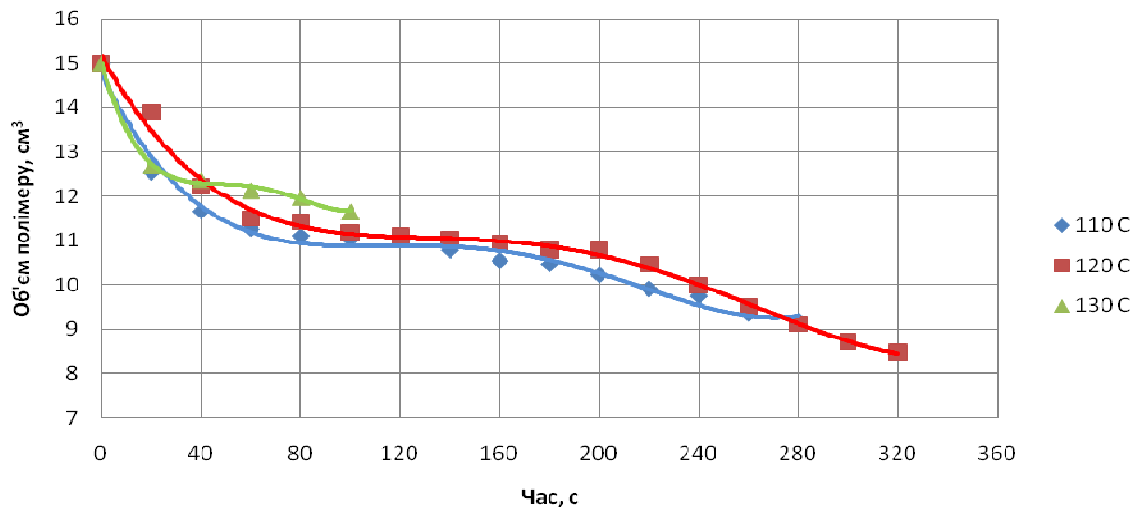


Рисунок 6.5 – Динаміка зміни об'єму поліетилену низької густини

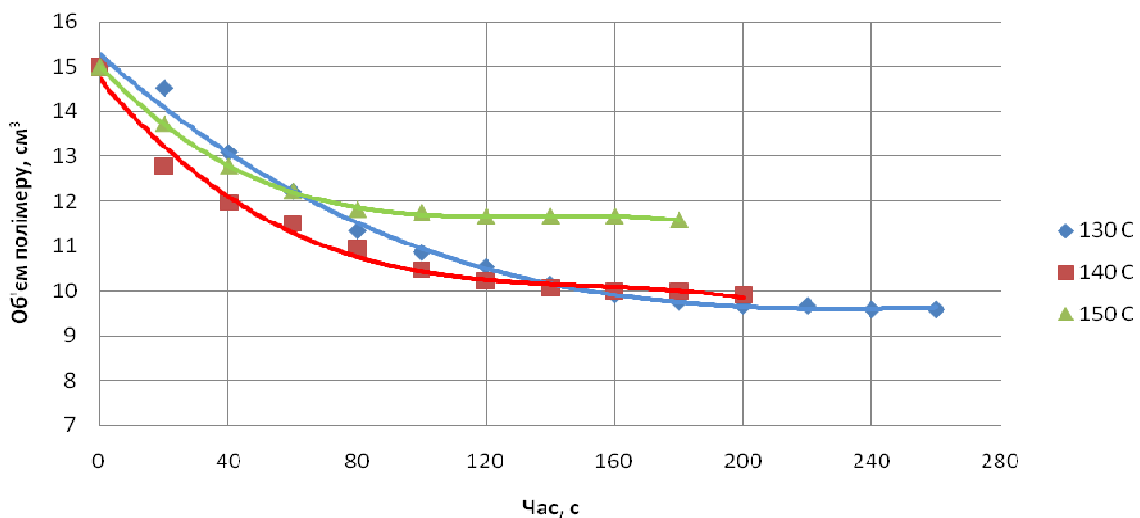


Рисунок 6.6 – Динаміка зміни об'єму полістиролу

З рис. 6.3 – 6.6 можна зробити висновок, що за виключенням початкового періоду об'єм полімеру з часом зменшується майже лінійно.

6.2 Дослідження процесу плавлення термопластів у черв'ячному каналі

Експериментальні дослідження проводились у виробничих умовах на промисловому екструдері діаметром черв'яка 90 мм (рис. 6.7). Відношення довжини черв'яка до діаметра складало 25, крок нарізки дорівнював діаметру. Зона плавлення починалась з 7-го витка та мала довжину 7 витків. Глибина кана-

лу в зоні завантаження складала 12,6 мм, а в зоні дозування – 4,6 мм. Екструдер комплектувався швидкознімною головкою на відкидних болтах. Температурний режим забезпечувався за допомогою мікропроцесорних регуляторів з точністю $\pm 1^{\circ}\text{C}$ вісім'ю зонами регулювання на корпусі та системою охолодження черв'яка.



Рисунок 6.7 – Фотографія екструдера

Експеримент здійснювався таким чином.

Попередньо перероблюваний гранульований полімер змішувався в двостадійному змішувачі з пігментом, спочатку за температури плавлення полімеру, а потім в охолоджуваній ємності. У результаті цього кожна гранула виявлялася опудрена пігментом контрастного до неї кольору.

Екструдер виводився на стаціонарний режим роботи, при чому фіксувалися такі параметри:

- температура по зонах;
- швидкість обертання черв'яка;
- продуктивність;
- тиск на вході в головку.

Після цього екструдер зупинявся, нагрів на корпусі припинявся, головка швидко знімалась, а черв'як виштовхувався вперед спеціальним виштовхувачем. Гранули, що не розплавившись, при цьому осипались, а на черв'яку залишався лише той матеріал, що піддався плавленню (рис. 6.8).

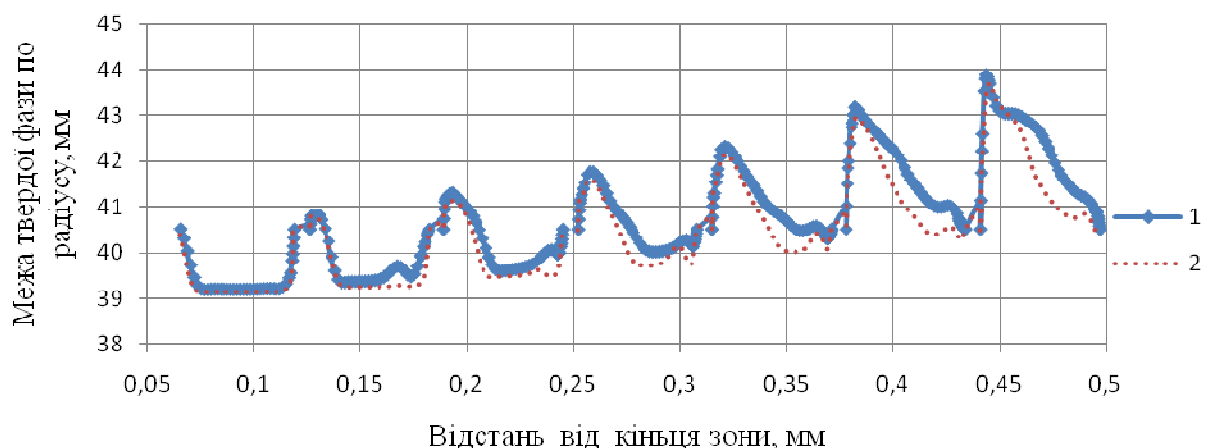


Рисунок 6.8 – Черв'як після експерименту

Після зняття полімерної спіралі з черв'яка, від неї на кожному витку вирізався тонкий зразок. Той полімер, що повністю перейшов у фазу розплаву, змішувався з пігментом, причому можна було частково відслідкувати лінії току. Той же полімер, що лише почав плавитись, відрізнявся від розплаву більш інтенсивним кольором пігмента, оскільки він залишався на поверхні гранул. Нарізані зразки сканувались, отримані файли оброблялись у графічному редакторі для виділення границь і обчислення площі ділянок.

У результаті описаних операцій фіксувалась форма та площа перерізу полімерної пробки й перехідної області розм'ячених гранул, а також довжина зони плавлення.

Так, на рис. 6.9 показано порівняння експериментально визначених та промодельованих конфігурацій твердої пробки на різних відстанях від кінця зони плавлення, де пробка фактично припиняє існування. Розрахункову конфігурацію пробки визначали по межі температури плавлення полімеру.



1 – розрахункова конфігурація; 2 – експериментальна конфігурація

Рисунок 6.9 – конфігурація пробки розплаву на різних відстанях від кінця зони плавлення

З показаного графіка видно, що відмінності між експериментально визначеними та промодельованими конфігураціями пробки незначні, особливо в кінці зони плавлення, що дає можливість встановити довжину зони плавлення, тобто координату закінчення процесу плавлення та переходу до зони гомогенізації.

6.3 Експериментальна установка та методика дослідження параметрів реологічної моделі ФТТ

Для проведення експериментів з дослідження параметрів реологічної в'язкопружної моделі ФТТ було розроблено схему експерименту, дооснащено експериментальну установку і розроблено методику проведення експерименту.

Дослідження здійснювали на лабораторному екструзійному пристрої з діаметром черв'яка 36 мм з відношенням довжини до діаметра рівним 20, оснащеному головкою з довжиною формувального каналу 40 мм та діаметром 8 мм. Таке співвідношення розмірів забезпечувало досягнення повністю розвиненого потоку на виході з головки. Методика дозволила визначити форму вільного потоку екструдату. Експериментальна установка показана на рисунку 6.10.

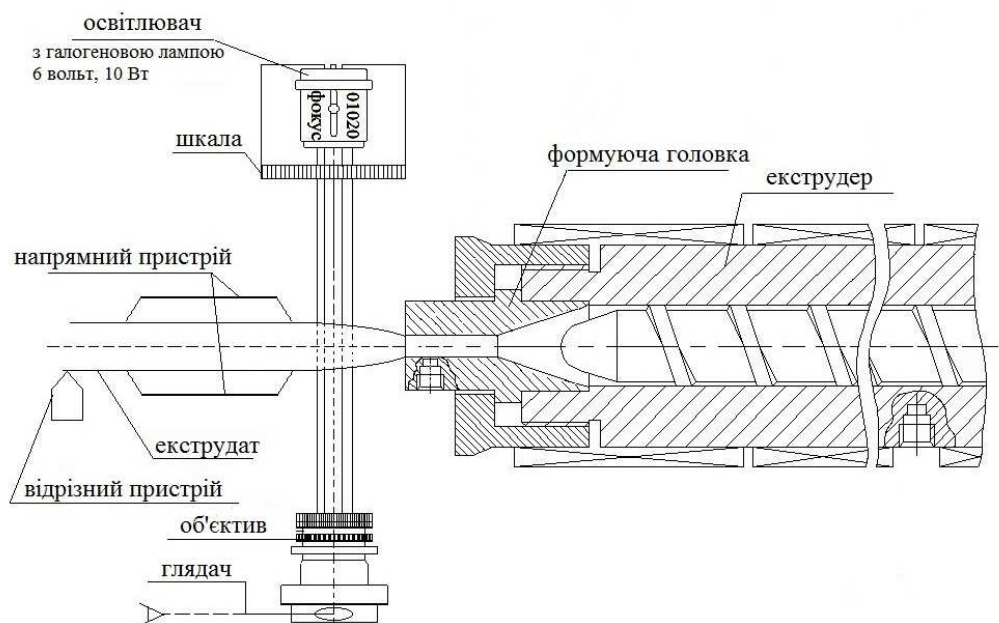


Рисунок 6.10 – Схема експериментальної установки для вимірювання параметрів моделі ФТТ

Експериментальна установка відповідно з рис. 6.10 працювала таким чином. На приладі КВП-1-504 з класом точності 0,5 задавалася необхідна температура матеріального циліндра й головки і за допомогою нагрівальних елементів починався нагрів установки до виходу на необхідний температурний режим. Схема керування температурним режимом забезпечувала підтримання заданої температури з похибкою до 2%. Вимірювальна схема контролю температури полімеру зібрана на основі дванадцятиточечного цифрового приладу А565 (273–673К) з роздільною здатністю 0,1 К класу точності 0,05 і комплекту голкових хромель-копелевих термопар. Термопари було встановлено в трьох точках корпусу головки на відстані 2 мм до перехідних та формувальної ділянок.

Після виходу на робочий температурний режим завантажувався досліджуваній полімерний матеріал і приводився в обертання черв'як. За сталого режиму екструзії через певний час t екструдат відрізувався по торцевій поверхні головки. Для зменшення помилки експерименту і полегшення подальших досліджень час відсікання екструдату t вибирався таким чином, щоб відрізаний відрізок мав довжину від 50 мм до 100 мм. Отримані зразки екструдату (3-4 зразка для кожного із значень продуктивності) зважувалися на аналітичних вагах марки ВЛА-200М.

Середнє значення маси зразка для i -ої серії при n послідовних дослідах визначали як середнє арифметичне за формулою [198]

$$m_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n m_{ij}.$$

Однорідність вимірювань характеризується дисперсією D_i , яка визначалась згідно [199]

$$D_i = (\sigma^2)_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (m_{ij} - m_i)^2.$$

Для оцінювання відтворюваності експериментів знаходився критерій Кохрена (розрахунковий) k_{kp}

$$k_{kp} = \max D_i / \sum_{i=1}^m D_i,$$

де $\max D_i$ – найбільше значення дисперсії з числа розглянутих паралельних серій m .

Перевірка виконання умови відтворюваності експерименту здійснювалась шляхом порівняння значення розрахункового критерію Кохрена $k_{кр}$ з табличним значенням $k_{кт}$ за нерівністю [200, 201]: $k_{кр} \leq k_{кт}$.

Значення $k_{кт}$ визначалося залежно від довірчої ймовірності і від числа ступенів свободи. Виконані розрахунки показали, що за величини довірчої ймовірності 0,95 умова відтворюваності експерименту дотримується.

Експеримент виконувався за умов стабільності вибраного режиму екструзії з продуктивністю 3 кг/год. Продуктивність визначалась ваговим методом та регулювалась зміною частоти обертання черв'яка. Довжина області фотофіксації вільної ділянки екструдату не перевищувала 30 мм, тому його провисання під дією сили тяжіння було незначним, як було показано Жилет і Серіаі [202]. Розмір екструдованого виробу вимірювався в напрямку руху полімеру на виході з формувального інструменту за допомогою фотооптичного пристрою.

Дослідження реологічних параметрів проводилось для таких матеріалів:

- а) поліетилен низької густини (ПЕНГ) марки 15803-020 (ГОСТ 16337);
- б) полістирол (ПС) марки ПС-115 (ГОСТ 20282);
- г) композиція полівінілхлориду (ПВХ) марки SorVyl (Німеччина).

Температури екструзії при проведенні експериментів для обраних полімерних матеріалів: ПЕНГ – 170° С, ПС – 180° С, ПВХ – 180° С.

Приклади фотофіксації вільної ділянки екструдату наведені на рис. 6.11.



а

б

в

а – ПЕНГ; *б* – ПВХ; *в* – ПС

Рисунок 6.11 – Фотофіксація вільної поверхні екструдату

Сутність досліджень полягала в такому.

Для визначення часу релаксації, коефіцієнту розбухання та розширювальної здатності розплаву для реологічної моделі ФТТ, були проведені такі розрахунки:

1. Визначення масової продуктивності $G = \frac{m}{t}$,

де m – маса профілю круглого поперечного перерізу, г; t – час, с;

2. Визначення об'ємної продуктивності $Q = \frac{G}{\rho}$,

де ρ – густина досліджуваного матеріалу, кг/м³;

3. Лінійна швидкість екструдату $U = \frac{Q}{F_{отв}}$,

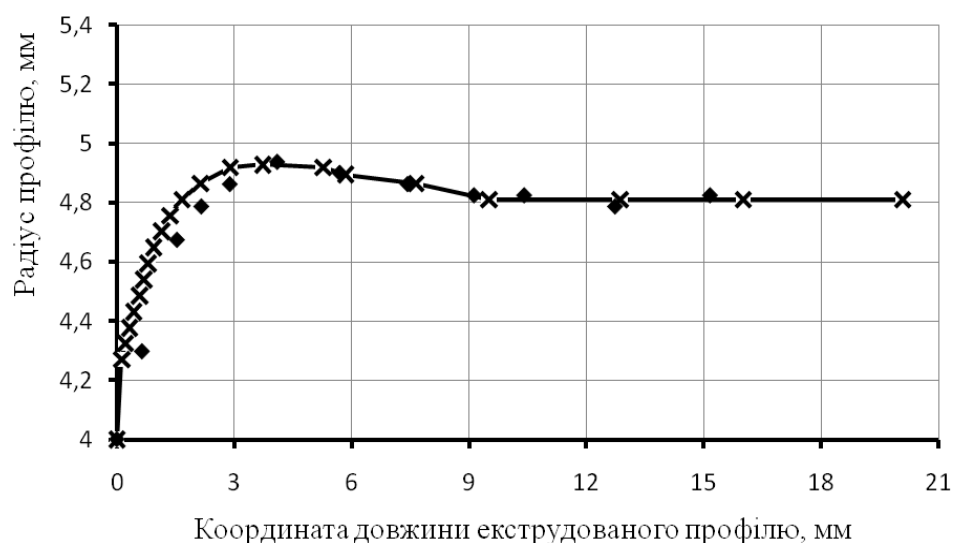
де $F_{отв}$ – площа поперечного перерізу отвору формуючого каналу, м².

4. За допомогою отриманих експериментальних фотознімків визначено довжину ділянки профілю l_λ , на якій відбувається стабілізація перерізу, а отже і довжина, за якої досягається максимальний коефіцієнт розбухання розплаву, для подальшого визначення часу релаксації полімеру.

5. Визначення часу релаксації $\lambda = \frac{l_\lambda}{U}$.

6. Числове моделювання процесу екструзії крізь канал експериментальної головки з вільною поверхнею було виконано у програмному комплексі ANSYS за допомогою додатку Polyflow. Моделювання проводилося з метою встановлення реологічного параметру розширювальної здатності розплаву моделі ФТТ для даного полімеру в заданому температурному режимі. Параметр задавався перебором значень із певним кроком до співпадіння з експериментальною кривою зміни діаметра в межах 1 %, після чого він і брався для подальшого моделювання течії даного полімеру. Значення часу релаксації при цьому підставлялось експериментально визначене.

Приклад відповідності результатів числового моделювання отриманим експериментальним даним ПВХ марки SorVyl за швидкості екструзії $V = 0,0658$ м/с представлені на рис. 6.12.



♦ – експериментальні дані; × – результат числового моделювання

Рисунок 6.12 – Залежність зміни радіуса екструдату круглого поперечного перерізу ПВХ марки SorVyl на виході з формувального каналу

Визначені матеріальні параметри в'язкопружності розплаву і використані для побудови кривих змін профілю вільної поверхні екструдату на виході з формуючого інструменту, наведено в таблиці 6.5.

Таблиця 6.5 – Експериментальні параметри процесу екструзії

	ПЕНГ 15803-020	ПС 115	Композиція ПВХ
Лінійна швидкість екструдату, U , м/с	0,0857	0,1704	0,0658
Час релаксації, λ , с	0,31	0,03	0,23
Довжина ділянки стабільного перерізу, l_λ , м	0,027	0,0055	0,01525
Коефіцієнт розбухання, B	1,41	1,35	1,2

Оцінку достовірності експериментальних даних наведено у додатку.

6.4 Висновки

Створено експериментальну установку для дослідження динаміки процесу плавлення полімерних матеріалів. Проведені експериментальні дослідження, які дозволили отримати дані, що стали вхідними при проведенні числових експериментів. Встановлено, що за виключенням початкового періоду плавлення, коли швидкість процесу нелінійно зменшується, надалі швидкість плавлення можна вважати близькою до постійної.

Проведено експериментальні дослідження плавлення в промисловому екструдері дозволили встановити форму пробки розплаву на різних ділянках по довжині черв'яка, а також визначити довжину зони плавлення. Результати експериментальних досліджень мають якісне та кількісне співпадіння з результатами числових розрахунків.

Встановлено реологічну модель для моделювання вязкопружної течії в профільних екструзійних головках. Експериментально визначені реологічні коефіцієнти дозволяють точніше здійснювати розрахунок параметрів процесу течії в'язкопружної рідини в формуючому каналі та враховувати ефекти розбухання розплаву полімеру в зоні вільної поверхні на виході з формуючого інструменту, що дає можливість передбачити неоднорідність та властивості полімерних виробів.

Створено методику експериментальних досліджень реологічних параметрів матеріалу і характеру ефекту розбухання полімерного матеріалу після виходу з формуючого інструменту. Досліди є відтворюваними, однорідність результатів підтверджується, що свідчить про те, що прийняті методи досліджень забезпечують відтворюваність експериментів.

Показано, що використання моделі ФТТ при моделюванні течії в'язкопружних рідин на виході з формуючого інструмента екструдера дозволяє розраховувати зміну перерізу екструдованого полімерного виробу.

7 ВПРОВАДЖЕННЯ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

7.1 Установка для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя кускового або сипучого матеріалу

Розроблено та виготовлено установку для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя сипкого матеріалу [203]. Установка, схема якої показана на рис. 7.1, містить опорну раму 1, закріплену на рамі за допомогою шарніра 2 пластину 3 з можливістю повороту у вертикальній площині для розміщення зразка досліджуваного матеріалу 4, та вертикальний стояк 5 з повзуном 6, при цьому на стояку виконано шкалу 7 для визначення кута α нахилу пластини, яку виконано знімною та споряджено засобом 8 для її термостабілізації з боку нижньої поверхні.

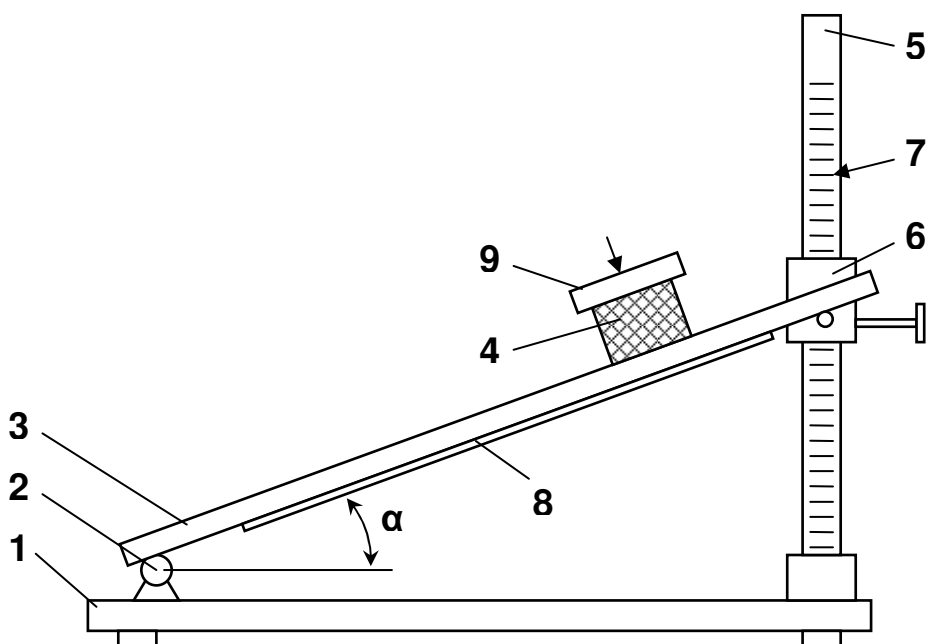


Рисунок 7.1 – Схема лабораторної установки

Виконання установки забезпечує можливість змінювання та стабілізацію температури пластини й зусилля притискання до неї зразка досліджуваного матеріалу, що необхідно для дослідження зразка матеріалу в умовах, наближених до реальних технологічних процесів перероблення відповідного

матеріалу. Установку впроваджено в навчальний процес кафедри ХПСМ. Розроблено також методику експериментальних досліджень на даній установці.

7.2 Установка для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя сипучого матеріалу

Розроблено та виготовлено установку для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя сипкого матеріалу [204], яка забезпечує визначення також коефіцієнта бічного тиску. Установка, схема якої показана на рис. 3.5, містить горизонтальний ротор 3, споряджений нагрівниками 2, встановлений над ротором вертикальний порожнистий корпус 4 для сипкого матеріалу зі встановлюваним у ньому штовхачем 5, який взаємодіє з регулятором вертикального зусилля 6, виконаним у вигляді важеля 8, шарнірно закріпленого на стояку 7 з одним плечем, яке взаємодіє зі штоком 9 і з другим, на якому закріплюється противага 10.

Також установку споряджено засобом вимірювання горизонтальної сили 11, яка діє на порожнистий корпус перпендикулярно осі 12 ротора, а порожнистий корпус – засобом вимірювання горизонтальної сили 13, яка діє на порожнистий корпус вздовж осі ротора.

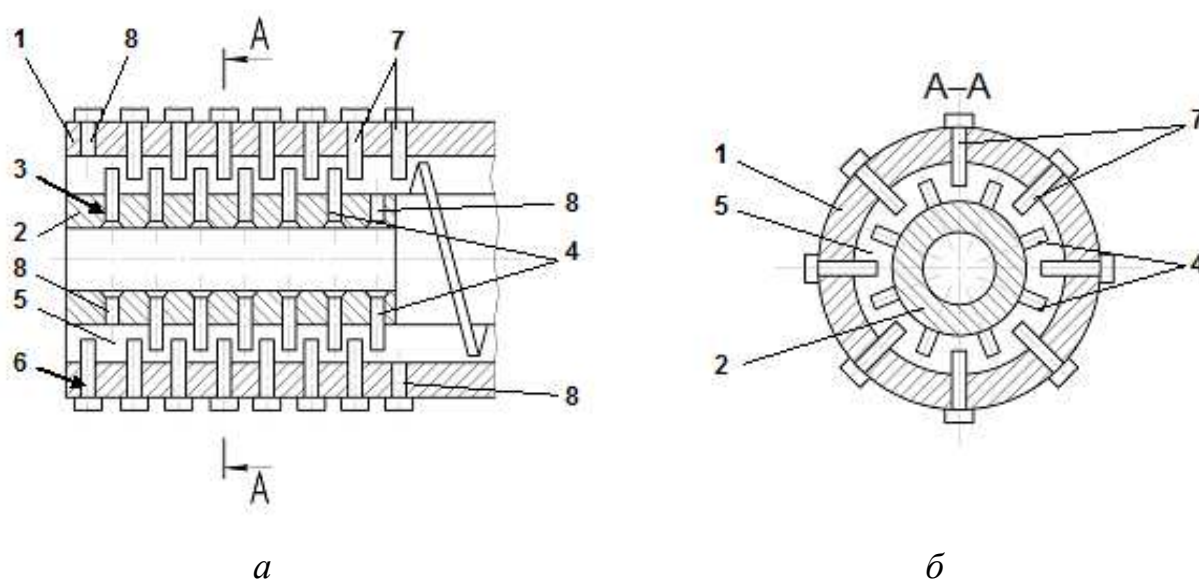
Установку впроваджено в навчальний процес кафедри ХПСМ. Розроблено також методику експериментальних досліджень на даній установці.

7.3 Змішувальна секція черв'ячного екструдера

На виробничій базі ТОВ «Науково-виробниче підприємство «Енергія-2000» (м. Київ) здійснено дослідно-промислове впровадження технічних рекомендацій з конструктивного оформлення та уточненого розрахунку екструзійного змішувального устаткування у вигляді раціональних конструктивних параметрів змішувальних елементів з урахуванням нелінійної поведінки матеріалів, теплообміну та інших особливостей технологічних процесів.

Змішувальна секція черв'ячного екструдера, на яку оформлено патент

[205] містить розміщену з можливістю обертання в порожнистому корпусі 1 ділянку черв'яка 2 з рівномірно розташованими по колах гніздами 3 зі встановленими в них штифтами 4 з виходом їх у робочий канал 5, утворений порожниною корпусу і зазначеною ділянкою черв'яка (рис. 7.2). У стінці корпусу в межах змішувальної секції черв'яка виконано рівномірно розташовані по колах отвори 6 зі встановленими в них штифтами 7 з виходом у робочий канал. При цьому гнізда 3 черв'яка зміщено відносно отворів 6 корпусу на крок, достатній для проходу штифтів 4 черв'яка відносно штифтів 7 корпусу під час обертання черв'яка.



a – поздовжній розріз змішувальної секції; *б* – розріз по А–А

Рисунок 7.2 – Схема змішувальної секції

У результаті впровадження, виконаного у вигляді комп'ютерного моделювання змішувальної зони екструдера, зокрема, було підтверджено підвищення якості та однорідності властивостей екструдованих виробів за умов зниження енергоємності процесів їх виробництва на 15–20 % порівняно з традиційною двостадійною технологією (див. Акт впровадження у додатку).

7.4 Черв'як екструдера

Коливання швидкості та перерізу екструдата є поширеною проблемою процесу екструзії. Особливо негативний вплив на якість виробів чинять високо-частотні коливання, які спричинені в'язкопружними властивостями полімера і їх пов'язують з такими проявами нестабільності течії розплаву, як порушення суцільності потоку, ефект «акулячої шкіри», «апельсинова шкірка» та ін.

Для усунення цих явищ було запропоновано та запатентовано [206] черв'як екструдера, який містить вал 1 з гвинтовою нарізкою, а також наконечником 4, спорядженим пружиною 5 і встановленим в осьовому отворі 6 вала з можливістю зворотно-поступального руху (рис. 7.3). Наконечник з боку хвостовика вала оснащено штоком 7 із змонтованим на його кінці поршнем 8. Ділянку осьового отвору вала в зазорі між наконечником і поршнем заповнено в'язкою рідиною, а в осьовому отворі вала на цій ділянці вставлено нерухому дросельну шайбу 9. Штифт 10, який проходить крізь овальний отвір 11 наконечника, фіксує його від провертання відносно робочої зони черв'яка.

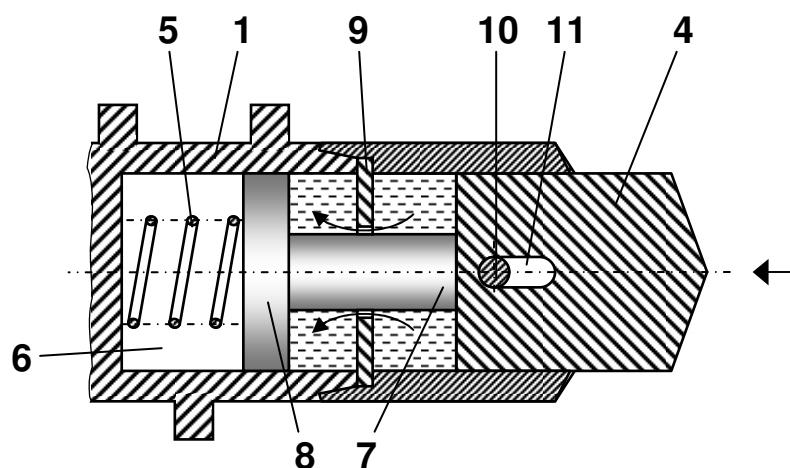


Рисунок 7.3 – Схема компенсаційного пристрою черв'яка

У разі раптового небажаного зростання тиску з боку екструзійної головки (не показано) наконечника 4 переміщується у бік хвостовика черв'яка, а отже скорочується загальна довжина черв'яка та об'єм робочого каналу екструдера з боку наконечника збільшується, що сприяє зниженню тиску. Також під час

руху наконечника в осьовому отворі вала відбувається перетікання в'язкої рідини з об'єму перед дросельною шайбою 9 в об'єм за неї, тобто здійснюється уповільнений рух наконечника. Після певного зниження тиску наконечник повністю або частково повертається у вихідне положення під дією пружини, після чого тиск у робочому каналі екструдера стабілізується. При цьому забезпечується ефективна компенсація коливань тиску та швидкості розплаву на вході в екструзійну головку.

Підтвердження ефективності запропонованого конструктивного рішення було проведено в праці [207].

Під час процесу екструзії з точки зору механічної моделі деформації даний пристрій реалізує модель Максвелла, яка характерна послідовним розташуванням пружного елемента й поршня.

На рис. 7.4 наведено результати моделювання перехідних процесів здемпфованої гармонічної складової коливань тиску розплаву P_3 , P_4 у робочій зоні екструдера при застосуванні механічного регулюючого пристрою із числовими значеннями співвідношення $c_1/c_2 = 0,001$ та $0,01$, відповідно, де c_1 – коефіцієнт демпфування демпфера; c_2 – коефіцієнт пружності пружини.

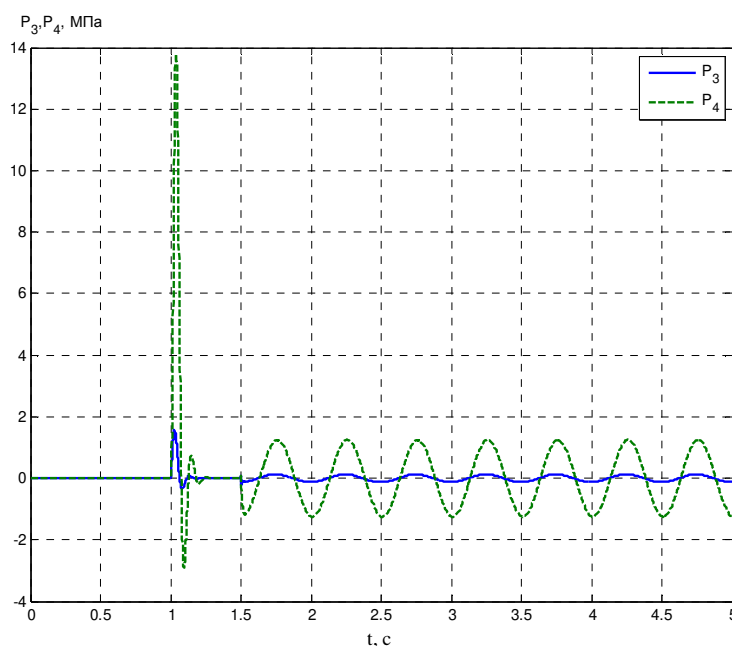


Рисунок 7.4 – Перехідні процеси здемпфованої гармонічної складової коливань тиску розплаву P_3 , P_4 у робочій зоні екструдера

Аналіз характеристик перехідного процесу показує, що при зменшенні співвідношення c_1/c_2 , тобто при збільшенні жорсткості пружини відносно в'язкості рідини демпфуючого пристрою, ступінь демпфування зростає. При виборі конструктивних параметрів конструкції та коефіцієнта пружності пружини необхідно враховувати величину можливого переміщення наконечника відповідно до зміни амплітуди періодичних коливань величини тиску в робочій зоні екструдера.

Аналіз розподілу ступеню амплітуди періодичних коливань здемпфованих коливань тиску показує, що одну з найбільших ступенів демпфування серед різних варіантів систем керування можна досягти з використанням демпфуючого пристрою з відношенням $c_1/c_2 = 0,001$. Це дає можливість знизити амплітуду коливань тиску майже на два порядки порівняно з максимальною амплітудою коливань збурення в 10 МПа, що дозволяє вважати технічно доцільним застосування такого пристрою.

7.5 Плоскощілинна екструзійна головка

Традиційні конструкції плоскощілинних головок мають той недолік, що кожна з них розрахована на близькі технологічні режими та однотипні перероблювальні матеріали, тому для корекції локальних витрат розплаву по ширині потребує використання дроселювальних пристроїв для балансування потоку по ширині щілини.

У запропонованій конструкції плоскощілинної екструзійної головки за патентом [208] вдосконалення шляхом змінення форми перехідної ділянки каналу забезпечує вирівнювання гідравлічного опору та умов течії полімерного матеріалу по всій ширині формуючої ділянки.

Екструзійна головка (рис. 7.5) має канал для протікання розплаву, який складається з вхідної ділянки 1, перехідної ділянки 2 у вигляді рівнотовщинної щілини замкнутого перерізу на вході, і розгортається в напрямку виходу в щілину прямокутного перерізу, поздовжня вісь якої лежить перпендикулярно напрямку руху виробу, що формується, причому у розгортці перехідна ділянка

каналу в плані є прямокутником, та формувальної ділянки 3, яка має форму плоскої щілини.

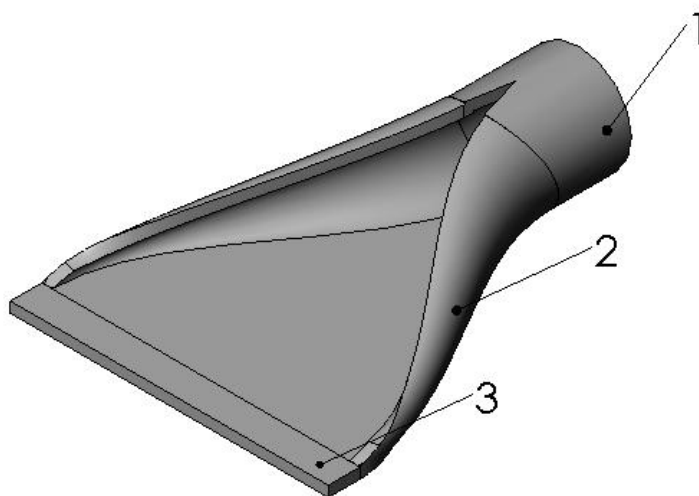


Рисунок 7.5 – Схема каналу головки

Завдяки наявності перехідної ділянки каналу, виконаної у вигляді рівнотовщинної щілини, яка у розгортці в плані є прямокутником, довжина та переріз каналу на будь-якій траєкторії руху полімеру по ширині щілини буде однаковою, що забезпечує вирівнювання гідравлічного опору головки та запобігає утворенню застійних зон.

7.6 Вдосконалення та обґрунтування нових конструктивних рішень співекструзійних головок

Розроблено та передано до використання на ТОВ «Водостічні системи», м. Боярка (див. Акт впровадження у додатку В) науково-технічний продукт у вигляді методики автоматизованого проєктування та 3D-моделей формуючого устаткування для виготовлення співекструзійних полімерних виробів.

Створені тривимірні моделі конструкцій і вузлів дають змогу точно обґрунтувати вибір їхніх геометричних і конструктивних параметрів. Розроблені конструкції дозволяють регулювати співвідношення полімерних шарів в одержуваному співекструзійному профільному виробі.

Приклад перерізу регульованої головки показано на рис. 7.6, а фотознімки вдосконаленого обладнання – на рис. 7.7.

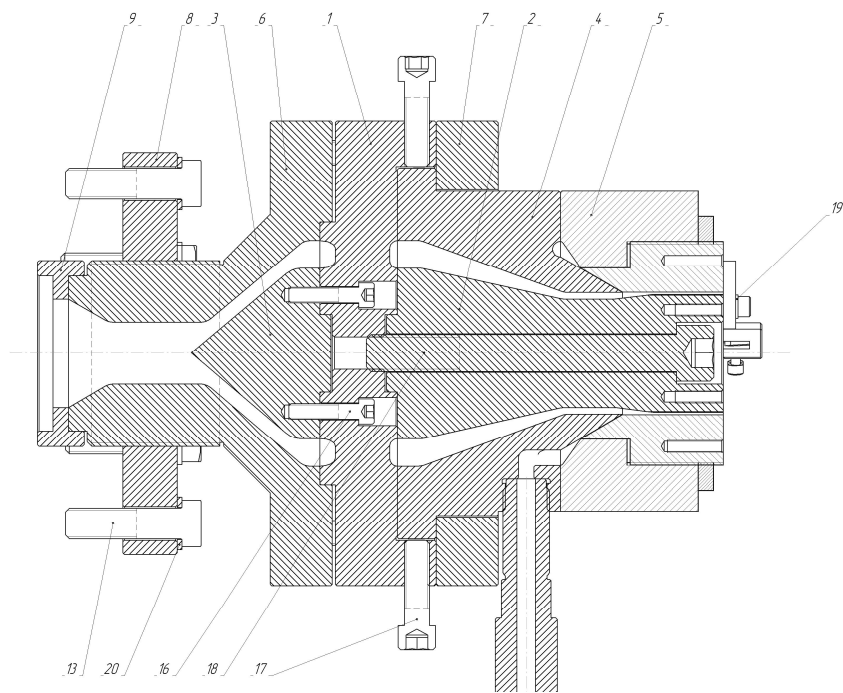


Рисунок 7.6 – Переріз головки з регульованим співвідношенням шарів

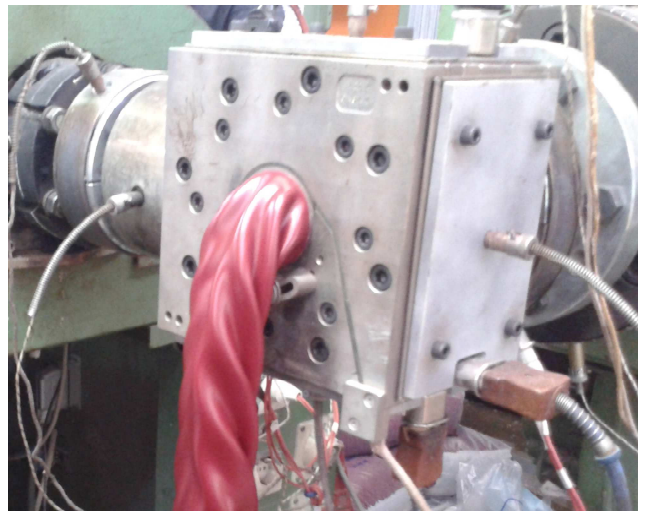
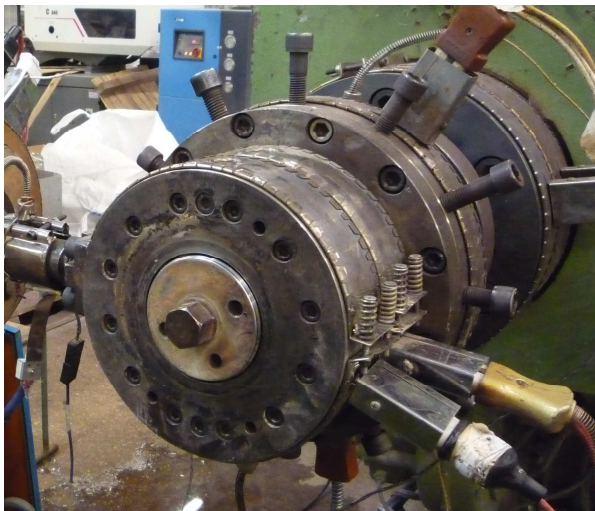


Рисунок 7.7 – Вдосконалені зразки екструзійних головок

Встановлено, що використання запропонованої методики автоматизованого проєктування і конструктивних пропозицій дозволить вдосконалити технологічні параметри процесів та обладнання, за яких забезпечується підвищення продуктивності та якості виробів, а також зниження ресурсоємності процесів їх виробництва та ефективного використання сировини.

7.7 Вдосконалення методики проектування екструзійних головок

На виробничій базі ТОВ «НВП «Інкос», м. Чернігів (див. Акт впровадження у додатку) було здійснено дослідно-промислове впровадження технічних рекомендацій з конструктивного оформлення та уточненого розрахунку екструзійного формувального полімерного устаткування.

На основі результатів комп'ютерного моделювання було досліджено особливості процесів формування полімерного профільного виробу складної конфігурації і на базі запропонованої методики проектування визначено конструктивні та технологічні параметри профільної головки з урахуванням нелінійної поведінки матеріалів, теплообміну та інших особливостей технологічних процесів.

Фотознімок вдосконаленої головки показано на рис. 7.8.

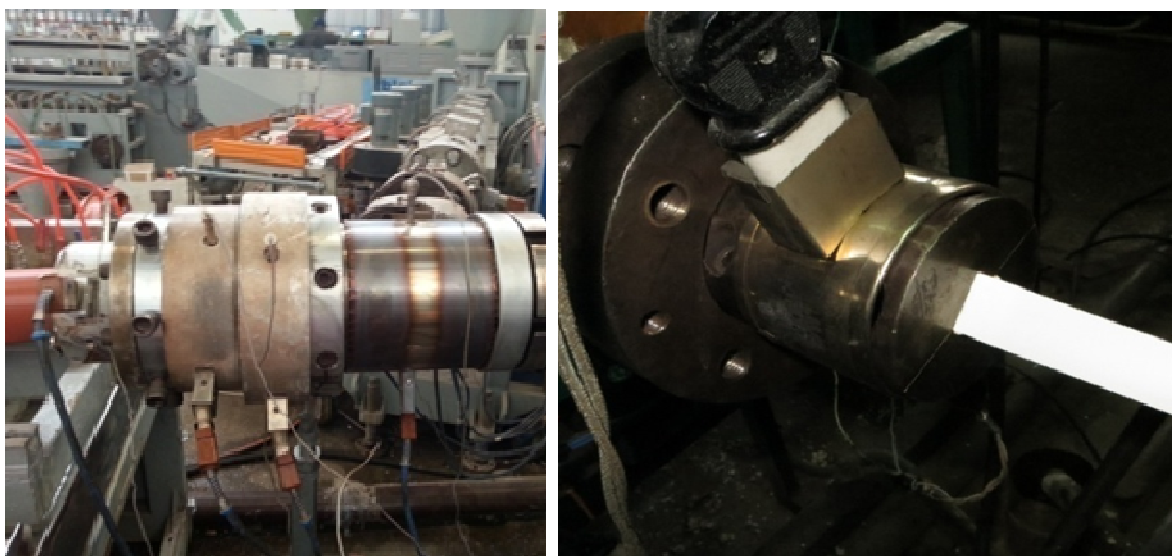


Рисунок 7.8 – Вдосконалений зразок екструзійної головки

Було встановлено, що застосування розробленої методики і впровадження конструктивних пропозицій дозволяє вдосконалити технологічні режими переробки та конструкції робочих органів формувального обладнання, за яких забезпечується підвищена точність розмірів виробу.

7.8 Висновки

1. Наведено результати впроваджень і технічних рекомендацій до реалізації у промисловості та проєктуванні екструзійного обладнання, новизну і промислову придатність яких підтверджено патентними документами.

2. Результати досліджень впливу конструктивних особливостей обладнання для перероблення термопластичних матеріалів методом екструзії, режимів його експлуатації, а також властивостей зазначених матеріалів на параметри процесів перероблення стали основою розробки та впровадження методик і рекомендацій щодо науково обґрунтованого проєктування, модернізації і вибору обладнання, а також визначення раціональних режимів його експлуатації.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Головний результат дисертації – вирішення важливої науково-технічної проблеми створення наукових засад розробки та вдосконалення обладнання і процесів комплексного екструзійного перероблення термопластичних матеріалів, які забезпечують визначення раціональних конструктивно-технологічних параметрів ліній на базі черв'ячних екструдерів, що сприятиме заощадженню енергетичних і матеріальних ресурсів та одержанню продукції високої якості.

1. Розроблено уточнені математичні моделі неізотермічного тривимірного руху реологічно складних середовищ у каналах довільної форми з рухомими й нерухомими елементами із врахуванням пристінних ефектів.

2. Реалізація розробленої фізичної моделі на базі систем гідродинамічного моделювання показала можливість коректного завдання розрахункової схеми та інтерпретації отриманих результатів засобами цих систем і дала змогу отримати науково обґрунтовані параметри процесу плавлення полімеру в черв'ячному каналі і конструктивних параметрів зони плавлення. При цьому отримано пояснення відомих на практиці ефектів, що не вкладаються в рамки моделей, запропонованих іншими дослідниками.

3. Розроблені принципово нові фізичні і математичні моделі плавлення полімеру в каналі екструдеру, сутність яких полягає в тому, що процес плавлення поділяється на два етапи: спочатку за рахунок бародифузії розплаву руйнується поверхневий шар твердої пробки, який переходить в шар текучої суміші з твердої й рідкої фаз, а потім під дією дисипативного тепла відбувається плавлення твердої частини в об'ємі суміші. Вказані моделі дають змогу точніше прогнозувати кінетику плавлення та обґрунтовувати конструктивні параметри зони плавлення.

4. Проведено адаптацію розроблених моделей для уточненого визначення полів розподілу швидкості, температури, тиску, деформації та інших параметрів у процесах підготовки та формування полімерних виробів з урахуванням пристінних ефектів зміни в'язкості, проковзування, дисипації тощо. Це

дає змогу розраховувати та оптимізувати основні параметри технологічних процесів формування полімерних виробів.

5. На основі розроблених моделей виконано розрахунки зони плавлення екструдера і виявлено особливості температурного поля, поля швидкостей, розподілу величини в'язкості і процесу плавлення твердої пробки полімеру. Досліджено еволюцію процесів руйнування та плавлення пробки гранул і виявлено основні чинники, що суттєво впливають на ці процеси. Встановлено ефекти, що не враховується багатьма існуючими моделями процесу плавлення полімерів.

6. Розроблено методику визначення якості суміші, яка полягає в безпосередньому використанні рівнянь масопереносу. Це дає можливість моделювання процесу змішування на тій самій математичній базі, що й інші процеси екструзії.

8. Досліджено закономірності розподілу концентрації диспергованого матеріалу в дисперсійному середовищі за різних чинників. Встановлено ефективні схеми та конструктивні параметри змішувального устаткування.

9. Запропоновано та апробовано алгоритми та методика числових розрахунків, які дають можливість аналізувати картини течії полімерних матеріалів у формувальних каналах полімерного устаткування з деформівними стінками.

10. Отримані дані дають змогу прогнозувати величину й характер деформації формувальних елементів та врахувати її вплив на спотворення форми виробу, що формується. Проведені уточнені числові експерименти дозволили сформулювати рекомендації для розробників та експлуатаційників полімерного обладнання.

11. Запропоновано методику моделювання й проєктування екструзійних головок, яка дає змогу визначати необхідну конфігурацію екструзійної головки і зокрема її випускного отвору (фільтери) для досягнення заданої форми перерізу екструдату після його стабілізації.

12. Отриманий розподіл технологічних напружень по довжині труби за різних режимів процесу охолодження дав змогу встановити, що найбільш ефек-

тивним з точки зору «інтенсивність охолодження – технологічні напруження» є двостороннє комбіноване охолодження (зовнішнє – вода, внутрішнє – повітря).

13. У результаті експериментальних досліджень, а також порівняння одержаних результатів з результатами інших дослідників отримано підтвердження адекватності розроблених математичних моделей. Відхилення результатів розрахунків та експериментів для різних процесів не перевищує 8–15 %.

14. Результати роботи впроваджені в практику проектування та експлуатації обладнання для екструзійного перероблення термопластичних матеріалів. У ряді організацій впроваджено методики з вдосконалення принципів схем, конструктивного оформлення, а також результати розрахунку параметрів зазначеного обладнання і режимів його роботи. Результати досліджень використано в навчальному процесі кафедри хімічного, полімерного і силікатного машинобудування КПІ ім. Ігоря Сікорського.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Тітова О. С., Грушак З. В., Трачевський В. В. Використання полімерів та їх вплив на довкілля // Вісник НАУ. 2008. №3. С. 135–138.
2. Сорокин М. Ф., Шоде Л. Г., Кочнова З. А. Химия и технология пленкообразующих веществ. Москва : Химия, 1981. 446 с.
3. Бюллер Г. К. Тепло- и термостойкие полимеры: пер. с нем. Москва : Химия, 1984. 1059 с.
4. Тара з полімерних матеріалів. Довідкове видання / М. Г. Соломенко, В. Л. Шредер, В. М. Кривошей. Москва : Хімія, 1990. 400 с.
5. Бартенев Г. М. Прочность и механизм разрушения полимеров. Москва : Химия, 1984. 279 с.
6. Материаловедение / под ред. Б. Н. Арзамасова. Москва : Машиностроение, 1986. 384 с.
7. Торговельне підприємство: механізм розвитку і фінансової підтримки : монографія / під ред. С. В. Князя. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2015. 720 с.
8. Chang Dae Han. Rheology in Polymer Processing. New York : Academic Press, 1976. 367 p.
9. Guillet M. S. Quantitative evaluation of extrudate swell from viscoelastic properties of polystyrene // Rheologica Acta. 1991. N 30. P. 540–548.
10. Kostic M. M., Reifschneider L. G. Design of Extrusion Dies // Encyclopedia of Chemical Processing. 2006. P. 633–649.
11. Baracos G., Mitsoulis E. Non-isothermal viscoelastic simulations of extrusion through dies and prediction of the bending phenomenon // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 1996. V. 62. P. 55–79.
12. Luo X. L., Tanner R. I. A singular finite element for Non-isothermal viscoelastic simulations of extrusion through dies // Rheologica Acta. 1987. V. 26. P. 499–507.

13. Шишлянников В. В. Решение задачи теплообмена с учетом анизотропии теплопроводности и диссипации энергии // Известия Волгоградского государственного технического университета : межвуз. сб. науч. ст. № 1 (154) (Серия «Реология, процессы и аппараты химической технологии ; вып. 8). 2015. С. 55–58.
14. Karibullina F. R., Garifoullin F. A., Tazioukov F. Kh. Non-Newtonian fluid film creeping due to thermocapillary force in transport phenomena in two-phase flow. ed. Ch. Boyadjiev. Varna, Bulgaria. Sept. 12–17. 1997. P. 20–21.
15. Spencer R. S., Dillon R. E. On the flow instabilities of a molten polymer. // Journal of Colloid Science. V.4. 1949. P. 241–253.
16. Bagley E. B., Schrieber H. P. Effect of die geometry on polymer melt fracture and extrudate distortion // Transactions of the Society of Rheology. V.5. 1961. P. 341–353.
17. Шен М. Вязкоупругие релаксации в полимерах. Москва : Мир, 1974. 270 с.
18. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. Пер. с англ. Москва : Химия, 1984. 632 с.
19. Han C. D., Kim K. U. The Flow of High Polymers. // Polymer Engineering & Science. V.11. 1971. P. 395–411.
20. Мак-Келви Д. М. Переработка полимеров. Москва : Химия, 1965. 442 с.
21. Manuel A. A., Fernando T. P., Paulo J. O. Study of steady pipe and channel flows of a single-mode Phan-Thien–Tanner fluid // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. V. 101. 2001. P. 55–76.
22. Виноградов Г. В., Малкин А. Я. Реология полимеров. Москва : Химия, 1997. 438 с.
23. Ким В. С. Теория и практика экструзии полимеров. Москва : Химия, КолосС. 2005. 568 с.

24. Басов Н. И., Казанков Ю. В., Любартович В. А. Расчет и конструирование оборудования для производства и переработки пластмасс. Москва : Химия, 1986. 488 с.
25. Фишер Е. Экструзия пластических масс. Москва : Химия, 1970. 288 с.
26. Фридман М. Л. Технология переработки кристаллических полиолефинов. Москва : Химия, 1977. 398 с.
27. Панов А. К., Апасов А. Р. Гидродинамика потоков аномально-вязких полимерных систем в формующих каналах. Уфа : Изд-во УГНТУ, 1994. 260 с.
28. Tanner R. I. A new inelastic theory of extrudate swell // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 1980. V.6. P. 289–302.
29. Han C. D., Drexler L. H. Studies of converging flows of viscoelastic polymer melts // Journal of Applied Polymer Science. V.17. 1973. P. 2329–2354.
30. Pinho F. T., Oliveira P. J. Axial annular flow of a nonlinear viscoelastic fluid an analytical solution // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. V. 93. 2000. P. 325–337.
31. Karapetsas G., Tsamopoulos J. Transient squeeze flow of viscoplastic materials // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. V. 133. 2006. P. 35–56.
32. White S. A., Gotsis A. D., Baird D. G. Review of the entry flow problem: experimental and numerical // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. V.24. 1987. P. 121–160.
33. Whipple B. A., Hill C. T. Velocity distribution in die swell // AIChE. V. 24. 1978. p. 664–679.
34. Michaeli W. Extrusion Dies for Plastics and Rubber Design and Engineering Computations: Third Edition. Hanser Gardner Publications, 2007. 472 p.
35. Радченко Л. Б. Переробка термопластів методом екструзії: Наук. посібник. Київ : ІЗМН, 1999. 220 с.
36. Сівецький В. І., Радченко Л. Б. Основи моделювання і конструювання черв'ячних екструдерів : монографія. Київ : ІВЦ „Видавництво «Політехніка»”, 2002. 152 с.

37. Мікульонок І. О. Обладнання і процеси переробки термопластичних матеріалів з використанням вторинної сировини : монографія. Київ : ІВЦ „Видавництво «Політехніка»”, 2009. 265 с.

38. Основи проектування одночерв'ячних екструдерів : навч. посіб. / І. О. Мікульонок, О. Л. Сокольський, В. І. Сівецький, Л. Б. Радченко. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 200 с.

39. Проектування формуючих пристроїв обладнання для переробки пластмас : навч. посіб. / О. Л. Сокольський, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок. Київ : НТУУ «КПІ», 2014. 148 с.

40. Торнер Р. В. Теоретические основы переработки полимеров (механика процессов). Москва : Химия, 1977. 464 с.

41. Раувендааль К. Экструзия полимеров. Санкт-Петербург : Профессия, 2008. 770 с.

42. Rauwendaal C. Polymer Extrusion. Munich : Carl Hanser Verlag GmbH, 2014. 950 p.

43. Сахаров О. С., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Моделювання процесів плавлення та гомогенізації полімерних композицій в черв'ячному устаткуванні : монографія. Київ : ВП «Едельвейс», 2012. 120 с.

44. Об особенностях течения резиновых смесей в цилиндрическом канале / О. М. Яхно, Л. А. Пищенко, Т. С. Степаненко, В. С. Кривошеев // Химическое машиностроение : респ. межвед. научн.-техн. сб. Киев : Техніка, 1978. Вып. 28. С. 25–29.

45. Tadmor Z., Gogos C. G. Principles of polymer processing. A John Wiley & Sons, Inc., 2006. 964 с.

46. Halmos A. L., Pearson J. R. A., Trottnow R. Melting in single screw extruders. Part 3: Solutions for a power law temperature-dependent viscous melt // Polymer. 1978. Vol. 19. №10. P. 1199–1216.

47. Mathematical modeling of melting of polymers in barrier screw extruders /B. Elbirli, J. T. Lindt, S. R. Gottgetreu, S. M. Baba // Polymer Engineering & Science. 1983. Vol. 23. № 2. P. 86–94.

48. Han C. D., Lee K. Y., Wheeler N. C. Plasticating single-screw extrusion of amorphous polymers: development of a mathematical model and comparison with experiment // *Polymer Engineering & Science*. 1996. Vol. 36. № 10. P. 1360–1376.

49. Chung C. I., Wang N. Conduction melting of polymer pellets // *Polymer Engineering & Science*. 1990. Vol. 30. № 19. P. 1200–1204.

50. Huang H. X., Peng Y. C. Theoretical modeling of dispersive melting mechanism of polymers in an extruder // *Adv. in polym. technol.* 1993. Vol. 12. №47. P. 343–352.

51. Chung C. I. *Extrusion of polymers: theory and practice*. Munich : Hanser, 2000. 369 p.

52. Potente H., Pape J. Dispersed solids melting model in single screw extrusion // *Plastics – the magical solution: Proc. of the 60th SPE Annual techn. conf.* May 5 – 9, 2002. San Francisco : 2002. Vol. 1. P. 380–384.

53. Liu T., Wong A. C., Zhu F. Prediction of screw length required for polymer melting and melting characteristics // *Intern. polym. process*. 2001. Vol. 16. №2. P. 113–123.

54. Первадчук В. П., Труфанова Н. М., Янков В. И. Математическая модель плавления полимерных материалов в экструдерах // *Хим. волокна*. 1984. № 3. С. 51–53.

55. Первадчук В. П., Труфанова П. М., Янков В. И. Математическая модель и численный анализ процессов теплообмена при плавлении полимеров в пластицирующих экструдерах // *Инж.–физ. журнал*. 1985. Т. 48, № 1. С. 75–80.

56. Kim W. S., Skatschkow W. W., Koschelew J. J. Mischprozesses in den schnecken kanalen von linsehneckenextrudern bei der herstellung von polymermischungen // *Plaste und Kautschuk*. 1972. Bd. 19. №2. S. 128-131.

57. Schenkel G. Entwurf und Betrieb von Kunststoff-Schneckenpressen auf Grund einer Qualitätstechnik // *Kunststoffe*. 1970. Bd. 60. № 1. S. 52-60.

58. Weressowa G. N., Bassow N. I., Kim W. S. Analytische Beschreibung des Mischprozesses in der Umwandlungszone von Einschneckenextrudern // *Plaste und Kautschuk*. 1975. Bd. 22. № 3. S. 261-264.

59. Мелешко В. В., Краснопольская Т. С. Смешивание вязких жидкостей // Нелинейная динамика. 2005. Т. 1. № 1. С. 69–109.
60. Mohr W. D., Saxton R. L., Jepson C. H. Mixing in Laminar – Flow System // Ind. Eng. Chem. 1957. V. 49. № 11. P. 1855–1856.
61. Ким В. С., Скачков В. В. Диспергирование и смешение в процессах производства и переработки пластмасс. Москва : Химия, 1988. 240 с.
62. Martin G. Industrie – Anzeiger // Ausgabe “Kunststoffe – Verarbeitung und Anwendung”. Verlag W. Girardet, Essen. 1971. № 12. P. 416–426.
63. Schenkel G. Entwurf und Betrieb von Kunststoff – Schneckenpressen auf Grund einer Qualitatstheorie // Kunststoffe. 1970. Bd. 60. № 1. P. 52–60.
64. Бернхардт Э. Переработка термопластичных материалов : Пер. с англ. Москва : Химия, 1962. 746 с.
65. Принципы создания композиционных полимерных материалов / А. А. Берлин, С. А. Вольфсон, В. Г. Ошмян, Н. С. Ениколопов Москва : Химия, 1990. 240 с.
66. Мелешко В. В., Краснопольская Т. С. Смешивание вязких жидкостей // Нелинейная динамика. 2005. Т. 1. № 1. С. 69–109.
67. Гуль В. Е., Кулезнев В. Н. Структура и механические свойства полимеров. Москва : Высшая школа, 1972. 230 с.
68. Наполнители для полимерных композиционных материалов: Справочное пособие : Пер. с англ. / Под ред. П.Г. Бабаевского. Москва : Химия, 1981. 736 с.
69. Барштейн Р. С., Кирилович В. И., Носовский Ю. Е. Пластификаторы для полимеров. Москва : Химия, 1982. 200 с.
70. Калинин Т. В., Доброневская С. Г., Аврутина Э. А. Окрашивание полимерных материалов. Ленинград : Химия, 1985. 183 с.
71. Жданов Ю. А. Исследование течения расплавов полимеров в каналах головок червячных машин: Автореф. дис. канд. техн. наук. Киев : 1969. 24 с.
72. Скачков В. В., Торнер Р. В., Стунгур Ю. В., Реутов С. В. Моделирование и оптимизация экструзии полимеров. Ленинград : Химия, 1984. 152 с.

73. Michaeli W. Extrusion dies for plastics and rubber: design and engineering computations. New York : Carl Hanser Verlag, 1992. 340 p.

74. Производство изделий из полимерных материалов: Учеб. пособие / В. К. Крыжановский, М. Л. Кербер, В. В. Бурлов, А. Д. Паниматченко. Санкт-Петербург : Профессия, 2004. 464 с.

75. Численные методы исследования течений вязкой жидкости: Пер. с англ. / А. Д. Госмен, В. М. Пан, А. К. Ранчел и др. Москва : Мир, 1982. 374 с.

76. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х томах: Т. 2: Пер. с англ. Москва : Мир, 1990. 392 с.

77. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 2: Пер. с англ. Москва : Мир, 1991. 552 с.

78. Роже Пейре, Томас Д. Тейлор. Вычислительные методы в задачах механики жидкости / Пер. с англ. и ред. Н. Е. Вольцингера, Л. В. Руховца, Б. Е. Шнеерова. Ленинград : Гидрометеиздат, 1986. 424 с.

79. Сідоров Д. Е., Сівецький В. І., Харченко О. М. Числове моделювання процесу течії полімера в каналах змішувача // Наукові вісті Нац. техн. ун-ту України «Київ. політехн. ін-т». 2000. № 1. С. 61–65.

80. Wu Ping-Yao, Huang Lee-May, Liu Ta-Jo. A simple model for heat transfer inside an extrusion die // Polymer Engineering & Science. 1995. Vol. 35. № 21. P. 1781–1784.

81. Chang Yun-Han, Wen Shu-Heng, Liu Ta-Jo. Experimental observation on entrance flow inside extrusion dies // Polymer Engineering & Science. 1996. Vol. 36. № 21. P. 2663–2675.

82. Синюк О. М. Удосконалення прес-форм для лиття деталей взуття / Автореф. дис. к. т. н. Київ : 2002. 20 с.

83. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. Москва : Мир, 1986. 318 с.

84. Киричевский В. В. Метод конечных элементов в механике эластомеров. Киев : Наукова думка, 2002. 655 с.

85. Zienkiewich O. C. The finite element method. New York : McGraw-Hill, 1977. 512 с.
86. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под общ. ред. А. С. Сахарова и И. Альтенбаха. Киев : Вища школа, 1982. 480 с.
87. Вайнберг Д. В., Киричевский В. В., Сахаров А. С. Уравнения метода конечных элементов в базисных криволинейных координатах // Сопротивление материалов и теория сооружений. 1972. Вып. 16. С. 125–129.
88. Gordon W. J., Hall S. A. Construction of curvilinear coordinate systems and application to mesh generation // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1973. V. 7. P. 461–477.
89. Вайнберг М. М. Вариационные методы исследования нелинейных операторов. Москва : Наука, 1964. 316 с.
90. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. Москва : Мир, 1987. 468 с.
91. Киричевский В. В., Сахаров А. С. Нелинейные задачи термомеханики конструкций из слабосжимаемых эластомеров. Київ : Будівельник, 1992. 216 с.
92. Сахаров О. С., Баженов В. А., Цыхановский В. К. Моментная схема метода конечных элементов в задачах нелинейной механики сплошной среды // Прикладная механика. 2002. Т. 38. №6. С. 24–63.
93. Yuan Sinh-Lun. A flow model for non-Newtonian liquids inside a slit die // Polymer Engineering & Science. 1995. Vol. 35. №7. P. 577–586.
94. Скульский О.И. Численное моделирование одночервячных экструдеров // Пластические массы. 1997. №8. С. 39–44.
95. Литвинов В. Г. Движение нелинейно-вязкой жидкости. Москва : Наука, 1982. 374 с.
96. Zhao J., Mascia L., Nassehi V. Simulation of the rheological behavior of polymer blends by finite element analysis // Advances in Polymer Technology. 1997. Vol. 16. № 3. P. 206–226.
97. Sander R., Pittmann J. Slit die extrusion from a thermal and mechanical perspective // Kautschuk Gummi Kunststoffe. 1995. Vol. 48. № 1. P. 17–21.

98. Розробка скінченноелементної математичної моделі руху неньютонівських слабостисливих та нестисливих рідин / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, В. Ю. Щербина // Наукові вісті НТУУ «КПІ». 2004. № 2. С. 56–65.

99. Пристинні ефекти в процесах переробки полімерних матеріалів / В. І. Сівецький, О. С. Сахаров, О. Л. Сокольський, Д. Д. Рябінін. Київ: НТУУ КПІ, 2009. 140 с.

100. Stokes Y. M., Carey G. F. On generalized penalty approaches for slip, free surface and related boundary conditions in viscous flow simulation // International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow. 2010. № 21. P. 668–702.

101. Potente H., Timmermann K., Kurte-Jardin M. Description of the pressure through input behavior of a single-screw plasticating unit in consideration of wall slippage effects for non-newtonian material and 1-D flow // International Polymer Processing Journal of the Polymer Processing Society. 2006. № 21. P. 272–281.

102. Ramamurthy A. Wall slip in viscous fluids and influence of materials of construction // Journal of Rheology. 1986. № 30. P. 337–350.

103. Joshi Y., Denn M. Planar contraction flow with a slip boundary condition // Journal of non-newtonian fluid mechanics. 2003. № 114. P. 185–195.

104. Boundary slip in newtonian liquids: a review of experimental studies / C. Neto, D. Evans, E. Bonaccorso and other // Reports on Progress in Physics. 2005. № 68. P. 28–59.

105. Pereira G. Effect of variable slip boundary conditions on flows of pressure driven non-newtonian fluids // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 2009. № 157. P. 197–206.

106. On the effect of the wall slip boundary conditon / L. L. Ferrás, J. M. Nóbrega, F. T. Pinho, O. S. Carneiro // Semana da Escola de Engenharia. 2011. № 24. P. 20–29.

107. Hydrodynamic slippage inferred from thin film drainage measurements in a solution of nonadsorbing polymer / R. Horn, O. Vinogradova, M. Mackay, N. Phan-Thien // *The Journal of Chemical Physics*. 2000. № 112. P. 64–88.
108. Inn Y., Wang S. Hydrodynamic slip: Polymer adsorption and desorption at melt/solid interfaces // *Physical review letters*. 1996. № 76. P. 467–470.
109. Barrat J., Bocquet L. Large slip effect at a nonwetting fluid-solid interface // *Physical Review Letters*. 1999. № 82. P. 4671–4674.
110. Пристінні ефекти в процесах течії полімерів у каналах переробного обладнання: монографія / І. І. Івіцький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок. Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2016. 136 с.
111. Munstedt H., Schmidt M., Wassner E. Stick and slip phenomena during extrusion of polyethylene melts as investigated by laser-Doppler velocimetry // *Journal of Rheology*. 2000. V. 44. P. 413–427.
112. Denn M. M. Extrusion instabilities and wall slip // *Fluid Mechanic*. 2001. № 33. P. 265–287.
113. Ferrás L. L., Nóbrega J. M., Pinho F. T. Analytical solutions for Newtonian and inelastic non-Newtonian flows with wall slip // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2012. № 175. P. 76–88.
114. Ferrás L. L. Theoretical and Numerical Studies of Slip Flows. Minho : Universidade do Minho, 2012. 308 p.
115. Жданов Ю. А., Дубовицкий В. Ф. Пристенные эффекты при течении полиэтилена в цилиндрических каналах // *Химическое машиностроение*, вып. 9. Киев : Техника, 1960. С. 21–27.
116. Жданов Ю. А., Дубовицкий В. Ф. Исследование профиля скоростей при течении расплава полимера в цилиндрических каналах // *Химическое машиностроение*, вып. 8. Киев : Техника, 1968. С. 42–47.
117. Рябинин Д. Д., Жданов Ю. А., Лотоцкий Ю. В. Особенности течения расплава ударопочного полистирола в формующих каналах // *Химическая технология*, 1978. № 4. С. 43–47.

118. Малкин А. Я. Современное состояние реологии полимеров: достижения и проблемы / Высокомол. соединения, 2009. Т. 51. С.106–136.

119. Сівецький В. І., Рябінін Д. Д., Сокольський О. Л., Кубрак Р. С. Пошук кривих течії поліетилену високої густини, неінваріантних відносно гідравлічного радіусу каналу // Збірник доповідей науково-практичної конференції «Ресурсоенергоєфективні процеси, технології та обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів». Київ : Січка, 2012. С. 95–97.

120. Wall slip of HDPEs: Molecular weight and molecular weight distribution effects / M. Ansari, W. Yong, M. Ashish and other // Journal of Rheology, 2013. № 57. P. 927–948.

121. Визначення ефективної в'язкості удароміцного полістиролу / А. М. Харус, В. І. Сівецький, Д. Д. Рябінін, О. Л. Сокольський // Збірник доповідей науково-практичної конференції «Ресурсоенергосберігаючі процеси, технології та обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів». Київ : Січка, 2010. С. 60–61.

122. Вплив температури розплаву поліетилену низької густини на величини гідравлічних радіусів прямокутних каналів / В. І. Сівецький, Д. Д. Рябінін, О. Л. Сокольський О. С. Резаненко // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження, 2010. №2. С. 51–54.

123. Пошук кривої течії поліетилену низької густини для каналу 4мм х 32мм / В. І. Сівецький, Д. Д. Рябінін, О. Л. Сокольський та ін. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий, 2011. № 4/5 (52). С. 21–23.

124. Жданов Ю. А., Иванова Л. А., Рябинин Д. Д. Метод определения скорости скольжения и истинной кривой течения полимеров по неинвариантным реологическим характеристикам // Химическое машиностроение, вып. 18. Киев : Техника, 1973. С. 50–57.

125. Определение коэффициента трения при течении неньютоновских жидкостей в круглых цилиндрических каналах / О. М. Яхно, Д. Д. Рябинин,

Н. П. Тонконог, А. М. Головки // сб. «Гидромеханика». Киев : Наукова думка», 1985. № 51. С. 55–61.

126. Кривко С. А., Беспалов А. А., Рябінін Д. Д. Про визначення реологічних характеристик поліетилену високої густини з урахуванням пристінних ефектів // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». 2009. № 55. С. 181–185.

127. Сівецький В. І., Сокольський О. Л., Рябінін Д. Д. Вплив ефективного ковзання на параметри потоку неньютонівської рідини // Збірник праць Х-ї наук.-техн. конф. «Промислова гідравліка і пневматика». Вип.5 (23). Львів : 2009. С. 46–51.

128. Wall slip and shear stresses of polymer melts at high shear rates without pressure and viscous heating effects / K. Awati, Y. Park, E. Weisser, M. Mackay // Journal of non-newtonian fluid mechanics. 2000. № 89. P. 117–131.

129. Navier C. L. Memoire sur les lois du mouvement des fluids // Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France. 1827. № 6. P. 389–440.

130. Le Roux C., Tani A. Steady solutions of the Navier-Stokes equations with threshold slip boundary conditions // Mathematical Methods in the Applied Sciences. 2007. № 30. P. 595–624.

131. Matthews M. T., Hill J. M. Newtonian flow with nonlinear Navier boundary condition // Acta Mechanica. 2007. № 191. P. 195–217.

132. John V. Slip with friction and penetration with resistance boundary conditions for the navier-stokes equations: numerical tests and aspects of the implementation // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2002. № 147. P. 287–300.

133. Exact solutions for flows of an Oldroyd 8-constant fluid with nonlinear slip conditions / R.Ellahi, T. Hayat, F. M. Mahomed, A. Zeeshan // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2009. № 15. P. 322–330.

134. Schowalter W. R. The behavior of complex fluids at solid boundaries // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 1988. № 29. P. 25–36.

135. Hatzikiriakos S. G. A slip model for linear polymers based on adhesive failure // *International Polymer Processing*. 1993. № 8. P. 135–142.
136. Hatzikiriakos S. G. Wall Slip of Molten Polymers // *Progress in Polymer Science*. 2012. № 37. P. 624–643.
137. ANSYS Polyflow User's Guide. Canonsburg : ANSYS, Inc., 2013. 790 p.
138. Яхно О. М. Гідравліка неньютонівських рідин : навч. посіб. Київ : Вища школа, 1995. 199 с.
139. Xue S. C., Phan-Thien N., Tanner R. I. Three dimensional numerical simulations of viscoelastic flows through planar contractions // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1998. V. 74. P. 129–245.
140. Tanner R. I. Phan-Thien N., Huang X. Two and three-dimensional finite volume methods for flows of viscoelastic fluids. Seville, Spain. : Proc. 4th Eur. Cong. Rheology. 1994. P. 362–364.
141. Baracos G., Mitsoulis E. Non-isothermal viscoelastic simulations of extrusion through dies and prediction of the bending phenomenon // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 1996. V. 62. P. 55–79.
142. Bird R. B., Armstrong R. S., Hassager O. Dynamics of polymer liquids // *Fluid mechanics*. 1987. V. 1. P. 649–654.
143. Kostic M. M., Reifschneider L. G. Design of Extrusion Dies // *Encyclopedia of Chemical Processing*. 2006. P. 633–649.
144. Кузьяев И. М., Свидерский В. А., Петухов А. Д. Моделирование экструзии и экструдеров при переработке полимеров: монография. Киев : Политехника, 2016. 412 с.
145. Шишлянников В. В., Аристова Ю. В. К вопросу оптимального теплового процесса при переработке полимеров // *Известия Волгоградского государственного технического университета : межвуз. сб. науч. ст. № 1 (154) (Серия «Реология, процессы и аппараты химической технологии ; вып. 8)*. 2015. С. 52–54.

146. Talay Akyildiz F., Bellout H. Viscoelastic lubrication with Phan-Tien–Tanner fluid (PTT) // ASME Journal of Tribology. 2004. V. 126 (2). P. 288–291.
147. Cruz D. O. A., Pinho, F. T. Analysis of isothermal flow of a Phan-Thien–Tanner fluid in a simplified model of a single-screw extruder // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 2012. V. 167-168. P. 95–105.
148. Modeling and simulation of three-dimensional planar contraction flow of viscoelastic fluids with PTT, Giesekus and FENE-P constitutive models / Yue Mua, Guoqun Zhao, Xianghong Wua, Jiqiang Zhai // Applied Mathematics and Computation. 2012. V. 218. P. 8429–8443.
149. McLeish T. C., Larson R. C. Molecular constitutive equations for a class of branched polymers. The pom-pom polymer // Journal of Rheology. 1998. V. 42 (1). P. 82–112.
150. Clemeur N., Rutgers R., Debbaut B. On the evaluation of some differential formulations for the pom-pom constitutive model // Rheologica Acta. 2003. V.42 (1). P. 217–231.
151. Leonov A. I., Prokunin A. N. // Nonlinear Phenomena in Flows of Viscoelastic Polymer Fluids. London : Chapman and Hall, 1994. 475 p.
152. Shiojima T., Shimazaki Y. Three-dimensional finite element method for extrudate swells of a Maxwell fluid // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 1990. № 34. P. 269–288.
153. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Москва : Наука, т.1, 1970. 492 с.
154. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Москва : Наука, т.2, 1970. 568 с.
155. Моделювання задач гідропружності в процесах формування полімерних виробів : монографія / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок. Київ : НТУУ "КПІ", 2009. 106 с.
156. Особливості реологічної поведінки полімерів / В. І. Сівецький, Д. Д. Рябінін, О. Л. Сокольський та ін. // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2010. №1. С. 17-20.

157. Пахаренко В. А., Привалко В. П., Петрушенко Е. Ф. и др. Теплофизические и реологические характеристики полимеров : Справочник / Под ред. Ю. С. Липатова. Киев : Наукова думка, 1977. 244 с.

158. Ivitskiy I. I., Sokolskii A. L., Mikulionok I. O. Influence of a lubricant on the flow parameters of a molten polymeric material in channels of forming devices // Chemical and Petroleum Engineering. May 2017. Vol. 53. Nos. 1–2. P. 84–88. DOI 10.1007/s10556-017-0299-5.

159. Числове моделювання впливу пристінного шару на процес течії полімеру в переробному обладнанні / О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонюк // Хімічна промисловість України. 2013. № 6 (119). С. 34–37.

160. Визначення в'язкості пристінного шару у формуючих каналах обладнання для переробки полімерів / О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонюк // Наукові вісті НТУУ «КПІ». 2014. № 2. С. 66–69.

161. Gramann P.J. Evaluating mixing of polymers in complex systems using the boundary integral method. Ph.D. thesis. 1995. University of Wisconsin-Madison. 168 p.

162. Patent U.S. 3006029. МПК B29C 48/59. Extruder mixing screw / Saxton R.L. № 773746. Application date 13.11.1958. Publication date 31.10.1961.

163. Patent U.S. 3486192. МПК B29C 48/56. Apparatus for extrusion of thermoplastics / LeRoy G. № 625706 U.S. Application date 24.03.1967. Publication date 20.12.1969.

164. Rauwendaal C. J. Understanding Extrusion. Munich : Hanser, 1998. 264 p.

165. Patent U.S. 6136246. МПК B29C 47/64. Screw extruder with improved dispersive mixing elements / Rauwendaal C. J., Gramann P. J., Davis B. A., Osswald T. A. № 09/241822. Application date 1.02.1999. Publication date 24.10.2000.

166. Patent U.S. 5932159. МПК В29С 47/58. Screw extruder with improved dispersive mixing / Rauwendaal C. J. № 08/966,272. Application date 7.11.1997. Publication date 3.08.1999.

167. Сивецкий В. И. Исследование процессов диспергирующего смешения термопластичных композиций на дисковом экструдере : Автореф. дисс. канд... техн. наук. 05.17.06. Москва : НИИПМ, 1979. 24 с.

168. Пахаренко В. А., Зверлин В. Г., Кириенко Е. М. Наполненные термопласты. Киев : Техніка, 1986. 182 с.

169. Об особенностях течения резиновых смесей в цилиндрическом канале / О. М. Яхно, Л. А. Пищенко, Т. С. Степаненко, В. С. Кривошеев // «Химическое машиностроение». 1978. вып 28. С 25–29.

170. Polymer-Chemie GmbH. url : <http://www.polymer-chemie.de/produkte-anwendungen/hart-pvc-granulate> (дата звернення 30.03.2019).

171. Сокольський О. Л., Романченко М. А., Коваленко К. Г. Дослідження ефекту розбухання при екструзійному формуванні полімерних профілів // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Нові рішення в сучасних технологіях. 2013. № 26 (999). С. 84-88.

172. Коваленко К. Г., Сивецкий В. И., Сокольский А. Л. Проектирование экструзионного формующего инструмента для пластикового профиля с помощью программы AnsysPolyflow // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 10. С. 25-27.

173. Design of an Extrusion Die for Plastic Profiles / K. G. Kovalenko, V. I. Sivetskii, A. L. Sokol'skii et al. // Chemical and Petroleum Engineering. January 2014. Vol. 49, Issue 9. P. 675–678.

174. Методика розв'язання зворотної задачі екструзійного формування термопластів / К. Г. Коваленко, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонюк // Обработка материалов давлением: Сборник научных трудов. 2013. № 4(37). с. 177-183.

175. Моделирование процесса течения расплава полимера при выходе из формующего инструмента экструдера / К. Г. Коваленко, А. Е. Колосов, В. И.

Сивецкий и др. // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 12. С. 15-19.

176. Modeling Polymer Melt Flow at the Outlet from an Extruder Molding Tool / K. G. Kovalenko, A. E. Kolosov, V. I. Sivetskii et al. // Chemical and Petroleum Engineering. March 2014. Vol. 49, Issue 11. P. 792–797.

177. Al-Baali M. Descent Property and Global Convergence of the Fletcher-Reeves Method with Inexact Line Search // Journal of Numerical Analysis. 1985. Vol. 5. p. 121 – 124.

178. Realization of the reverse problem of geometrical modeling in designing of die heads for the production of polymer products / A. L. Sokolskii, K. G. Kovalenko, V. I. Sivetskii, E. P. Kolosova // Voprosy khimii i khimicheskoi tekhnologii. 2018. No. 2. pp. 109-114.

179. Выявление и устранение проблем экструзии / К. Раувендааль, М. Пилар, Е. Норьега, Х. Харрис ; пер. с англ. под ред. В. П. Володина. Санкт-Петербург : Профессия, 2008. 328 с.

180. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии / К. Ф. Павлов, П. Г. Романков, А. А. Носков. Ленинград : Химия, 1987. 576 с.

181. Исследование двустороннего охлаждения экструдруемых гладких полимерных труб. Часть 1. Охлаждение труб малого диаметра / В. Т. Вознюк, И. О. Микуленок // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2012. № 11. С. 39–42.

182. Исследование двустороннего охлаждения экструдруемых гладких полимерных труб. Часть 2. Охлаждение труб большого диаметра / В. Т. Вознюк, И. О. Микуленок // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2012. № 12. С. 37–39.

183. Калинин Э. Л., Саковцева М. Б. Свойства и переработка термопластов : Справочное пособие. Ленинград : Химия, 1983. 288 с.

184. Переработка пластмасс: Справочное пособие / Под ред. В. А. Брагинского Ленинград : Химия, 1985. 296 с.

185. Готовко Н., Швабауер В. Анализ работы современного одношнекового экструдера // Полимерные трубы. 2008. №4(9). С. 33-36.
186. Остаточные напряжения, обусловленные кристаллизацией расплава полимера / А. Я. Малкин, В. П. Бегишев, И. Н. Шардаков и др. // Высокомолекулярные соединения. 1987. Том (А) XXIX. № 9. С. 1992–1998.
187. Зиннатуллина Р. Р., Труфанова Н. М. Численное моделирование технических напряжений при изготовлении пластмассовой изоляции провода // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2. № 1. С. 38–53.
188. Моделювання охолодження проводів і кабелів / Л. Г. Воронін, І. О. Мікульонок, Л. Б. Радченко, Л. І. Ружинська // Наукові вісті НТУУ «КПІ». 2005. № 6. С.32–39.
189. Микулёнок И. О. Комбинированное водно-воздушное охлаждение электрических проводов во время их изготовления методом экструзии // Пластические массы. 2012. № 10. С.51–54.
190. Охлаждение полимерных труб в процессе их производства методом экструзии / В. Т. Бисеров, И. В. Гвоздев, М. И. Гориловский, В. А. Швабауэр // Полимерные трубы. 2008. № 1. С. 18–20.
191. Мікульонок І. О. Моделирование процессов термической обработки непрерывно формуемых изделий // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2010. №2(10). С. 16–20.
192. Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Соколенко В. В. Інтенсифікація охолодження накладеної на жили кабельних виробів полімерної або гумової ізоляції // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2014. № 2 (13). С. 28–36.
193. Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Соколенко В. В. Полімерна ізоляція кабельних виробів. Напрями забезпечення якості // Хімічна промисловість України. 2015. № 2(127). С. 7–15.
194. Вознюк В. Т., Микуленок И. О. Исследование двустороннего охлаждения экструдированных гладких полимерных труб. Часть 1. Охлаждение труб

малого диаметра // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2012. № 11. С. 39–42.

195. Вознюк В. Т., Микуленок И. О. Исследование двустороннего охлаждения экструдированных гладких полимерных труб. Часть 2. Охлаждение труб большого диаметра // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2012. № 12. С. 37–39.

196. Вознюк В. Т., Мікульонок І. О. Інтенсифікація процесу виготовлення екструдованих полімерних труб: моногр. Київ : НТУУ «КПІ», 2012. 144с.

197. Крутась І. О., Мікульонок І. О. Дослідження термомеханічного стану охолоджуваних полімерних труб // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2013. №1(11). С. 35–41.

198. Основы научных исследований: Учеб. Для техн. Вузов / В. И. Крутов, И. М. Грушко, В. В. Попов и др. Под ред. В. И. Крутова, В. В. Попова. Москва : Высшая школа, 1989. 400 с.

199. Кафаров В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / Москва : Химия, 1971. 496 с.

200. Адлер Ю. П., Макаров Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. 2-е изд. доп., перераб. Москва : Химия, 1976. 280 с.

201. Ахназарова С. Л., Кафаров В. В. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии: Учеб. Пособие. 2-е изд. доп., перераб. Москва : Высшая школа, 1985. 327 с.

202. Guillet Seriai M. Quantitative evaluation of extrudate swell from viscoelastic properties of polysterene // Rheological Acta. 1991. N 30. P. 540-548.

203. Патент № 107473 Україна, МПК (2006.01) G01N 19/02. Установка для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя кускового або сипучого матеріалу / Сокольський О. Л., Мікульонок І. О., Швачко Д. Г., Витвицький В. М. – u201511736, заявл. 27.11.2015; опубл. 10.06.2016, Бюл. № 11.

204. Патент № 124170 Україна, МПК (2006.01) G01N 19/02. Пристрій для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя сипкого матеріалу /

Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Витвицький В. М., Швачко Д. Г. – u201710073, заявл. 18.10.2017; опубл. 26.03.2018, Бюл. № 6.

205. Патент № 93215 Україна, МПК В29С 47/38. Змішувальна секція черв'ячного екструдера / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л. – u№ 201403163; заявл. 28.03.2014, опубл. 25.09.2014, Бюл. №18.

206. Патент № 102908 Україна, МПК (2006.01) В29С 47/60. Черв'як екструдера / Сокольський О. Л., Мікульонок І. О., Івіцький І. І. – u201504969, заявл. 21.05.2015; опубл. 25.11.2015, Бюл. № 22.

207. Порівняльний аналіз ефективності стабілізації тиску із застосуванням регульованого і нерегульованого електропривода екструдера / О. М. Халімовський О. Л. Сокольський, В. І. Сівецький та ін. // Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2016. № 2. С. 80–83.

208. Патент № 31538 Україна, МПК В29С 47/14. Плоскощілинна екструзійна головка / Сівецький В.І., Сокольський О. Л., Півненко С.В. – u№ 200714324; заявл. 19.12.2007, опубл. 10.04.08, Бюл. №7.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Список опублікованих праць за темою дисертації

3. Сівецький В. І., Сідоров Д. Е., Сокольський О. Л. Комп'ютерне моделювання та проектування екструзійного полімерного устаткування : монографія. Київ : НТУУ "КПІ", 2006. 174 с.
4. Моделювання задач гідропружності в процесах формування полімерних виробів : монографія / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок. Київ : НТУУ "КПІ", 2009. 106 с.
3. Пристінні ефекти в процесах переробки полімерних матеріалів : монографія / В. І. Сівецький, О. С. Сахаров, О. Л. Сокольський, Д. Д. Рябінін. Київ : НТУУ КПІ, 2009. 140 с.
4. Сахаров О. С., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Моделювання процесів плавлення та гомогенізації полімерних композицій в черв'ячному устаткуванні : монографія. Київ : ВП «Едельвейс», 2012. 120 с.
5. Пристінні ефекти в процесах течії полімерів у каналах переробного обладнання : монографія / І. І. Івіцький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок. Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2016. 136 с.
6. Коваленко К. Г., Сокольський О. Л., Сівецький В. І. Екструзійне формування полімерних погонажних виробів з урахуванням в'язкопружних властивостей : монографія. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 108 с.
7. Sokolskiy O. L., Ivitskiy I. I. Analysis of approaches to simulation of mixing processes in equipment for polymer processing // General and complex problems of technical sciences: experience of EU countries and implementation in the practice of Ukraine : Collective monograph. Riga : Izdevnieciba "Baltija Publishing", 2019. P. 264–282.
8. Modeling the mixing of polymeric composites in an extrusion drum mixer / A. S. Sakharov, A. E. Kolosov, A. L. Sokolskii, V. I. Sivetskii // Chemical and Petroleum Engineering. March 2012. Volume 47. No. 11–12. P. 799–805. DOI: 10.1007/s10556-012-9553-z (Іноземне видання, входить до наукометричних баз

Scopus, Chemical Abstracts).

9. Modeling of Polymer Melting Processes in Screw Extruder Channels / A. S. Sakharov, A. E. Kolosov, A. L. Sokolskii, V. I. Sivetskii // Chemical and Petroleum Engineering. September 2013. Vol. 49. Issue 5–6. P. 357–363. DOI: 10.1007/s10556-013-9755-z (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

10. Design of an Extrusion Die for Plastic Profiles / K. G. Kovalenko, V. I. Sivetskii, A. L. Sokol'skii // Chemical and Petroleum Engineering. January 2014. Vol. 49. Issue 9. P. 675–678. DOI: 10.1007/s10556-014-9817-x. (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

11. Modelling of polymer melting in screw extruder channels / M. S. Kushnir, V. I. Sivetskii, A. L. Sokol'skii, K. G. Kovalenko // Chemical and Petroleum Engineering. 2014. Vol. 49, Issue 11. P. 742–747. DOI: 10.1007/s10556-014-9828-7. (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

12. Improvement of the technology of thermal gluing by a melt of polymer additive material / O. L. Sokolskyi, A. Ya. Karvatskii, I. O. Mikulionok, Yu. Yu. Herasimenko // Voprosy khimii i khimicheskoi tekhnologii. 2018. N. 5. P. 154–160. (Входить до наукометричної бази Scopus).

13. Ivitskiy I. I., Sokolskii A. L., Mikulionok I. O. Influence of a lubricant on the flow parameters of a molten polymeric material in channels of forming devices // Chemical and Petroleum Engineering. May 2017. Vol. 53. N. 1–2. P. 84–88. DOI 10.1007/s10556-017-0299-5. (Іноземне видання, входить до наукометричних баз Scopus, Chemical Abstracts).

14. Realization of the reverse problem of geometrical modeling in designing of die heads for the production of polymer products / A. L. Sokolskii, K. G. Kovalenko, V. I. Sivetskii, E. P. Kolosova // Voprosy khimii i khimicheskoi tekhnologii. 2018. N 2. P. 109–114. (Входить до наукометричної бази Scopus).

15. Pressure and temperature influence on the friction coefficient of granular polymeric materials on the metal surfaces / V. Vytvytskyi, I. Mikulionok, O. Sokolskyi, O. Gavva // Ukrainian Food Journal. 2017. Vol. 6. Issue 3. P. 543–552.

(Входить до наукометричної бази Web of Science).

16. Sakharov A. S., Sivetskii V. I., Sokolskii A. L. Extrusion molding of polymers with allowance for near-wall slip // Chemical and Petroleum Engineering. July 2011. Vol. 47. N. 3–4. P. 231–237 (Іноземне видання).

17. Сахаров О. С., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Дискретні математичні моделі для розрахунку пружнов'язкопластичних середовищ із змінною стисливістю при термосилових навантаженнях // Наукові вісті КПП. 2008. № 6. С. 74–82.

18. Чисельне моделювання течії в'язкопластичних середовищ з урахуванням пружності конструктивних елементів обладнання / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, В. Ю. Щербина // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Машинобудування». 2009. № 55. С. 71–82.

19. Моделирование процесса смешения полимерных композиций в экструзионном смесителе барьерного типа / А. С. Сахаров, А. Е. Колосов, А. Л. Сокольский, В. И. Сивецкий // Химическое и нефтегазовое машиностроение (Москва). 2011. № 12. С.3–7. (Іноземне видання).

20. Моделювання плавлення полімеру в каналі черв'ячного екструдера / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, І. І. Івіцький, В. О. Олексішен // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». № 1. 2012. С.60–63.

21. Математичне моделювання процесу змішування в коаксіальному зазорі / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, С. В. Бех // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2012. № 2/5 (56). С. 47–50.

22. Модели процессов плавления полимеров в каналах червячных машин / А. С. Сахаров, А. Е. Колосов, В. И. Сивецкий, А. Л. Сокольский // Химическое и нефтяное машиностроение (Москва). 2013. № 6. С. 3–7. (Іноземне видання).

23. Моделювання гідродинаміки та гомогенізації полімерних композицій в динамічному змішувачі екструдера / В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, О. В. Рослов // Вісник Національного технічного університету

«Харківський політехнічний інститут». Серія «Нові рішення в сучасних технологіях». 2013. № 26 (999). С. 88–92.

24. Числове моделювання впливу пристінного шару на процес течії полімеру в переробному обладнанні / О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок // Хімічна промисловість України. 2013. № 6 (119). С. 34–37.

25. Методика розв'язання оберненої задачі екструзійного формування термопластів / К. Г. Коваленко, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок // Обработка материалов давлением: Сборник научных трудов. 2013. № 4 (37). С. 177–183.

26. Коваленко К. Г., Сивецкий В. И., Сокольский А. Л. Проектирование экструзионного формующего инструмента для пластикового профиля // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 10. С. 25–27. (Іноземне видання).

27. Моделирование процесса течения расплава полимера при выходе из формующего инструмента экструдера / К. Г. Коваленко, А. Е. Колосов, В. И. Сивецкий, А. Л. Сокольский // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 12. С. 15–19. (Іноземне видання).

28. Моделирование процесса плавления полимеров в каналах червячных экструдеров / М. С. Кушнир, В. И. Сивецкий, А. Л. Сокольский, К. Г. Коваленко // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2013. № 11. С. 29–33. (Іноземне видання).

29. Сокольський О. Л. Вплив конструктивних і технологічних параметрів процесу формування термопластів на якість екструдованої продукції // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2014. № 1. С. 40–44.

30. Дослідження реологічних властивостей полімерних матеріалів у каналах екструзійної головки / К. Г. Коваленко, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок // Хімічна промисловість України. 2014. № 3. С. 54–58.

31. Визначення в'язкості пристінного шару у формуючих каналах обладнання для переробки полімерів / О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок // Наукові вісті КПП. 2014. № 2. С. 66–69.

32. Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Соколенко В. В. Інтенсифікація

охолодження накладеної на жили кабельних виробів полімерної або гумової ізоляції // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2014. № 2 (13). С. 28–36.

33. Дослідження термомеханічного стану охолоджуваних полімерних труб / І. О. Крутась, І. О. Мікульонок, А. Д. Петухов, О. Л. Сокольський // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2013. № 1 (11). с. 35–40.

34. Порівняльний аналіз ефективності стабілізації тиску із застосуванням регульованого і нерегульованого електропривода екструдера / О. М. Халімовський, О. Л. Сокольський, В. І. Сівецький, І. О. Мікульонок, А. А. Ніколаєв // Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2016. № 2. С. 80–83.

35. Івіцький І. І., Сокольський О. Л. Експериментальні дослідження процесу плавлення полімеру // Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки. Том 29 (68). № 3. 2018. С. 14–19.

36. Сахаров О. С., Сівецький В. І., Сокольський О. Л. Розроблення скінченноелементної математичної моделі пружнов'язкопластичних середовищ із змінною стисливістю при термосилових навантаженнях. // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія «Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження». 2008. № 2. С. 16–27.

37. Формування полімерних матеріалів. Дослідження впливу геометричних параметрів каналів обладнання на величину пристінних ефектів / І.І. Івіцький, О.Л. Сокольський, І.О. Мікульонок, В.І. Сівецький // Хімічна промисловість України. 2015. № 4. С. 41–44.

38. Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Витвицький В. М. Гранульовані полімерні матеріали. Експериментальне дослідження коефіцієнта тертя по металевій поверхні // Хімічна промисловість України. 2016. № 2. С. 41–44.

39. Патент № 31538 Україна, МПК В29С 47/14. Плоскощільнна екструзійна головка / Сівецький В. І., Сокольський О. Л., Півненко С. В. – u№ 200714324; заявл. 19.12.2007, опубл. 10.04.08, Бюл. №7.

40. Патент № 82157 Україна, МПК В29С 47/14. Головка екструзійна / Сівецький В. І., Рослов О. В., Сокольський О. Л., Коваленко К. Г., Івіцький І. І. – u№ 201300518; заявл. 15.01.2013; опубл. 25.07.2013, Бюл. № 14.

41. Патент № 82205 Україна, МПК В29С 47/14. Головка екструзійна / Сівецький В. І., Рослов О. В., Сокольський О. Л., Коваленко К. Г., Івіцький І. І. – u№ 201300518; заявл. 15.01.2013; опубл. 25.07.2013, Бюл. № 14.

42. Патент № 93215 Україна, МПК В29С 47/38. Змішувальна секція черв'ячного екструдера / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л. – u№ 201403163; заявл. 28.03.2014, опубл. 25.09.2014, Бюл. №18.

43. Патент № 93385 Україна, МПК В29И 17/00. Черв'як екструдера / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Федченко Є. О. – u№ 201404917; заявл. 08.05.2014, опубл. 25.09.2014, Бюл. №18.

44. Патент № 102908 Україна, МПК (2006.01) В29С 47/60. Черв'як екструдера / Сокольський О. Л., Мікульонок І. О., Івіцький І. І. – u201504969, заявл. 21.05.2015; опубл. 25.11.2015, Бюл. № 22.

45. Патент № 101451 Україна, МПК (2006.01) Н01В 13/14. Спосіб виготовлення кабельного виробу / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Соколенко В. В. – u201503098, заявл. 03.04.2015; опубл. 10.09.2015, Бюл. № 17.

46. Патент № 107473 Україна, МПК (2006.01) G01N 19/02. Установка для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя кускового або сипучого матеріалу / Сокольський О. Л., Мікульонок І. О., Швачко Д. Г., Витвицький В. М. – u201511736, заявл. 27.11.2015; опубл. 10.06.2016, Бюл. № 11.

47. Патент № 124170 Україна, МПК (2006.01) G01N 19/02. Пристрій для визначення величини коефіцієнта зовнішнього тертя сипкого матеріалу / Мікульонок І. О., Сокольський О. Л., Витвицький В. М., Швачко Д. Г. – u201710073, заявл. 18.10.2017; опубл. 26.03.2018, Бюл. № 6.

48. Порівняльне дослідження рівнянь стану для поліетилену марки 20806-010 / М. С. Кушнір, О. Л. Сокольський, С. О. Борщик, О. В. Соловей // Збірник доповідей науково-практичної конференції студентів, аспірантів та науковців. Київ : Січка, 2011. С. 94–96.

49. Математичне моделювання процесу змішування в коаксіальному зазорі / С. В. Бех, М. С. Кушнір, О. Л. Сокольський, О. С. Сахаров, В. І. Сівецький. Математичне моделювання процесу змішування в коаксіальному зазорі // Збірка матеріалів VI Міжнародної науково-технічної WEB-конференції «Композиційні матеріали». Київ : 2012. С. 158–159.

50. Математичне моделювання процесу плавлення полімеру в каналі черв'ячного екструдера / О. С. Сахаров, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, М. С. Кушнір, В. О. Олексішен, І. І. Івіцький. Математичне моделювання процесу плавлення полімеру в каналі черв'ячного екструдера // Збірник доповідей науково-практичної конференції студентів, аспірантів та науковців «Ресурсоенергоефективні процеси, технології та обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів». Київ : Січкап, 2012. С. 25–28.

51. Численное моделирование влияния пристенного слоя на процесс течения полимера в перерабатывающем оборудовании / В. І. Сівецький, І. О. Мікульонюк, О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький. // Materiały IX międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «Perspektywiczne opracowania są nauką i technikami-2013», Vol. 31. Przemysł : Nauka i studia, 2013. P. 26–28.

52. Моделювання течії розплаву полімеру на виході з формуючого інструмента екструдера / К. Г. Коваленко, В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський // Наук.-практ. конф.: Ресурсоенергоефективні процеси, технології та обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів: Зб. доп. – Київ : Січкап, 2013. С. 51–52.

53. Sokolskyi A. L., Ivitskyi I. I. Method of Accounting Wall Slip Polymer in Modeling Channel Processing Equipment // Modern Scientific Research and their Practical application. 2014. N 21410. P. 137–140.

54. Методика визначення наявності та природи пристінних ефектів при течії полімерних матеріалів / В. І. Сівецький, О. Л. Сокольський, І. І. Івіцький, В. М. Куриленко // Збірник доповідей всеукраїнської науково-практичної конференції «Ефективні процеси та обладнання хімічних виробництв та пакувальної техніки». Київ : НТУУ «КПІ», 2015. С. 51–52.

55. Микулёнок И. О., Сокольский А. Л., Соколенко В. В. Обобщённый подход к математическому моделированию непрерывных процессов переработки термопластов // Materials of the XI International scientific and practical conference «Modern scientific potential – 2015», 28.02.15–07.03.2015. Vol. 33. «Physics. Chemistry and chemical technology». Great Britain, Sheffield : Science and education LTD. P. 52–55.

56. Івіцький І. І., Сокольський О. Л., Мікульонок І. О. Комп'ютерне моделювання течії розплаву полімерних матеріалів у програмному комплексі ANSYS POLYFLOW // Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем : матеріали І Всеукраїнської науково-технічної конференції (м. Дніпропетровськ, 3–5 листопада 2015 р.). Дніпропетровськ : ДНВЗ УДХТУ, 2015. С. 79–81.

57. Витвицький В. М., Сокольський О. Л., Мікульонок І. О. Вплив навантаження та температури на коефіцієнт тертя деяких полімерів по металу // XI Всеукраїнська студентська науково-практична конференція з питань пакувальної індустрії, 8.11.2016 р. Тези доповідей: додаток до журналу «Упаковка». Київ : НУХТ, 2016. С. 20–23.

58. Івіцький І. І., Сокольський О. Л., Мікульонок І. О. Методика проведення числових досліджень концентрації розплаву полімеру під час плавлення у каналі шнека екструдера // Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем : матеріали IV Міжнародної науково-технічної конференції (м. Дніпро, ДНВЗ УДХТУ, 1–2 листопада 2018 р.). Дніпро : Баланс-клуб, 2018. С. 69–70.

59. Експериментальні дослідження триботехнічних властивостей гранульованих полімерних матеріалів / В. М. Витвицький, С. В. Бардашевський, О. Л. Сокольський, І. О. Мікульонок // Aktuelle Themen im Kontext der Entwicklung der modernen Wissenschaften: der Sammlung wissenschaftlicher Arbeiten «ΛΟΓΟΣ» zu den Materialien der internationalen wissenschaftlich-praktischen Konferenz, Dresden, 23 Januar, 2019. Dresden : NGO «Europäische Wissenschaftsplattform», 2019. P. 58–60.

ДОДАТОК Б

РОЗРАХУНОК ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Б.1 Методика розрахунку похибок вимірювань

Похибку середнього результату прямих вимірювань фізичних величин виконуємо в такій послідовності.

Дослідно-інструментальну помилку середнього результату вимірювань фізичної величини \bar{x} визначають за залежністю

$$\sigma_{\text{діп}}(\bar{x}) = \sqrt{\sigma_{\text{пвп}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2}, \quad (\text{Б.1})$$

де $\sigma_{\text{пвп}}$, $\sigma_{\text{пр}}$, $\sigma_{\text{окр}}$ – похибки первинного вимірювального перетворювача, приладу та округлення, відповідно:

$$\sigma_{\text{пвп}} = \frac{\Delta_{\text{дпп}}}{3}, \quad (\text{Б.2})$$

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_o}{100} D_{\text{вим}} \right), \quad (\text{Б.3})$$

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}}. \quad (\text{Б.4})$$

де $\Delta_{\text{дпп}}$ – довідникова похибка приладу; γ_o – клас точності приладу; $D_{\text{вим}}$ – діапазон вимірювання приладу; C – ціна поділки шкали (ступінь дискретизації цифрового відліку) приладу.

Випадкова помилка середнього результату становить

$$\theta(\bar{x}) = \xi \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}. \quad (\text{Б.5})$$

де x_i – i -й результат вимірювання; ξ – коефіцієнт Стюдента, який залежить від довірчої імовірності P_d і кількості вимірювань n .

Повна похибка прямого вимірювання фізичної величини обчислюється за формулою

$$\sigma(\bar{x}) = \sqrt{\sigma_{\text{діп}}^2(\bar{x}) + \theta^2(\bar{x})}, \quad (\text{Б.6})$$

а значення фізичної величини для довірчої імовірності 0,6826 становитиме

$$x = \bar{x} \pm \sigma(\bar{x}). \quad (\text{Б.7})$$

Похибку середнього результату непрямих вимірювань фізичних величин виконуємо в такій послідовності.

Дослідно-інструментальну помилку середнього результату вимірювань фізичної величини \bar{x} визначають за формулою

$$\sigma_{\text{дін}}(\bar{x}) = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{\text{дін}}^2(x_1) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{\text{дін}}^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_k}\right)^2 \sigma_{\text{дін}}^2(x_k)}, \quad (\text{Б.8})$$

де $x = F(x_1, x_2, \dots, x_k)$ – залежність шуканої величини x від величин x_i ($i = \overline{1, n}$), що вимірюють безпосередньо.

Випадкова помилка середнього результату в цьому разі становить

$$\theta(\bar{x}) = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \theta^2(x_1) + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \theta^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_k}\right)^2 \theta^2(x_k)}. \quad (\text{Б.9})$$

Остаточно повну похибку непрямого вимірювання фізичної величини з урахуванням (Б.8) і (Б.9) визначають за залежністю (Б.6), а значення фізичної величини для довірчої імовірності 0,6826 – за залежністю (Б.7).

Б.2 Розрахунок похибки вимірювання потужності

Похибка первинного вимірювального перетворювача згідно з (Б.2) дорівнює

$$\sigma_{\text{пп}} = \frac{\Delta_{\text{дпп}}}{3} = \pm \frac{1,5}{3} = \pm 0,5 \text{ Вт},$$

де довідникова похибка приладу К-50 становить

$$\Delta_{\text{дпп}} = \delta \cdot D_{\text{вим}} = \pm 0,01 \cdot 150 = \pm 1,5 \text{ Вт},$$

де δ – відносна похибка приладу.

Похибка приладу згідно з (Б.3) дорівнює

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_{\circ}}{100} D_{\text{вим}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{0,5}{100} \cdot 150 \right) = 0,25 \text{ Вт},$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{5}{\sqrt{12}} = 1,443 \text{ Вт}.$$

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1):

$$\sigma_{\text{дип}}(\bar{N}) = \sqrt{\sigma_{\text{пвп}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,5^2 + 0,25^2 + 1,443^2} = 1,547 \text{ Вт}.$$

Визначимо величину випадкової помилки середнього результату вимірювання потужності. Для визначення випадкової похибки проводили чотири вимірювання потужності при однакових обертах ротора, які становили 25; 30; 30; 30 Вт.

Середнє арифметичне потужності становить

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i = \frac{1}{4} (25 + 30 + 30 + 30) = 28,75 \text{ Вт}.$$

Тоді випадкова помилка середнього результату становить

$$\begin{aligned} \theta(\bar{N}) &= \xi \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{N} - N_i)^2} \\ &= 1,3 \sqrt{\frac{1}{4(4-1)} [(28,75 - 25)^2 + (28,75 - 30)^2 + (28,75 - 30)^2 + (28,75 - 30)^2]} = 1,625 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

де $\xi=1,3$ – значення коефіцієнта Стюдента для $P_d = 0,6826$ і $n = 4$ [200, 201].

Повна похибка прямого вимірювання потужності (Б.6)

$$\sigma(\bar{N}) = \sqrt{\sigma_{\text{дип}}^2(\bar{N}) + \theta^2(\bar{N})} = \sqrt{1,547^2 + 1,625^2} = 2,244 \text{ Вт}.$$

Значення потужності відповідно до (Б.7) становить

$$N = \bar{N} \pm \sigma(\bar{N}) = \bar{N} \pm 2,244 \text{ Вт}.$$

Б.3 Розрахунок похибки вимірювання частоти обертання

Похибка первинного вимірювального перетворювача згідно з (Б.2) дорівнює

$$\sigma_{\text{пвп}} = \frac{\Delta_{\text{дип}}}{3} = \pm \frac{0,499}{3} = \pm 0,166 \text{ об/хв},$$

де довідникова похибка приладу становить

$$\Delta_{\text{дип}} = \delta \cdot D_{\text{вим}} = \pm 0,0005 \cdot (999,9 - 2,5) = \pm 0,499 \text{ об/хв},$$

де δ – відносна похибка приладу.

Похибка приладу згідно з (Б.3) дорівнює

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_{\circ}}{100} D_{\text{вим}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{0,1}{100} \cdot (999,9 - 2,5) \right) = 0,332 \text{ об/хв}.$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{0,1}{\sqrt{12}} = 0,029 \text{ об/хв}.$$

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1)

$$\sigma_{\text{дип}}(\bar{n}) = \sqrt{\sigma_{\text{вим}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,166^2 + 0,332^2 + 0,029^2} = 0,372 \text{ об/хв}.$$

Визначимо величину випадкової помилки середнього результату вимірювання частоти обертання. Для визначення випадкової похибки проводили чотири вимірювання частоти обертання при однаковій потужності, які становили 199,3; 199,5; 200,4; 200,2 об/хв.

Середнє арифметичне потужності становить

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i = \frac{1}{4} (199,3 + 199,5 + 200,4 + 200,2) = 199,85 \text{ об/хв}.$$

Тоді випадкова помилка середнього результату становить

$$\begin{aligned} \theta(\bar{n}) &= \xi \sqrt{\frac{1}{m(m-1)} \sum_{i=1}^m (\bar{n} - n_i)^2} \\ &= 1,3 \sqrt{\frac{1}{4(4-1)} [(199,85 - 199,3)^2 + (199,85 - 199,5)^2 + (199,85 - 200,4)^2 + (199,85 - 200,2)^2]} = 0,346 \text{ об/хв} \end{aligned}$$

де $\xi=1,3$ – значення коефіцієнта Стюдента для $P_d = 0,6826$ і $n = 4$ [200].

Повна похибка прямого вимірювання частоти обертання (Б.6)

$$\sigma(\bar{N}) = \sqrt{\sigma_{\text{дип}}^2(\bar{N}) + \theta^2(\bar{N})} = \sqrt{0,372^2 + 0,346^2} = 0,508 \text{ об/хв}.$$

Значення частоти обертання відповідно до (Б.7) становить

$$n = \bar{n} \pm \sigma(\bar{n}) = \bar{n} \pm 0,508 \text{ об/хв}.$$

Б.4 Розрахунок похибки вимірювання температури

Похибка первинного вимірювального перетворювача згідно з (Б.2) дорівнює

$$\sigma_{\text{пвп}} = \frac{\Delta_{\text{дпп}}}{3} = \pm \frac{2,5}{3} = \pm 0,833 \text{ }^{\circ}\text{C},$$

де довідникова похибка хромель-алюмелевої термопари:

$$\Delta_{\text{дпп}} = 2,5 \text{ }^{\circ}\text{C},$$

Похибка приладу згідно з (Б.3) дорівнює

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_{\circ}}{100} D_{\text{вим}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{0,5}{100} \cdot (1300 - (-50)) \right) = 2,25 \text{ }^{\circ}\text{C},$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} = 0,289 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1):

$$\sigma_{\text{дп}}(\bar{T}) = \sqrt{\sigma_{\text{пвп}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,833^2 + 2,25^2 + 0,289^2} = 2,417 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Тепер визначимо величину випадкової помилки середнього результату вимірювання температури. Для визначення випадкової похибки проводили чотири вимірювання температури, які становили 128; 131; 130; 129 $^{\circ}\text{C}$.

Середнє арифметичне температури становить

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \frac{1}{4} (128 + 131 + 130 + 128) = 129,25 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Тоді випадкова помилка середнього результату становить

$$\begin{aligned} \theta(\bar{T}) &= \xi \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{T} - T_i)^2} = \\ &= 1,3 \sqrt{\frac{1}{4(4-1)} [(129,25 - 128)^2 + (129,25 - 131)^2 + (129,25 - 130)^2 + (129,25 - 129)^2]} = 0,86 \text{ }^{\circ}\text{C}, \end{aligned}$$

де $\xi=1,3$ – значення коефіцієнта Стюдента для $P_{\text{д}} = 0,6826$ і $n = 4$ [200].

Повна похибка прямого вимірювання температури (Б.6)

$$\sigma(\bar{T}) = \sqrt{\sigma_{\text{дін}}^2(\bar{T}) + \theta^2(\bar{T})} = \sqrt{2,417^2 + 0,86^2} = 2,565^\circ\text{C}.$$

Значення температури відповідно до (Б.7) становить

$$T = \bar{T} \pm \sigma(\bar{T}) = \bar{T} \pm 2,565^\circ\text{C}.$$

У більшості вимірювань фізичних величин значення випадкової помилки їх середнього результату значно менше від значення дослідно-інструментальної помилки, тому надалі для визначення повної похибки прямого вимірювання фізичних величин братимемо до уваги тільки дослідно-інструментальну помилку, тобто приймаємо, що $\sigma(\bar{x}) = \sigma_{\text{дін}}(\bar{x})$.

Б.5 Розрахунок похибки вимірювання переміщення ємності

Похибка індикатора годинникового типу ГОСТ 577-68 становить

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{C}{2} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{0,01}{2} \right) = 0,0017 \text{ мм}.$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{0,01}{\sqrt{12}} = 0,0029 \text{ мм}.$$

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1):

$$\sigma_{\text{дін}}(\bar{h}) = \sqrt{\sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,0017^2 + 0,0029^2} = 0,0034 \text{ мм}.$$

Повна похибка прямого вимірювання переміщення (Б.6)

$$\sigma(\bar{h}) = \sigma_{\text{дін}}(\bar{h}) = 0,0034 \text{ мм}.$$

Значення переміщення відповідно до (Б.7) становить

$$h = \bar{h} \pm \sigma(\bar{h}) = \bar{h} \pm 0,0034 \text{ мм}.$$

Б. 6 Розрахунок похибки непрямих вимірювань в'язкості

В'язкість полімеру визначається:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\frac{3M}{2\pi R^3}}{\frac{\omega}{\tan \alpha}} = \frac{3M \tan \alpha}{2\pi R^3 \omega} = \frac{3 \frac{9,549N}{n} \tan \alpha}{2\pi R^3 \frac{2\pi n}{60}} = \frac{3 \cdot 9,549 \cdot 60 \frac{N}{n} \tan 15^\circ}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,0225^3 n} = 1,024 \cdot 10^6 \frac{N}{n^2}$$

Визначимо частинні похідні від параметрів, що впливають на в'язкість:

$$\frac{\partial \eta}{\partial N} = \frac{1,024 \cdot 10^6}{n^2};$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial n} = -\frac{2,048 \cdot 10^6 \cdot N}{n^3}.$$

Повна похибка визначення в'язкості:

$$\sigma(\bar{\eta}) = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)^2 \sigma^2(\bar{N}) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial n}\right)^2 \sigma^2(\bar{n})} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1,024 \cdot 10^6}{n^2}\right)^2 2,244^2 + \left(-\frac{2,048 \cdot 10^6 \cdot N}{n^3}\right)^2 0,508^2} = 91,045 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Відносна похибка вимірювань:

$$\varepsilon(\eta) = \frac{\sigma(\bar{\eta})}{\bar{\eta}} 100\% = \frac{91,045}{2400} 100\% = 3,79\%$$

Значення в'язкості становить

$$\eta = \bar{\eta} \pm \varepsilon(\bar{\eta}) = \bar{\eta} \pm 3,79\%.$$

Б.7 Розрахунок похибки вимірювання частоти обертання ротора електродвигуна

Похибка первинного вимірювального перетворювача згідно з (Б.2) дорівнює

$$\sigma_{\text{ппп}} = \frac{\Delta_{\text{дпп}}}{3} = \pm \frac{0,499}{3} = \pm 0,166 \text{ } ^{06} / \text{ } ^{06} \text{ } _{\text{хв}},$$

де $\Delta_{\text{дпп}}$ довідникова похибка приладу становить

$$\Delta_{\text{дпп}} = \delta \cdot D_{\text{вим}} = \pm 0,0005 \cdot (1000 - 2) = \pm 0,499 \text{ } ^{06} / \text{ } ^{06} \text{ } _{\text{хв}},$$

де δ – відносна похибка приладу.

Похибка приладу згідно з (Б.3) дорівнює

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_{\circ}}{100} D_{\text{вим}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{100} \cdot (1000 - 2) \right) = 29,94 \text{ } \text{об}/\text{хв},$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить: $\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} = 0,29 \text{ } \text{об}/\text{хв}$.

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1):

$$\sigma_{\text{дп}}(\bar{n}) = \sqrt{\sigma_{\text{пвп}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,166^2 + 29,94^2 + 0,29^2} = 29,94 \text{ } \text{об}/\text{хв}.$$

Б.8 Розрахунок похибки вимірювання температури

Похибка первинного вимірювального перетворювача згідно з (Б.2) дорівнює

$$\sigma_{\text{пвп}} = \frac{\Delta_{\text{дпп}}}{3} = \pm \frac{2,5}{3} = \pm 0,833 \text{ } ^{\circ}\text{C},$$

де довідникова похибка хромель-алюмелевої термопар: $\Delta_{\text{дпп}} = 2,5 \text{ } ^{\circ}\text{C}$.

Похибка приладу згідно з (Б.3) дорівнює

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_{\circ}}{100} D_{\text{вим}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{0,5}{100} \cdot (1300 - (-50)) \right) = 2,25 \text{ } ^{\circ}\text{C},$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить: $\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} = 0,289 \text{ } ^{\circ}\text{C}$.

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1):

$$\sigma_{\text{дп}}(\bar{T}) = \sqrt{\sigma_{\text{пвп}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,833^2 + 2,25^2 + 0,289^2} = 2,417 \text{ } ^{\circ}\text{C}.$$

Б.9 Розрахунок похибки вимірювання маси

Похибка зважування згідно з (Б.2) дорівнює

$$\sigma_{\text{пвп}} = \frac{\Delta_{\text{дпп}}}{3} = \pm \frac{0,0004}{3} = \pm 0,00013 \text{ г},$$

де довідникова похибка приладу ТВЕ-0,3-0,005 становить: $\Delta_{\text{дп}} = \pm 0,0004 \text{ г}$.

Похибка приладу згідно з (Б.3) дорівнює

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_0}{100} D_{\text{вим}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{0,004}{100} \cdot (300 - 0,1) \right) = 0,004 \text{ г}.$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{0,005}{\sqrt{12}} = 0,0014 \text{ г}.$$

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1)

$$\sigma_{\text{дп}}(\bar{T}) = \sqrt{\sigma_{\text{пп}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,00013^2 + 0,004^2 + 0,0014^2} = 0,0042 \text{ г}.$$

Тепер визначимо величину випадкової помилки середнього результату вимірювання ваги. Для визначення випадкової похибки проводили чотири вимірювання ваги, які становили 1,000; 0,995; 0,995; 1,000; 1,000 г.

Середнє арифметичне ваги становить

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i = \frac{1}{5} (1,000 + 0,995 + 0,995 + 1,000 + 1,000) = 0,998 \text{ г}.$$

Тоді випадкова помилка середнього результату становить

$$\begin{aligned} \theta(\bar{m}) &= \xi \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{m} - m_i)^2} = \\ 2,6 \sqrt{\frac{1}{5(5-1)} [(1-0,998)^2 + (0,995-0,998)^2 + (0,995-0,998)^2 + (1-0,998)^2 + (1-0,998)^2]} &= \\ &= 0,0071 \end{aligned}$$

де $\xi = 2,6$ – значення коефіцієнта Стюдента для $P_{\text{д}} = 0,95$ і $n = 5$ [200].

Повна похибка прямого вимірювання ваги (Б.6)

$$\sigma(\bar{m}) = \sqrt{0,0042^2 + 0,0071^2} = 0,0082 \text{ г}.$$

Значення ваги відповідно до (Б.7) становить

$$m = \bar{m} \pm \sigma(\bar{m}) = \bar{m} \pm 0,0082 \text{ г}.$$

У більшості вимірювань фізичних величин значення випадкової помилки їх середнього результату значно менше від значення дослідно-інструментальної помилки, тому надалі для визначення повної похибки прямого вимірювання фізичних величин братимемо до уваги тільки дослідно-інструментальну помилку, тобто приймаємо, що $\sigma(\bar{x}) = \sigma_{\text{дп}}(\bar{x})$.

Б.10 Розрахунок похибки вимірювання часу

Похибка вимірювання часу згідно з (Б.2) дорівнює

$$\sigma_{\text{пвп}} = \frac{\Delta_{\text{дп}}}{3} = \pm \frac{1 \cdot 10^{-5}}{3} = \pm 3,33 \cdot 10^{-6} \text{ с},$$

де довідникова похибка приладу «Інтеграл С-01» становить: $\Delta_{\text{дп}} = \pm 1 \cdot 10^{-5} \text{ с}$.

Похибка приладу згідно з (Б.3) дорівнює

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_0}{100} D_{\text{вим}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{10^{-3}}{100} \cdot 1 \right) = 3,33 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$$

Похибка округлення згідно з (Б.4) становить

$$\sigma_{\text{окр}} = \frac{C}{\sqrt{12}} = \frac{0,01}{\sqrt{12}} = 0,0029 \text{ с}.$$

Значення дослідно-інструментальної помилки визначаємо згідно з (Б.1)

$$\sigma_{\text{дп}}(\bar{t}) = \sqrt{\sigma_{\text{пвп}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2 + \sigma_{\text{окр}}^2} = \sqrt{0,0000033^2 + 0,0000033^2 + 0,0029^2} = 0,0029 \text{ с}.$$

Визначимо величину суб'єктивної похибки. Середній час реакції людини на зоровий подразник близько 0,2 с (враховуючи час запуску і зупинки секундоміру, суб'єктивна похибка складає – $\sigma_{\text{суб}} = 0,4 \text{ с}$).

Повна похибка прямого вимірювання часу (Б.6)

$$\sigma(\bar{t}) = \sqrt{0,04^2 + 0,0029^2} = 0,4 \text{ с}.$$

Значення часу відповідно до (Б.7) становить: $t = \bar{t} \pm \sigma(\bar{t}) = \bar{t} \pm 0,4 \text{ с}$.

ДОДАТОК В

Документи, що підтверджують впровадження результатів роботи



1882-2012

**ПУБЛІЧНЕ АКЦІОНЕРНЕ ТОВАРИСТВО
«НАУКОВО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО
«БІЛЬШОВИК»**



03680, м. Київ,
проспект Перемоги, 49/2,
Т/факс: (044) 456-71-41,
e-mail: bolshevik@itpark.ua
Код підприємства 14308569

Р/р 26007301249471 Філія
«Київське міське відділення
ПАТ Промінвестбанк»,
МФО 322250,
Код ЄДРПОУ банку 09322254

Від 15.11.2013 № 1385-2

А К Т

**впровадження результатів науково-технічних розробок,
виконаних аспірантом кафедри ХПСМ ІХФ НТУУ «КПІ» Івиським І.І.
під керівництвом к.т.н., доцента кафедри ХПСМ ІХФ НТУУ «КПІ» Сокольського О.Л.**

Цим актом підтверджуємо, що результати науково-технічних розробок інженерно-хімічного факультету Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут" в рамках виконання держбюджетної теми №2547-п "Розроблення високоефективних енерго-і ресурсозберігаючих технологічних засад процесів виготовлення конструкційних полімерних композиційних матеріалів", номер державної реєстрації 0112U000369, впроваджено на ПАТ «НВП «Більшовик»» (науковий керівник – к.т.н., проф. Сівецький В.І., відповідальний виконавець – д.т.н. Колосов О.Є.).

Науковцями НТУУ «КПІ» було розроблено та передано до використання на ПАТ «НВП «Більшовик»» науково-технічний продукт у вигляді методики автоматизованого проектування та 3D-моделей обладнання для виготовлення полімерних та гумотехнічних виробів, в якому застосовано сучасний підхід до проектування та моделювання.

Зокрема, були розроблені 3D-моделі форматора-вулканізатора та гумозмішувача, що випускаються на підприємстві, починаючи з 1980 року.

Створені тривимірні моделі конструкцій та вузлів дозволяють більш точно обґрунтувати вибір їх геометричних і конструктивних параметрів та уникнути багатьох помилок, характерних при використанні традиційних двовимірних креслень.

Було встановлено, що використання запропонованої методики автоматизованого проектування і конструктивних пропозицій дозволяє вдосконалити технологічні параметри технологічних процесів та конструкції робочих органів, за яких забезпечується підвищена продуктивність та якість виробів за умов зниження енергоємності процесів їх виробництва.

Очікуваний економічний ефект від впровадження технічних пропозицій з удосконалення конструктивного оформлення обладнання для виготовлення полімерних та гумотехнічних виробів при його виробництві на ПАТ «НВП «Більшовик»» складає 362 (триста шістьдесят дві) тис. грн. на рік.

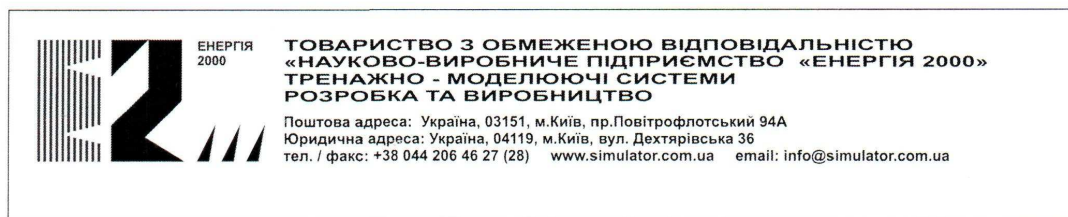
Цей акт не є підставою для пред'явлення фінансових вимог.

В.о. Голови правління –
Генерального директора

м.п.



Каплій Р.В.



03.07.2017 № 0307/02
На № _____ від _____

А К Т

**впровадження у промисловість результатів науково-технічних розробок,
виконаних доцентом кафедри ХПСМ КПІ імені Ігоря Сікорського Сокольським О.Л.**

Цей акт складений про те, що на виробничій базі ТОВ «Науково-виробниче підприємство «Енергія-2000» (м. Київ) у період з 01.09.2017р. по 30.06.2017р. здійснено дослідно-промислове впровадження технічних рекомендацій з конструктивного оформлення та уточненого розрахунку екструзійного змішувального устаткування, проведеного к.т.н., доцентом інженерно-хімічного факультету Національного технічного університету України «КПІ імені Ігоря Сікорського» Сокольським Олександром Леонідовичем.

Предметом впровадження були представлені автором науково-технічні рішення у вигляді технологічних режимів екструзійного змішування при створенні виробів з композицій на основі термопластичних полімерів, а також раціональних конструктивних параметрів змішувальних елементів з урахуванням нелінійної поведінки матеріалів, теплообміну та інших особливостей технологічних процесів.

У результаті впровадження, виконаного у вигляді комп'ютерного моделювання змішувальної зони екструдера, зокрема, було підтверджено підвищення якості та однорідності властивостей екструдованих виробів за умов зниження енергоємності процесів їх виробництва на 15-20% в порівнянні з традиційною двостадійною технологією.

Вважаємо, що розроблені технічні рішення і методика розрахунку технологічних режимів екструзійного змішування і проектування змішувального устаткування для переробки полімерних композицій можуть використовуватись також на інших полімерпереробних підприємствах.

Економічний ефект від впровадження технічних пропозицій з удосконалення конструктивного оформлення змішувального устаткування при переобладнанні одного типорозміру черв'ячного екструдера на ТОВ «Науково-виробниче підприємство «Енергія-2000» складає 167 (сто шістьдесят сім) тис. грн.

Цей акт не є підставою для пред'явлення фінансових вимог.

Генеральний директор

Матвієвський О.М.





№ 14/09-01

Від 14 вересня 2015 р.

ТОВ "Водостічні системи"
08154, Київська обл., Києво-Святошинський р-н,
м. Боярка, вул. 40-років Жовтня, 36
тел.: (044) 501 20 20

А К Т

впровадження результатів науково-технічних розробок, одержаних у рамках виконання держбюджетної теми № 2824-п «Науково-технічні засади проектування обладнання для формування виробів з полімерних композицій із врахуванням їх в'язкопружних властивостей» та дисертаційних робіт Романченко М.А. і Сокольського О.Л. на здобуття наукового ступеня кандидата і доктора технічних наук, відповідно

Цим актом підтверджуємо, що результати науково-технічних розробок кафедри хімічного, полімерного та силікатного машинобудування (ХПСМ) інженерно-хімічного факультету Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» в рамках виконання держбюджетної теми №2824-п «Науково-технічні засади проектування обладнання для формування виробів з полімерних композицій із врахуванням їх в'язкопружних властивостей», номер державної реєстрації 0115U000178, впроваджено на ТОВ «Водостічні системи» (науковий керівник – д.т.н., проф. Мікульонок І.О.).

Науковцями НТУУ «КПІ» було розроблено та передано до використання на ТОВ «Водостічні системи» науково-технічний продукт у вигляді методики автоматизованого проектування та 3D-моделей формуючого устаткування для виготовлення співекструзійних полімерних виробів, у якому застосовано сучасний підхід до проектування та моделювання.

Створені тривимірні моделі конструкцій і вузлів дають змогу точно обґрунтувати вибір їхніх геометричних і конструктивних параметрів та уникнути багатьох помилок, притаманних для традиційного проектування із застосуванням двовимірної графіки. Розроблені конструкції дозволяють регулювати співвідношення полімерних шарів в одержуваному співекструзійному профільному виробі.

У результаті досліджень встановлено, що використання запропонованої методики автоматизованого проектування і конструктивних пропозицій дозволяє вдосконалити технологічні параметри процесів та обладнання, за яких забезпечується підвищена продуктивність та якість виробів, а також зниження ресурсоемності процесів їх виробництва та ефективного використання вторинної сировини.

Цей акт не є підставою для пред'явлення фінансових вимог.



Від ТОВ «Водостічні системи»:
Директор К. Д. Малаков
Головний конструктор Є. В. Сімонов

Від НТУУ «КПІ»:
Завідувач кафедри
ХПСМ, к.т.н., проф. В. І. Сівецький
Професор кафедри
ХПСМ, д.т.н., проф. І. О. Мікульонок

Товариство з обмеженою відповідальністю
Науково - виробниче підприємство
"ІНКОС"
Р/р № 26005388781 в ПАТ «Райффайзен Банк Аваль» м.Чернігів, МФО
380805,ЄДРПОУ 14233498 тел/факс (0462) 65-15-26

№ 14 від 29.09 2016р.

АКТ
впровадження у промисловість результатів науково-технічних рішень,
одержаних в рамках виконання інноваційних розробок, виконаних під
керівництвом
професорів кафедри ХПСМ ІХФ НТУУ «КШ»
Сівецького В.І. та Мікульонка І.О.,
та апробації дисертаційних робіт Коваленко К.Г. та Сокольського О.Л.

Цей акт складений про те, що на виробничій базі ТОВ «НВП «Інкос» (м. Чернігів) в період з 11.01.2016р. по 31.05.2016р. здійснено дослідно-промислове впровадження технічних рекомендацій по конструктивному оформленню та уточненому параметричному розрахунку екструзійного формуючого полімерного устаткування.

На основі результатів комп'ютерного моделювання, проведеного науковцями ІХФ НТУУ «КШ» в особі Коваленко К.Г. та Сокольського О.Л. було досліджено особливості процесів формування полімерного профільного погонажного виробу складної конфігурації і визначено конструктивні та технологічні параметри з урахуванням нелінійної поведінки матеріалів, теплообміну та інших особливостей технологічних процесів.

Було встановлено, що використання розробленої методики і конструктивних пропозицій дозволяє вдосконалити технологічні параметри переробки та конструкції робочих органів формуючого обладнання, за яких забезпечується підвищена розмірна точність виробу. Це дало змогу забезпечити підвищення якості виробів з полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) і знизити ресурсо- та енергоємність процесів їх виробництва.

Вважаємо, що розроблені технічні рішення і методика розрахунку технологічних режимів формування виробів і конструктивних параметрів обладнання для переробки полімерних композицій можуть використовуватись також на інших полімерпереробних підприємствах.

Економічний ефект від впровадження технічних пропозицій з удосконалення конструктивного оформлення формуючого устаткування при виробництві одного типорозміру погонажного полімерного виробу на ТОВ «НВП «Інкос» складає 243 (двісті сорок три) тис. грн.

Цей акт не є підставою для пред'явлення фінансових вимог.

Начальник виробництва  Боровик М.П.

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
 Директор
 ТОВ «Гамапласт Україна»
 (м. Бориспіль, Київська область)
 « 17 » _____ 2019 р.
 Ю. С. Г. Юшків



А К Т

впровадження результатів науково-технічних розробок, одержаних у рамках виконання
 дисертаційних робіт Сокольського О. Л. та Витвицького В. М.

Цей акт складено представниками ТОВ «Гамапласт Україна», м. Бориспіль (Київська обл.), начальником цеху Симута В.М., а також представниками Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» професором кафедри хімічного, полімерного та силікатного машинобудування (ХПСМ) д.т.н., проф. Мікульонком І.О. і завідувачем кафедри ХПСМ Гондляхом О.В. у тому, що дослідження, які проведені в рамках виконання дисертаційних робіт аспіранта кафедри ХПСМ КПІ ім. Ігоря Сікорського Витвицького В. М. на тему «Обладнання та процес живлення черв'ячного екструдера полімерною сировиною», підготовленої на здобуття наукового ступеня доктора філософії та доцента кафедри ХПСМ КПІ ім. Ігоря Сікорського Сокольського О. Л. на тему «Наукові засади розроблення обладнання і процесів перероблення полімерних матеріалів методом екструзії», підготовленої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, виконані за профілем робіт ТОВ «Гамапласт Україна» і кафедри ХПСМ КПІ ім. Ігоря Сікорського і впроваджені таким чином:

1. Під час проектування та виготовлення обладнання для одержання екструдованих полімерних труб та інших виробів передбачено можливість використання експериментально визначених фізико-механічних властивостей перероблених гранульованих полімерних матеріалів.

2. На основі визначених фізико-механічних властивостей гранульованих полімерних матеріалів надано рекомендації з конструктивно-технологічного оформлення екструдерів, зокрема довжини черв'яків, а також методику розрахунку режимів екструзії для уточненого врахування залежностей між продуктивністю і тиском.

3. Розроблено методики і виконані комп'ютерні розрахунки процесу охолодження екструдованих полімерних труб, які впроваджено в практику проектування й модернізації відповідного обладнання. На підставі розроблених методик і результатів моделювання виконані дослідження конкретного обладнання.

Зазначені дані та конструктивні рекомендації рекомендовано для проектування і модернізації екструдерів і ванн охолодження, а також вдосконалення технологічного процесу екструзії трубних виробів.

Цей акт не може бути підставою для будь-яких фінансових претензій.

Від ТОВ «Гамапласт Україна»:

Начальник цеху

В.М. Симута



Від КПІ ім. Ігоря Сікорського:

Професор кафедри

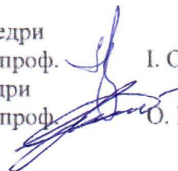
ХПСМ, д.т.н., проф.

В. о. зав. кафедри

ХПСМ, д.т.н., проф.

І. О. Мікульонко

О. В. Гондлях



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Перший проректор Національного технічного
університету України «Київський політехнічний
інститут імені Ігоря Сікорського»
академік НАН України

Ю.І. Якименко

2019 р.

« »

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

результатів дисертаційної роботи СОКОЛЬСЬКОГО Олександра Леонідовича
«Наукові засади розроблення обладнання і процесів перероблення
полімерних матеріалів методом екструзії»,
що представлена на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Цим актом засвідчується, що дисертаційна робота доцента кафедри хімічного, полімерного і силікатного машинобудування Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Сокольського Олександра Леонідовича «Наукові засади розроблення обладнання і процесів перероблення полімерних матеріалів методом екструзії», що представлена на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, відповідає напряму наукових досліджень КПП ім. Ігоря Сікорського і безпосередньо пов'язана з держбюджетними та госпдоговірними науково-дослідними роботами:

– «Дослідження процесів екструзійного формування виробів з полімерних композиційних матеріалів з застосуванням методів комп'ютерного моделювання» (№ 2759-ф, 2004–2006 рр.; № держреєстрації 0104U000344; замовник – МОН України; автор – виконавець теми);

– «Розроблення наукових основ моделювання процесів формування погонажних виробів складної геометрії з врахуванням нерівномірності температурних полів і залишкових напружень» (№2918-ф; 2006–2008; замовник – МОН України; № держреєстрації 0106U002131; автор – виконавець теми);

– «Комп'ютерне моделювання неізотермічних процесів переробки вторинних термопластів з урахуванням пристінних ефектів» (тема №2031-п, 2008–2009 рр.; замовник – МОН України; № держреєстрації 0107U002496; автор – відповідальний виконавець теми);

– «Створення узагальненої дискретної моделі процесів формування полімерних виробів з урахуванням напружено-деформованого стану конструктивних елементів машин при складному термосиловому навантаженні» (№2222-ф; 2009–2011 рр.; № держреєстрації 0198U000331; замовник – МОН України; автор – виконавець теми);

– «Розроблення дискретизованих математичних моделей процесів змішування

та формування при приготуванні нових полімерних композицій» (№2353-п; 2010–2011 рр.; замовник – МОН України; № держреєстрації 0110U002273, автор – виконавець теми);

– «Науково-технічні засади проектування обладнання для формування виробів з полімерних композицій із врахуванням їх в'язкопружних властивостей» (№2824-п; 2015–2015 рр.; № держреєстрації 0115U000178; замовник – МОН України; автор – відповідальний виконавець теми);

– «Вдосконалення процесу екструзійного формування полімерних профільних виробів» (2018 р.; замовник – Науково-виробниче підприємство "ІНКІОС", м. Чернівці; автор – відповідальний виконавець теми).

Результати дисертаційної роботи використовуються в навчальному процесі кафедри хімічного, полімерного і силікатного машинобудування КПІ ім. Ігоря Сікорського під час проведення лекційних, практичних та індивідуальних занять, виконання курсових проектів і робіт з дисциплін «Формуючий інструмент», «Технологічне обладнання виробництва будівельних та полімерних виробів», «Модернізація технологічного обладнання», а також під час дипломного проектування.

Впровадження результатів дисертаційної роботи в навчальний процес забезпечується:

– навчальним посібником: Основи проектування одночерв'ячних екструдерів : навч. посіб. / І. О. Мікульонюк, О. Л. Сокольський, В. І. Сівецький, Л. Б. Радченко. — К. : НТУУ «КПІ», 2015. — 200 с.;


– навчальним посібником: Сокольський О. Л., Сівецький В. І., Мікульонюк І. О. Проектування формуючих пристроїв обладнання для переробки пластмас : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2014. 148 с.;

– термінологічним словником: Мікульонюк І. О., Сокольський О. Л. Полімерні матеріали і вироби з них (одержання, перероблення, властивості) : термін. словник. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 104 с.;

– методичними вказівками, а також фізичними й математичними моделями, методиками, алгоритмами і програмами розрахунку обладнання та процесів екструзійної переробки термопластичних матеріалів.

Впровадження матеріалів дисертаційної роботи дає змогу студентам отримати, поглибити, систематизувати й закріпити досвід фізичного й математичного моделювання, а також розрахунку й дослідження обладнання та процесів хімічних виробництв і переробки термопластичних матеріалів.

Декан інженерно-хімічного факультету,
д.т.н., професор

 С.М. Панов

В. о. завідувача кафедри хімічного, полімерного
і силікатного машинобудування,
д.т.н., професор

 О.В. Гондях